

Podstawy fizyki III

ćwiczenia 1

3 października 2018 r.

1. (Szereg Fouriera) Rozważmy funkcję $f(x)$, rzeczywistej zmiennej x , która jest całkowna na przedziale $[x_0 - P; x_0 + P]$, dla rzeczywistych x_0 i P . Przedstaw tę funkcję jako sumę funkcji okresowych (sinus) o okresie $2P$.
2. Oblicz transformatę Fouriera funkcji schodkowej.
3. Własność filtracji delty Diraca. Pokaż, że $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x_0) = f(x_0)$.
4. Pokaż, że transformata odwrotna transformaty Fouriera funkcji to funkcja pierwotna.
5. Oblicz transformatę Fouriera funkcji cosinus.
6. Pokaż, że rodzina funkcji $u_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{ikx}$ (k – rzeczywiste) tworzy bazę w przestrzeni funkcji całkownych z kwadratem dla iloczynu skalarnego $\langle f|g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x)g(x)dx$. Znajdź współczynniki rozwinięcia funkcji $f(x)$ w tej bazie.
7. Wyraż pole elektryczne spolaryzowanej fali płaskiej o częstotliwości ω w próżni za pomocą funkcji u_k .
8. Pokaż, że im krótszy sygnał w czasie, tym szerszy w domenie częstotści.

ćwiczenia 2

9 października 2018 r.

1. Podaj dowód twierdzenia o splocie $\widehat{f * g} = \hat{f}\hat{g}$, $\widehat{fg} = \hat{f} * \hat{g}$
2. Pewien idealny laser wysyła wiązkę promieniowania elektromagnetycznego opisaną równaniem $E(t) = A\exp(i\omega_0 t)$. Idealny spektrometr rejestruje jej widmo przez czas 2τ . Jakie widmo zarejestruje spektrometr?
3. Grupa nieruchomych dwupoziomowych atomów, o różnicy energii E i czasie życia poziomu górnego τ_0 , wzbudzana jest jednocześnie i natychmiastowo (do poziomu wzbudzonego). Wyznacz widmo emitowane przez grupę atomów po wzbudzeniu.
4. Wyznacz transformatę Fouriera funkcji Gaussa.
5. Wyznacz wynik interferencji w czasie dwóch identycznych sygnałów przesuniętych w częstotściach, $\hat{f}(\omega)$ i $\hat{f}(\omega + \Delta\omega)$.
6. Znajdź transformatę Fouriera z pochodnej funkcji f (która jest całkowna z kwadratem i różniczkowalna).