

**Podstawy Fizyki I – Mechanika**  
Zadania domowe – Seria 2 (27 października 2017)  
Rozwiązania można oddawać do: **10 listopada 2017**

**Zadanie 1**

Dane są 3 wektory:

$$\vec{F}_1 = 3\hat{e}_x + 2\hat{e}_y - \hat{e}_z, \quad \vec{F}_2 = 2\hat{e}_x + \hat{e}_y + \hat{e}_z, \quad \vec{F}_3 = -\hat{e}_x + 3\hat{e}_y.$$

Wyrazić wektor  $\vec{F} = 3\vec{F}_2 - 5\vec{F}_1 + \vec{F}_3$  przez wersory bazy:  $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ .

**Zadanie 2**

Wyrazić iloczyn skalarny dwóch wektorów  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  przez składowe tych wektorów w układzie kartezjańskim.

**Zadanie 3**

Pokazać, że:

- a)  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
- b)  $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$ .

**Zadanie 4**

Wyrazić pole trójkąta przez iloczyn wektorowy dwóch wektorów. Policzyc pole trójkąta równobocznego.

**Zadanie 5**

Punkt materialny porusza się po linii śrubowej zadanej we współrzędnych kartezjańskich:

$$\vec{r}(t) = (A \cos \omega t, A \sin \omega t, Bt),$$

gdzie  $A, B$  i  $\omega$  oznaczają pewne stałe dodatnie. Znajdź we współrzędnych walcowych:

wektor wodzący  $\vec{r}$ , prędkość  $\vec{v}$ , przyspieszenie  $\vec{a}$  oraz wersory:  $\hat{t}$ ,  $\hat{n}$  i  $\hat{b}$ . Korzystając z otrzymanych wyników oblicz: element długości łuku  $ds$ , przebytą drogę  $s(t_1, t_2)$ , lokalny promień krzywizny  $\rho$  oraz torsję  $T$ .

**Zadanie 6**

W kartezjańskim układzie współrzędnych w punkcie  $P(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, 2)$  określone są dwa wektory  $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = (1, 2, 3)$  oraz  $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = (1, -1, 2)$ . Znaleźć współrzędne punktu  $P(\rho, \varphi, z)$  oraz rozkład  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  na wersory bazy walcowego układu współrzędnych. Policzyc iloczyn skalarny i wektorowy wektorów  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  w obu układach.

**Zadanie 7**

Korzystając z faktu, że wersory bazy współrzędnych krzywoliniowych to  $\hat{e}_{q_i} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} / \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \right|$ , wyraż wersory układu współrzędnych sferycznych  $(q_1, q_2, q_3) = (r, \theta, \phi)$  przez wersory układu kartezjańskiego. Następnie znajdź współrzędne w układzie sferycznym wektorów:  $\dot{\hat{e}}_r = \frac{d\hat{e}_r}{dt}$ ,  $\dot{\hat{e}}_\theta = \frac{d\hat{e}_\theta}{dt}$ ,  $\dot{\hat{e}}_\phi = \frac{d\hat{e}_\phi}{dt}$ , prędkości  $\vec{v}$ , przyspieszenia  $\vec{a}$ .