

# Efekt Faradaya na swobodnych nośnikach

Efekt Faradaya:

Skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła spolaryzowanego liniowo przy przechodzeniu przez ośrodek umieszczony w stałym polu magnetycznym równoległym do kierunku rozchodzenia się fali.

Rozważmy falę spolaryzowaną kołowo rozchodzącą się równoległe do kierunku pola magnetycznego. Przy zaniedbaniu tłumienia mamy:

$$n_{\pm}^2 = \epsilon_{\infty} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right)$$

Falę spolaryzowaną liniowo można przedstawić w postaci superpozycji fal spolaryzowanych kołowo (składowe wektora zapisujemy w postaci liczb zespolonych) :

$$E_{\pm} = E_x \pm iE_y$$

Stąd

$$E_x = \frac{1}{2}(E_+ + E_-) \quad E_y = \frac{1}{2i}(E_+ - E_-)$$

Dla każdej z dwóch polaryzacji kołowych rozwiązanie ma postać:

$$E_{\pm} = E_0(z) \exp\left(-i\omega\left(t - \left(n_{\pm} + i\kappa_{\pm}\right)\frac{z}{c}\right)\right) \quad \text{Jeśli pominiemy tłumienie} \Rightarrow \kappa \cong 0$$

$$\Rightarrow E_{\pm} = E_0(z) \exp\left(-i\omega\left(t - n_{\pm}\frac{z}{c}\right)\right)$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{E_y(d)}{E_x(d)} = \frac{1}{i} \frac{\exp\left(i\omega n_+ \frac{d}{c}\right) - \exp\left(i\omega n_- \frac{d}{c}\right)}{\exp\left(i\omega n_+ \frac{d}{c}\right) + \exp\left(i\omega n_- \frac{d}{c}\right)}$$

Mnożymy licznik i mianownik, przez  $\exp\left(-i\frac{\omega d}{c} \frac{n_+ + n_-}{2}\right)$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{1}{i} \frac{\exp\left(i\omega \frac{d}{c} \frac{n_+ - n_-}{2}\right) - \exp\left(-i\omega \frac{d}{c} \frac{n_+ - n_-}{2}\right)}{\exp\left(i\omega \frac{d}{c} \frac{n_+ - n_-}{2}\right) + \exp\left(-i\omega \frac{d}{c} \frac{n_+ - n_-}{2}\right)} = \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c} \frac{n_+ - n_-}{2} d\right)$$



$$\theta = \frac{\omega}{c} \frac{n_+ - n_-}{2} d$$

$$\sin(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2i}$$

$$\cos(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

**Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji proporcjonalny do różnicy dróg optycznych!**

$$n_+^2 - n_-^2 = (n_+ - n_-)(n_+ + n_-)$$

Jeśli kąt skręcenia jest niewielki  $\Rightarrow n_+ + n_- \cong 2n \Rightarrow n_+ - n_- = \frac{n_+^2 - n_-^2}{2n}$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\omega}{c} \frac{n_+^2 - n_-^2}{4n} d$$

Pamiętamy, że

$$n_{\pm}^2 = \epsilon_{\infty} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right) \Rightarrow \theta = - \frac{\epsilon_{\infty} \omega_p^2}{2cn} \frac{\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} d$$

W sytuacji gdy  $\omega \gg \omega_c$

$$\theta \cong - \frac{\epsilon_{\infty} \omega_p^2}{2cn} \frac{\omega_c}{\omega^2} d = - \frac{1}{2cn} \frac{n_{noś} e^2}{\epsilon_0 m^*} \frac{1}{\omega^2} \frac{eB}{m^*} d \propto \frac{B}{\omega^2 (m^*)^2} d$$

**Metoda pomiaru masy efektywnej!**

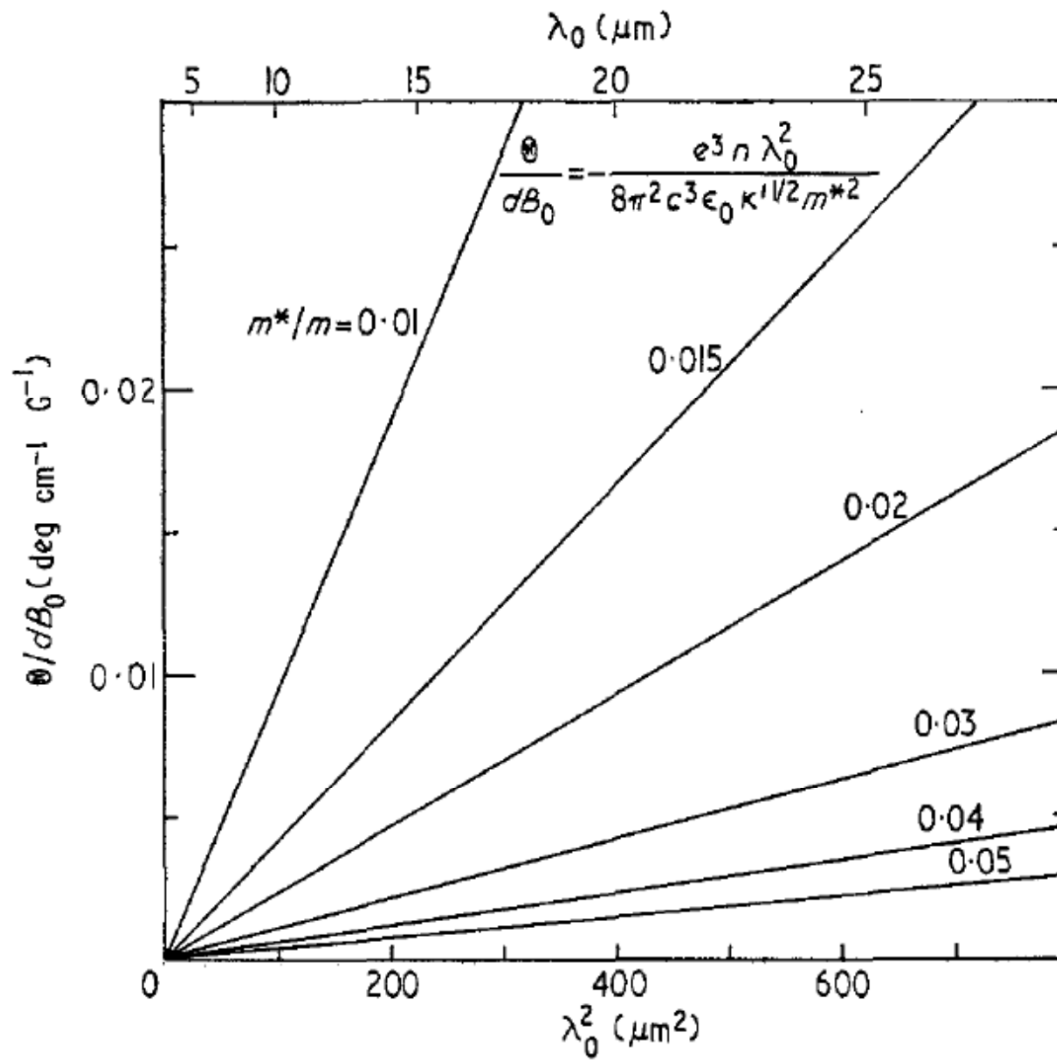


Figure 15. Variation of Faraday rotation with  $m^*$  and  $\lambda_0^2$  for a typical semiconductor with  $\kappa_l = 16$ .

Palik & Furdyna, Rep. Prog. Phys. **33** 1193 (1970)

# Badanie nieparaboliczności pasma przewodnictwa

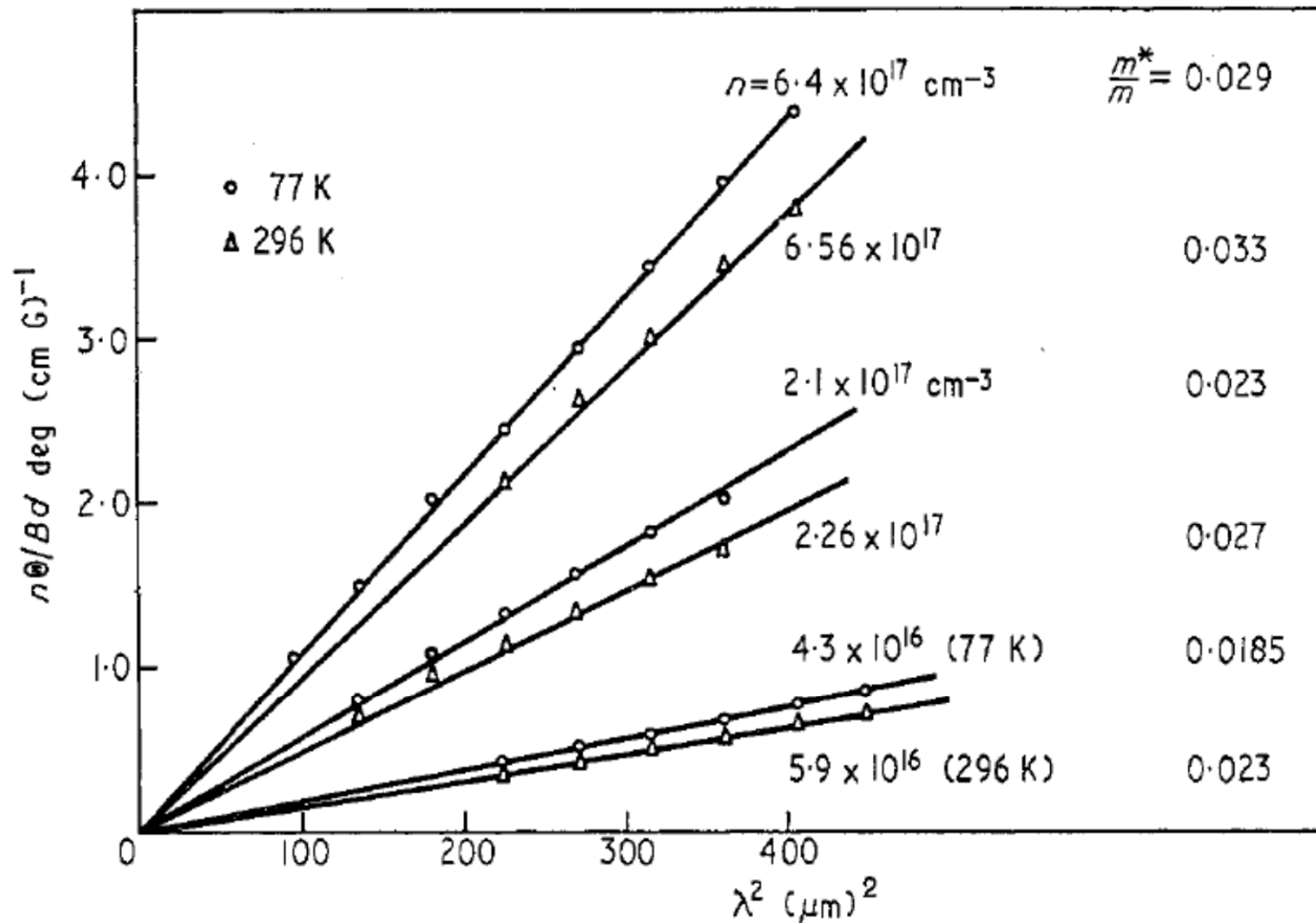


Figure 32. Faraday-rotation data for several samples of n-type InSb of varying carrier density at two temperatures. These data illustrate the variation of  $m^*$  with  $n$  and  $T$  (after Pidgeon 1962).

# Fale helikonowe

$$\epsilon_+ = \epsilon_{st} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} \right)$$

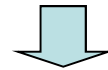
Gdy rozważymy bardzo małe częstotliwości fali

$$\omega \ll \omega_c \ll \omega_p$$

$$n_+^2 = \epsilon_+ = \epsilon_{st} \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega\omega_c} \right)$$

Korzystamy z definicji wektora propagacji

$$k^2 \frac{c^2}{\omega^2} = \epsilon_{st} \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega\omega_c} \right)$$

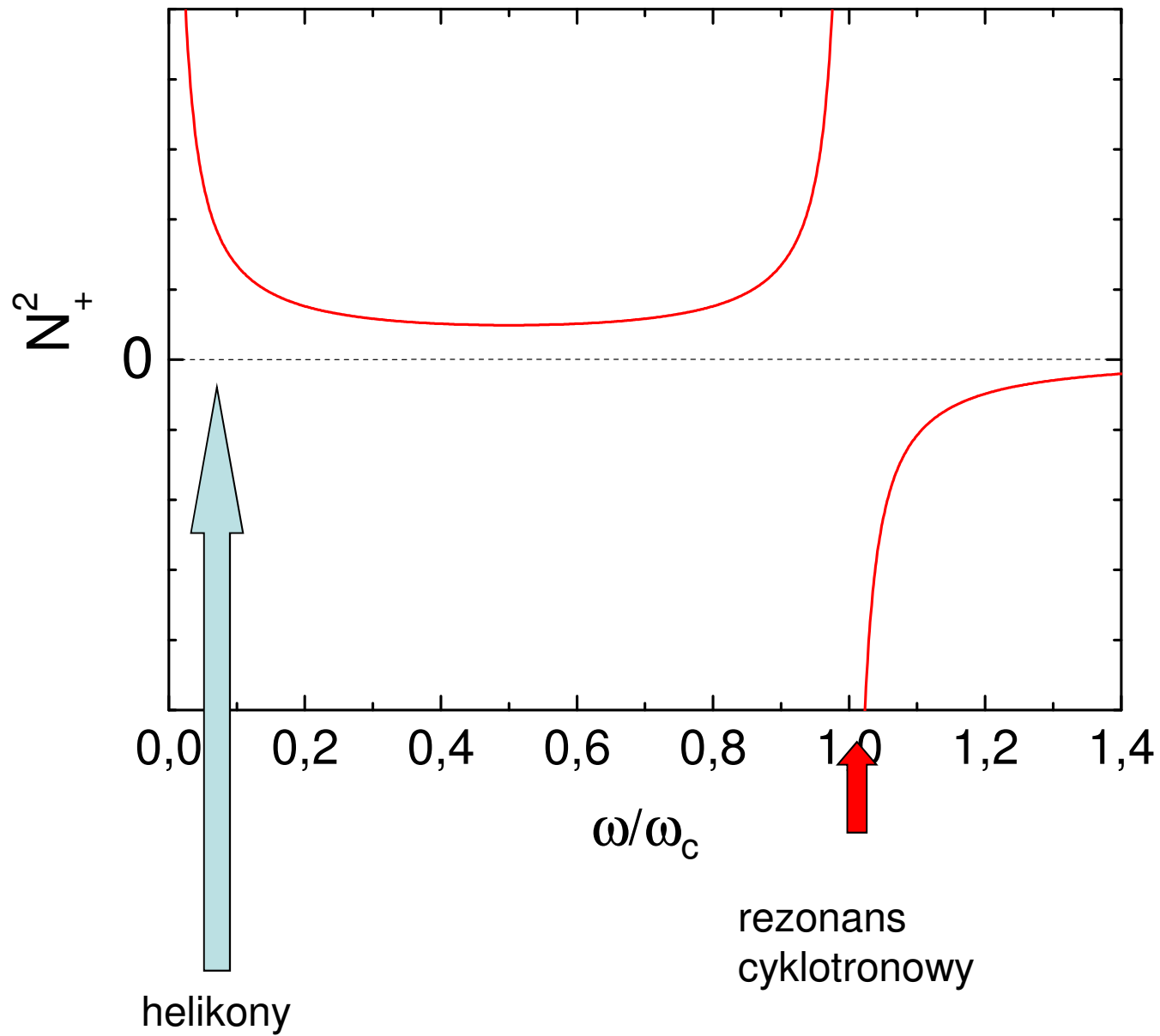


Helikon – poprzeczna  
fala w plazmie  
spolaryzowana kołowo –  
ośrodek staje się przezroczysty!

$$\omega = \frac{k^2 c^2}{\epsilon_{st} \omega_p^2} \omega_c$$

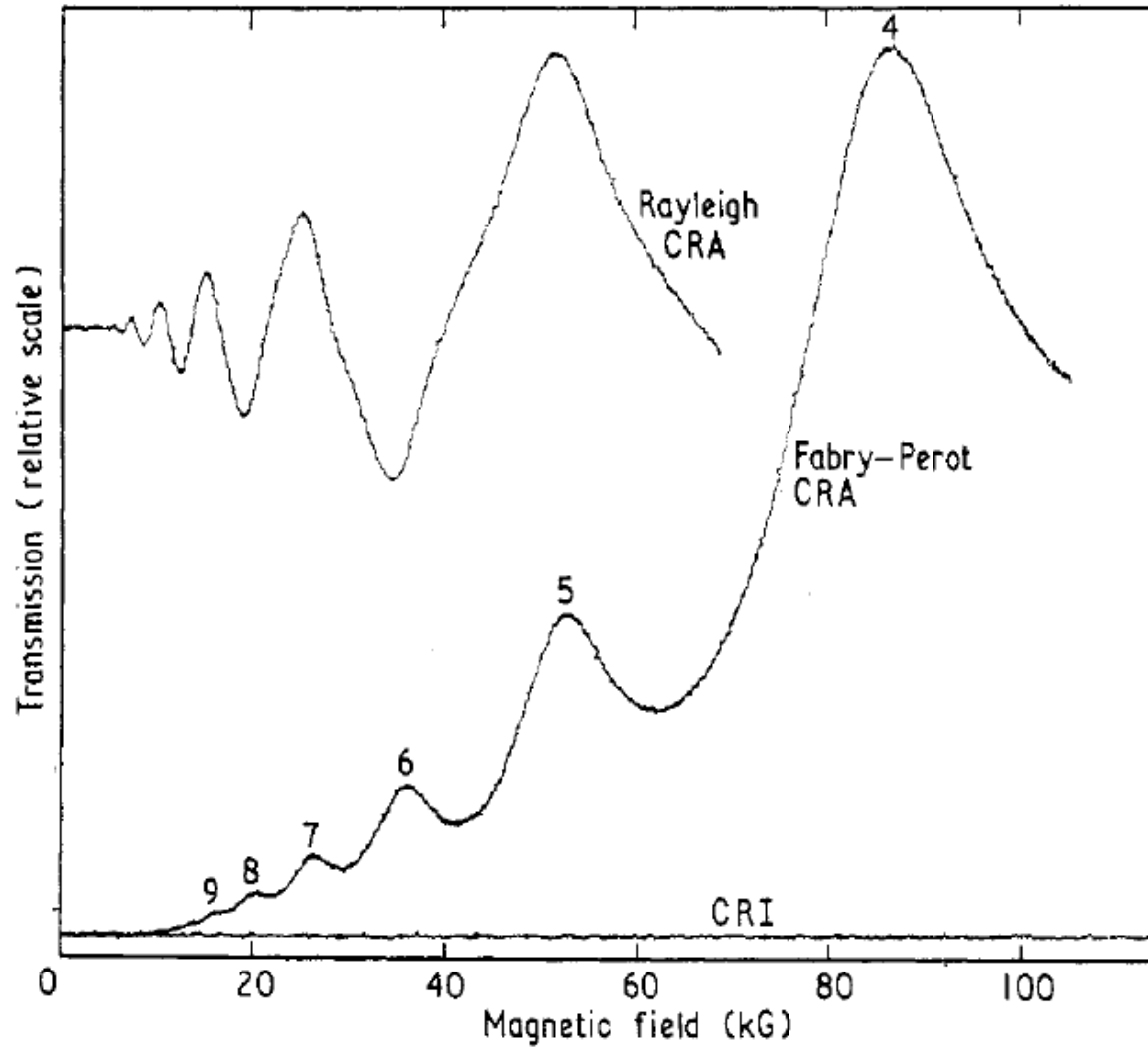
Helikon porusza się  
wzdłuż pola  
magnetycznego  
z bardzo małą prędkością!

$$\omega = c \sqrt{\frac{\omega\omega_c}{\epsilon_{st} \omega_p^2}} k$$





# Propagacja helikonów



Palik & Furdyna, Rep. Prog. Phys. **33** 1193 (1970)

# Magnetyczny efekt Kerra

Badamy efekt odbicia od powierzchni półprzewodnika fali spolaryzowanej liniowo, rozchodzącej się wzdłuż kierunku pola magnetycznego. Częstość fali bliska częstości plazmowej.

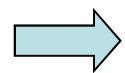
Polaryzacja fali odbita ulega skręceniu i pojawia się eliptyczna polaryzacja światła. Zjawisko to nazywamy magnetoptycznym efektem Kerra lub odbiciowym efektem Faradaya.

Falę padającą spolaryzowaną liniowo rozkładamy na fale o polaryzacji kołowej. Przy padaniu prostopadłym do powierzchni próbki, amplitudy fal spolaryzowanych kołowo można wyrazić za pomocą ich rzutu na osie x, y:

$$E_{\pm} = E_x \pm iE_y$$



$$\frac{E_{\pm}}{E_p} = \frac{\tilde{n}_{\pm} - 1}{\tilde{n}_{\pm} + 1} = \frac{n_{\pm} + i\kappa_{\pm} - 1}{n_{\pm} + i\kappa_{\pm} + 1} = \frac{n_{\pm}^2 + \kappa_{\pm}^2 - 1 + 2i\kappa_{\pm}}{(n_{\pm} + 1)^2 + \kappa_{\pm}^2}$$



Zmiana fazy fal spolaryzowanych kołowo na skutek odbicia

$$\operatorname{tg}(\Delta_{\pm}) = \frac{2\kappa_{\pm}}{n_{\pm}^2 + \kappa_{\pm}^2 - 1}$$

Skręcenie płaszczyzny polaryzacji fali odbitej względem fali padającej (dokładniej kąt pomiędzy dłuższą osią elipsy fali odbitej a płaszczyzną polaryzacji fali padającej):

$$\theta = \frac{\Delta_+ - \Delta_-}{2}$$

W obecności pola magnetycznego amplitudy fal spolaryzowanych kołowo prawoskrętnie i lewoskrętnie są różne



Fala odbita jest spolaryzowana eliptycznie

$$\xi = \frac{|E_+| - |E_-|}{|E_+| + |E_-|}$$

$$\frac{|E_{\pm}|}{E_p} = \frac{\left[ (n_{\pm}^2 + \kappa_{\pm}^2 - 1)^2 + 4\kappa_{\pm}^2 \right]^{1/2}}{(n_{\pm} + 1)^2 + \kappa_{\pm}^2}$$

W odróżnieniu od efektu Faradaya skręcenie płaszczyzny polaryzacji (w efekcie Kerra) występuje tylko przy odbiciu od ośrodka pochłaniającego. Żeby uzyskać informacje o masach efektywnych nośników należy badać efekt Kerra w pobliżu krawędzi plazmowej.



$$n_+ = 0 \quad n_- = 0$$

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon_{\infty} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right)$$

Szukamy krawędzi plazmowej  $\epsilon_{\pm} = 0 \Rightarrow \omega_+ \omega_-$  górna i dolna „krawędź plazmowa”

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2} \pm \frac{1}{2} \omega_c$$

Podobnie jak w przypadku odbicia magnetoplazmowego

$$\omega_+ - \omega_- = \omega_c$$

# Magnetyczny efekt Kerra

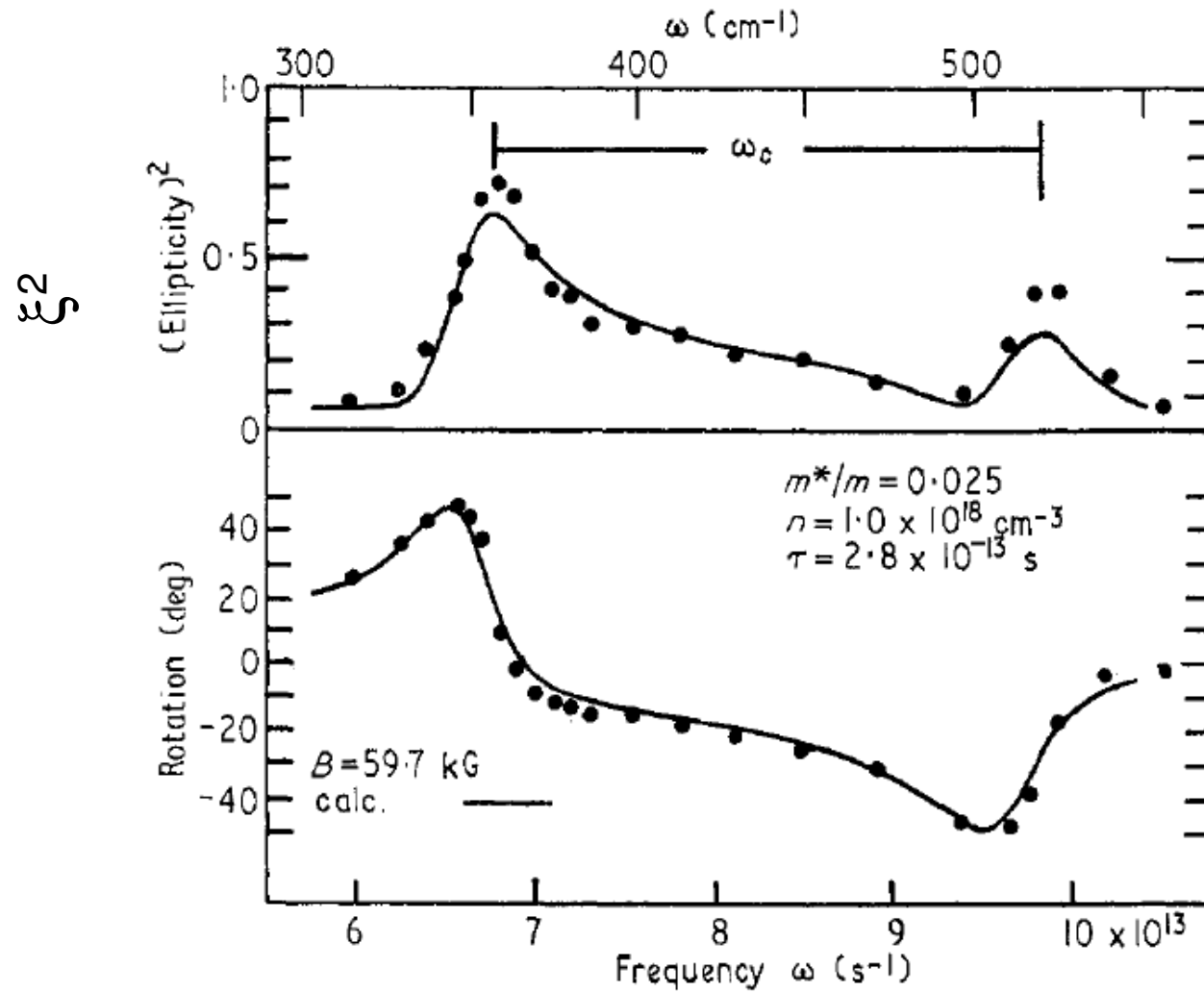


Figure 25. Reflection Faraday rotation and ellipticity for n-type InSb (after Palik *et al.* 1962).

# Konfiguracja Voigta

$$\vec{N} \perp \vec{B} \quad \vec{N} = [N, 0, 0] \quad \vec{B} \parallel z$$

Szukamy rozwiązań równania Maxwella:

$$-\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{E}_0) + N^2 \vec{E}_0 - \epsilon \vec{E}_0 = 0$$

Obliczamy

$$-\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{E}) = \begin{pmatrix} -N^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad N^2 \vec{E} = \begin{pmatrix} N^2 & 0 & 0 \\ 0 & N^2 & 0 \\ 0 & 0 & N^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} -\epsilon_{xx} & -\epsilon_{xy} & 0 \\ +\epsilon_{xy} & N^2 - \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & N^2 - \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0$$

# Rozwiązania

Dwójłomność wymuszona polem magnetycznym

$$N_1^2 = N_{\perp}^2 = \frac{\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{xy}^2}{\epsilon_{xx}} \equiv \epsilon_{\perp}$$

Promień nadzwyczajny

$$N_2^2 = N_{\parallel}^2 = \epsilon_{zz} \equiv \epsilon_{\parallel}$$

Nie zależy od pola magnetycznego!

Promień zwyczajny.

$$\vec{E} \parallel \vec{B}$$

Rozpatrzmy jeszcze równanie

$$-\epsilon_{xx} E_x - \epsilon_{xy} E_y = 0 \quad \Rightarrow \quad E_x = -\frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx}} E_y$$

**Czyli istnieje pole podłużne wzdłuż wektora propagacji fali!!!**

Dostajemy więc polaryzację podłużną ośrodka!

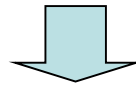
Fizycznie związane jest to z własnościami siły Lorentza, która działa na nośniki!

Ma to ogromne znaczenie dla propagacji modów sprzężonych plazmon-fonon w polu magnetycznym.

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}} = \frac{2(\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy})(\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy})}{(\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}) + (\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy})} = \frac{2\varepsilon_{+}\varepsilon_{-}}{\varepsilon_{+} + \varepsilon_{-}}$$

Rozpatrzmy zera  $\varepsilon_{\perp}$

$$\varepsilon_{\perp} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{+} = 0 \quad \text{lub} \quad \varepsilon_{-} = 0$$



To już było!

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2} \pm \frac{1}{2} \omega_c$$

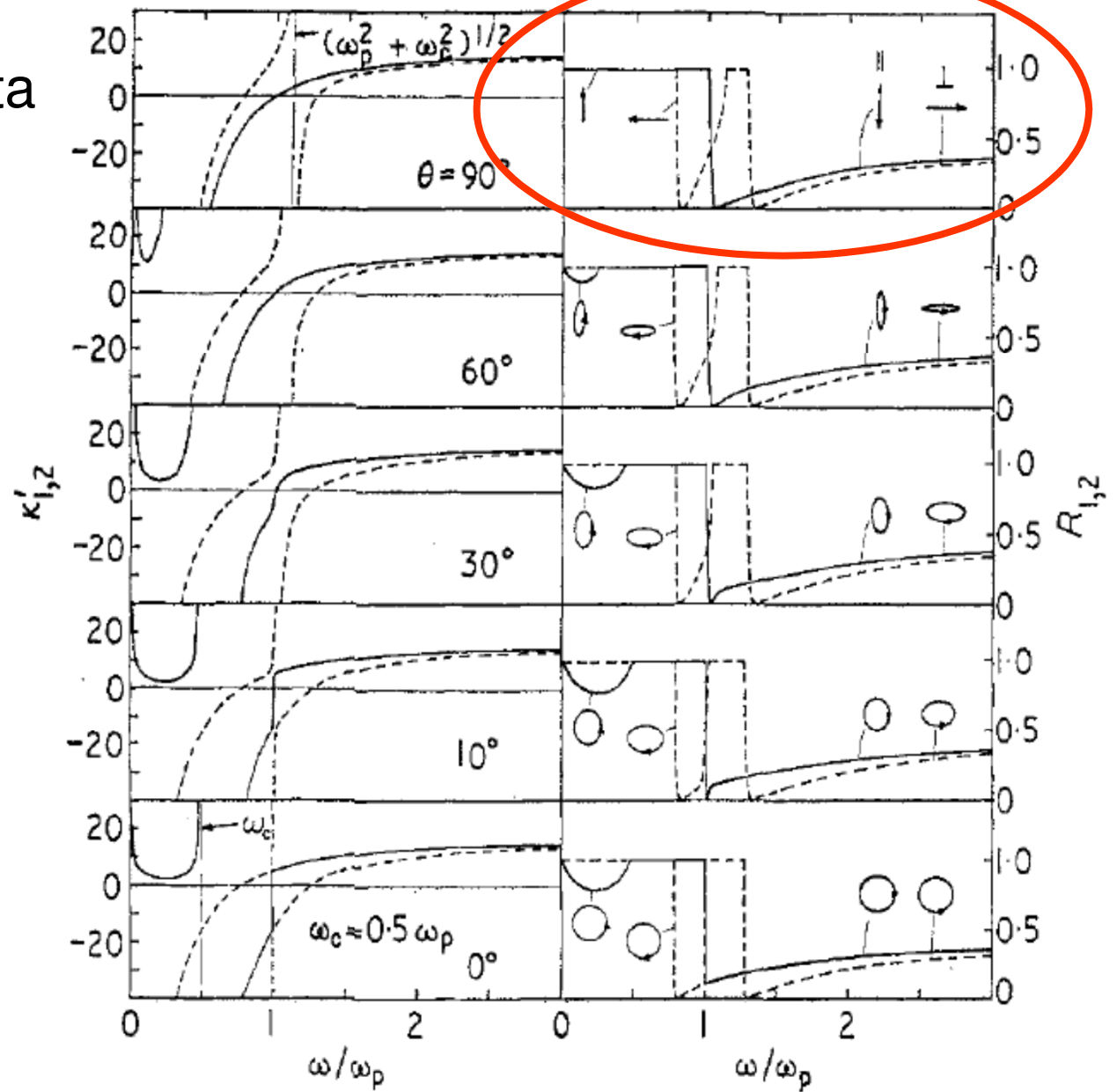


$$\omega_{+} - \omega_{-} = \omega_c$$

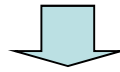
Zera  $\varepsilon_{\parallel}$   $\Rightarrow$  takie samo zachowanie jak dla B=0  
(zwyczajny)



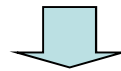
# Odbicie plazmowe w konfiguracji Voigta



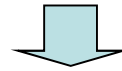
Osobliwości:  $\varepsilon_{\perp}$   
 $\varepsilon_{xx} = 0$  lub  $\varepsilon_{+} + \varepsilon_{-} = 0$   $\varepsilon_{\pm} = \varepsilon_{\infty} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right)$



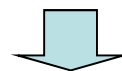
$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} + 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c)} = 0$$



$$2\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2) - \omega_p^2\omega(\omega - \omega_c) - \omega_p^2\omega(\omega + \omega_c) = 0$$



$$2\omega^4 - 2\omega^2\omega_c^2 - \omega_p^2\omega^2 + \omega_p^2\omega\omega_c - \omega_p^2\omega^2 - \omega_p^2\omega\omega_c = 0$$



$$2\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2) = 0$$

$$\omega = 0 \quad \text{lub}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2}$$

Rezonans  
 plazmowo  
 cyklotronowy

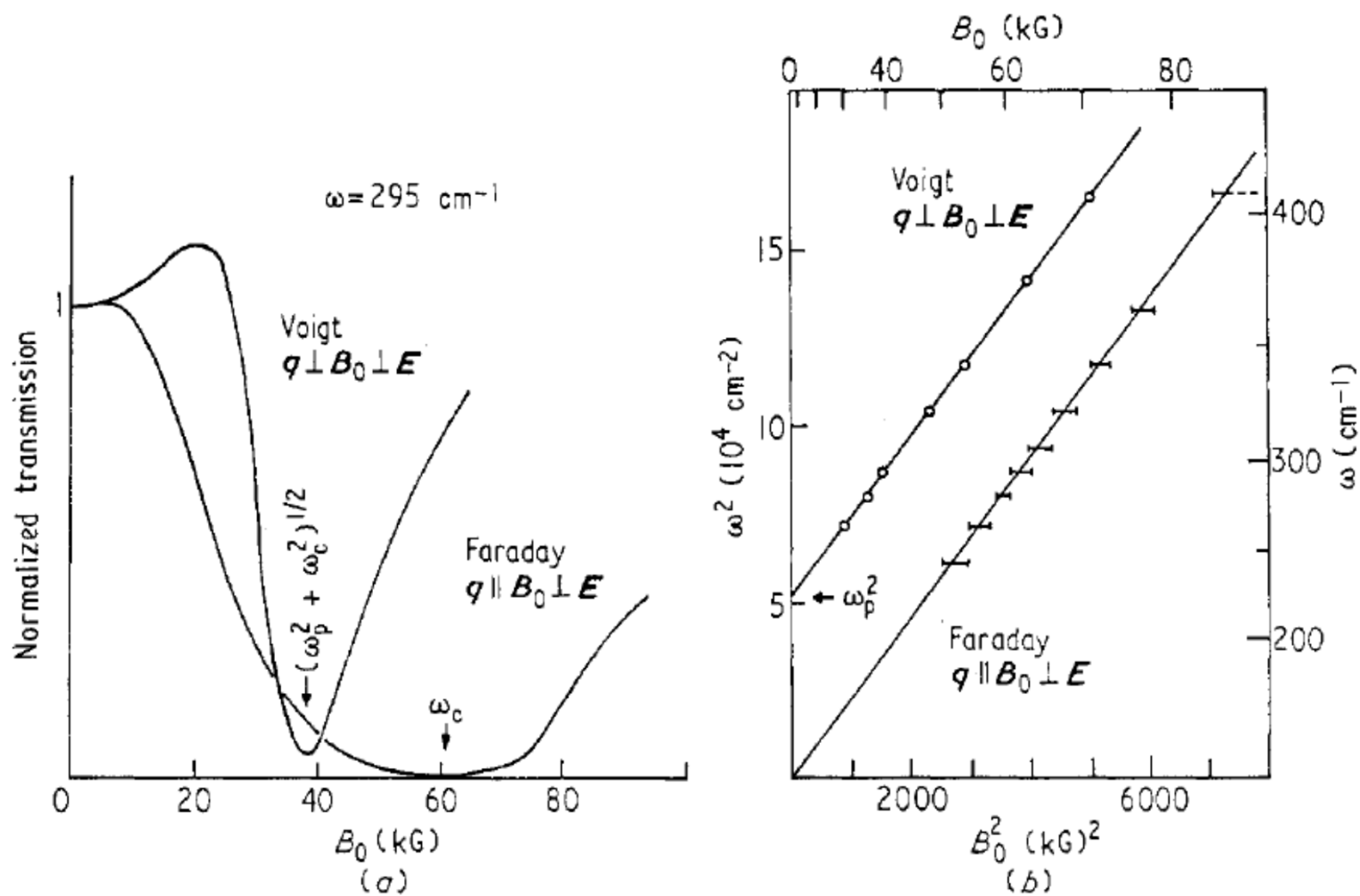


Figure 31. Faraday and Voigt cyclotron resonances in n-type InSb (after Iwasa *et al.* 1966).  
 (a) Transmission showing line shape. (b) Magnetic field and frequency dependence.