

Podstawy Fizyki I – Mechanika
Zadania domowe – Seria 1 (10 października 2017)
Rozwiązania można oddawać do: **20 października 2017**

Zad. 1. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkty (1, 2) i (3, 4) na płaszczyźnie XY . Pod jakim kątem prosta nachylona jest do osi OX ?

Zad. 2. Wykazać, że dla funkcji $y = ax + b$ i dowolnych dwóch punktów (x_1, y_1) i (x_2, y_2) leżących na wykresie $y(x)$ zachodzi: $f' \equiv \frac{df}{dx} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Zad. 3. Policzyc pochodną funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $x = 1$:

- a) korzystając z definicji pochodnej
- b) korzystając z kalkulatora dla $\Delta x = 0.1, 0.01, 0.001$.

Zad. 4. Policzyc z definicji pochodne funkcji: $\sqrt{x}, \sin x$.

Zad. 5. Korzystając z definicji pochodnej pokazać, że $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$.

Zad. 6. Korzystając z własności pochodnych policzyć:

- a) $\left(\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x} \sqrt[4]{x^3}} \right)'$
- b) $(x^2 \sin x)'$
- c) $\left(\frac{2 - x^2}{2x^3 + x + 3} \right)'$
- d) $\left(\frac{1 + \sqrt{t}}{1 + \sqrt{2t}} \right)'$.

Zad. 7. Policzyc następujące pochodne funkcji złożonej:

- a) $\left[e^x \ln \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) \right]'$
- b) $\left(\sqrt{3x^2 - 7x + 12} \right)'$.

Zad. 8. Policzyc pochodną funkcji $y(x)$ korzystając z własności pochodnej funkcji odwrotnej:

- a) $y(x) = \sqrt{x}$
- b) $y(x) = \arcsin x$.

Zad. 9. Policzyc pochodne funkcji $y = \operatorname{ar} \tanh x$ i $y = \operatorname{ar} \operatorname{ctanh} x$. Czym się różnią (narysuj je)?

Zad. 10. Obliczyc pochodne do szóstego rzędu włącznie funkcji $y(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^2 + 16x - 15$.

Zad. 11. Puszka do konserw w postaci walca o pojemności $V_0 = 54\pi \text{ cm}^3$ ma być tak wykonana, aby została zużyta minimalna ilość blachy. Wyznaczyć promień r podstawy i wysokość h takiej puszk.

Zad. 12. Rozwinąć funkcję $f(x) = \ln x$ w szereg potęgowy $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{df^{(n)}}{dx} \Big|_{x_0} \frac{(x - x_0)^n}{n!}$ wokół punktu $x_0 = 1$, a następnie policzyc pochodną $f'(x)$.

Zad. 13. Policzyc całki nieoznaczone:

a) $\int \cos^2 x dx$

b) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

c) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

d) $\int \arctg x dx$

e) $\int e^x x \cos x dx.$

Zad. 14. Obliczyc pole powierzchni ograniczonej łukiem paraboli $y = x^2$ oraz prostymi $y = 0$ i $x = 2$:

a) licząc całkę oznaczoną

b) metodą przybliżoną dzieląc pole na 4 prostokąty o równej szerokości.