



Oddziaływanie światła z materią – model Lorentza, dyspersja ośrodka



Oddziaływanie światła z materią (nierezonansowe)

równania Maxwella razem z równaniami materiałowymi

$$\overline{D} = \varepsilon_0 \overline{E} + \overline{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \overline{E}$$

prowadzą do równania falowego w dielektryku

$$\nabla^2 \overline{E} - \left(\frac{n}{c} \right)^2 \frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = ?$$



Model Lorentza – założenia

- ➔ nieruchome jądra + ruchome elektrony
- ➔ $\bar{F} = e(\bar{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \approx e\bar{E}$
- ➔ dynamika Newtona - $\bar{a} = \frac{F}{m}$
- ➔ rozmiary atomu $\ll \lambda$
- ➔ oddziaływanie jądro – elektron opisane równaniem oscylatora harmonicznego z tłumieniem

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \sigma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m}$$

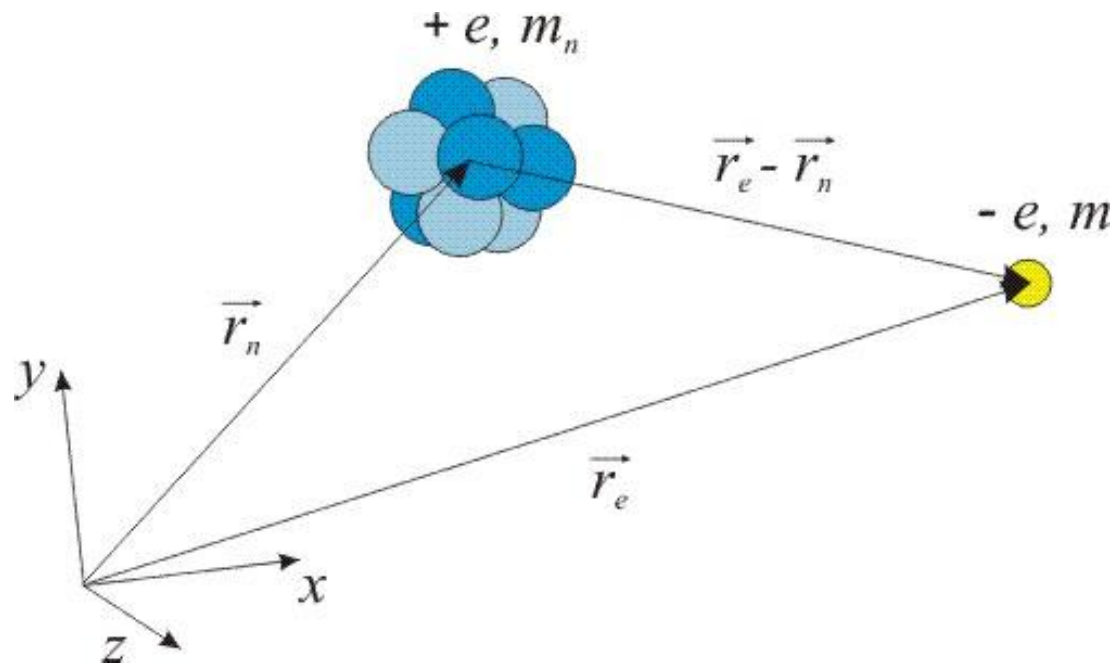
przyspieszenie tłumienie częstość rezonansowa

- ➔ polaryzacja ośrodka jest sumą momentów dipolowych atomów

$$\bar{P} = N \cdot e\bar{x}$$

gęstość atomów moment dipolowy atomu

Model Lorentza



... elastic force, which must be considered to be exerted by the other particles in the atom, but about whose nature we are very much in the dark, [...] proportional to the displacement.

H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*, Leipzig, Teubner, 1916

Model Lorentza i monochromatyczna fala płaska

Atom w polu fali elektromagnetycznej:

- pole elektryczne

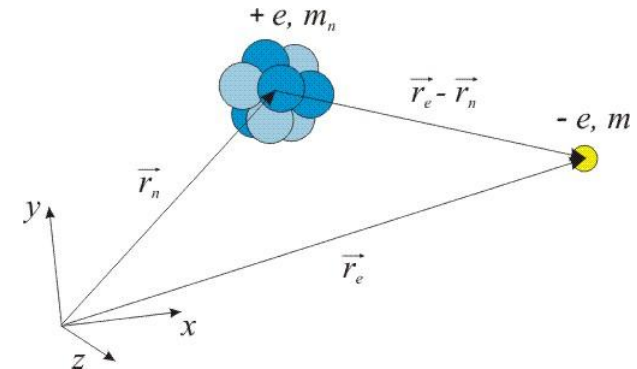
$$\bar{E}(z, t) = \text{Re}[\bar{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}]$$

- równanie ruchu elektronu

$$\frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + \sigma \frac{d\bar{x}}{dt} + \omega_0^2 \bar{x} = \frac{e\bar{E}_0}{m} e^{i(\omega t - kz)}$$

- rozwiązanie

$$\bar{x}(t) = \frac{\frac{e\bar{E}_0}{m} e^{i(\omega t - kz)}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\sigma\omega}$$





Model Lorentza a współczynnik załamania

polaryzowalność
elektronowa

$$\bar{P} = Ne\bar{x} = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\sigma\omega} \bar{E} = \varepsilon_0 \chi(\omega) \cdot \bar{E}$$

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \bar{E} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 \chi(\omega) \bar{E} = \varepsilon_0 \underbrace{(1 + \chi(\omega))}_{\varepsilon = n^2} \bar{E}$$

$$n^2(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 + \chi_0(\omega) \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\sigma\omega} =$$

$$= 1 + \frac{\chi_0(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\sigma\omega)^2} - i \frac{\chi_0 \sigma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\sigma\omega)^2}$$

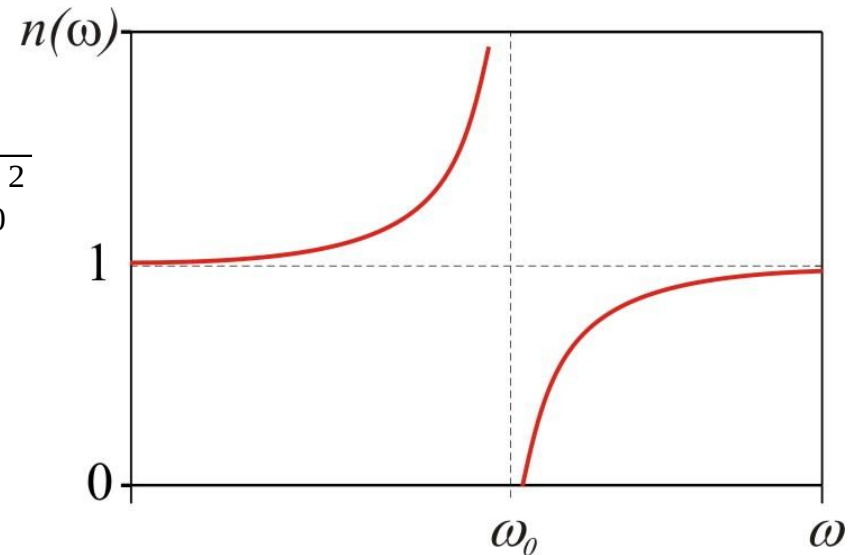
$$\chi_0 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$$



Model Lorentza a współczynnik załamania

jeśli $\sigma = 0$ (oscylator bez tłumienia)

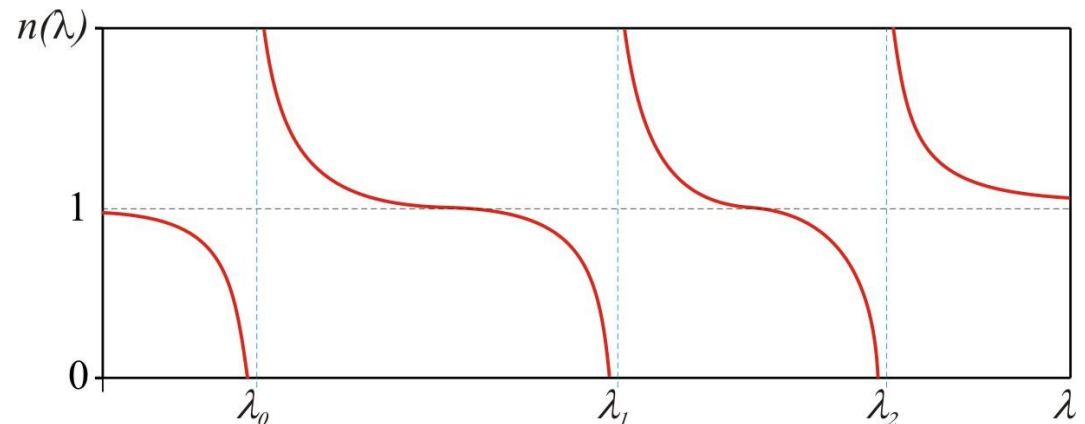
$$n^2(\omega) = 1 + \chi_0 \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = 1 + \frac{\chi_0}{(2\pi c)^2} \frac{\lambda_0^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$$



dla kilku częstości rezonansowych

$$\omega_{0i} \rightarrow \lambda_{0i}, i = 1, 2, \dots$$

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{\chi_0}{(2\pi c)^2} \sum_i \frac{\lambda_{0i}^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0i}^2}$$





Model Lorentza a współczynnik załamania

wzory Sellmeiera – empiryczne formuły na współczynnik załamania

przykład: szkło SF 10 z katalogu firmy Schott

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

$$B_1 = 1,61625977$$

$$B_2 = 0,259229334$$

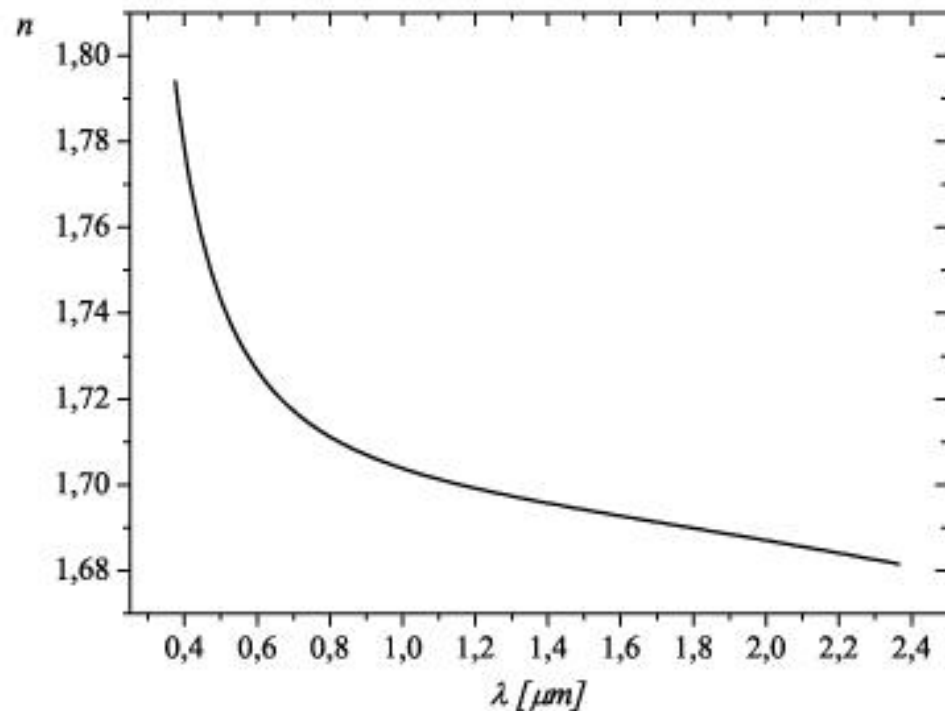
$$B_3 = 1,07762317$$

$$C_1 = 0,0127534559$$

$$C_2 = 0,0581983954$$

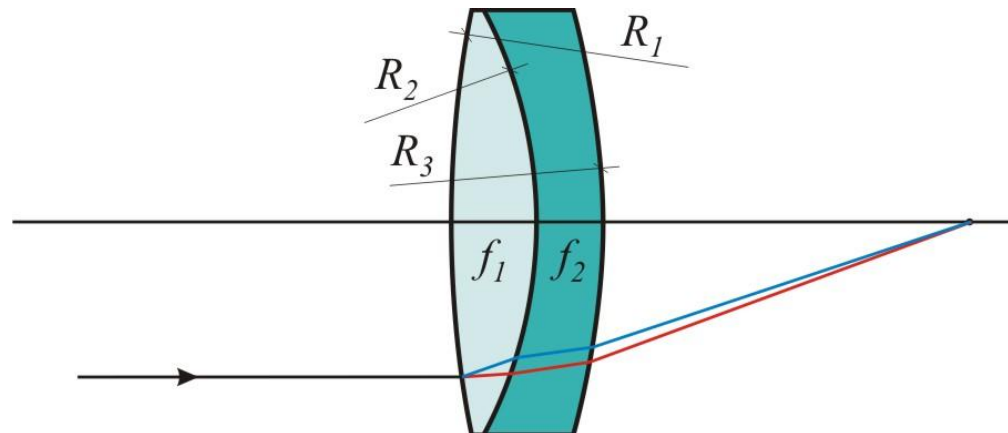
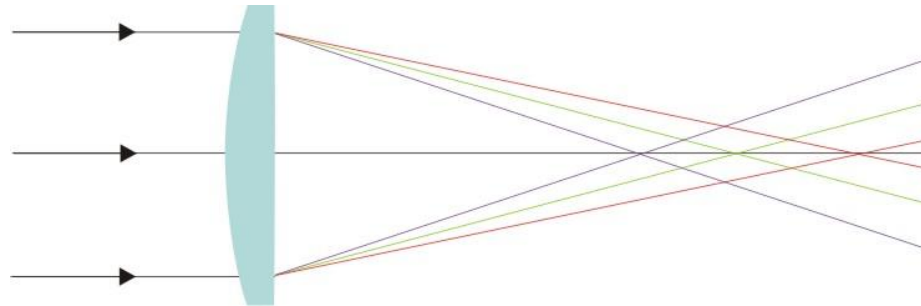
$$C_3 = 116,607680$$

$$n(0,532 \mu\text{m}) = 1,73673$$



Model Lorentza a współczynnik załamania

korekcja aberracji chromatycznej soczewek



In reply to Euler's suggestion in 1747 that achromatic object lenses could be made using different types of glass pastes, John Dollond (1706-1761) pointed to Newton's demonstrations that such lenses were not possible, and began corresponding with Euler on this score. In 1755, however, a professor from Uppsala, Klingenstierna, sent Dollond geometrical proof that Newton's findings were wrong. This, together with the fact that Dollond had in the meantime found out about the first achromatic lenses made and sold by George Bass, encouraged him to produce his first achromatic lens. Made with a concave *flint*-glass lens and a convex *crown*-glass lens, it had a focal length of 5 feet (c. 1.6 m) and provided brighter images than a normal 15-metre focus lens. It was presented to the Royal Society by James Short on 8 June 1758. Dollond, who became member of the Royal Society - receiving its highest scientific accolade of the time, the Copley medal - copyrighted his process, having found out that other lens-makers had made achromatic lenses with *flint* glass, according to George Bass' model. Three years after his death, his son Peter successfully brought charges against other craftsmen who, convinced of the priority of George Bass' work and the idea of Chester Moor Hall, denied the validity of the copyright. Success in this case would halve the price of achromatic lenses.



Model Lorentza a współczynnik załamania i absorpcja

jeśli $\sigma \neq 0$

$n^2(\omega) = (n_R - in_I)^2$ współczynnik załamania
światła jest zespolony

$$n(\omega) = n_R - in_I$$

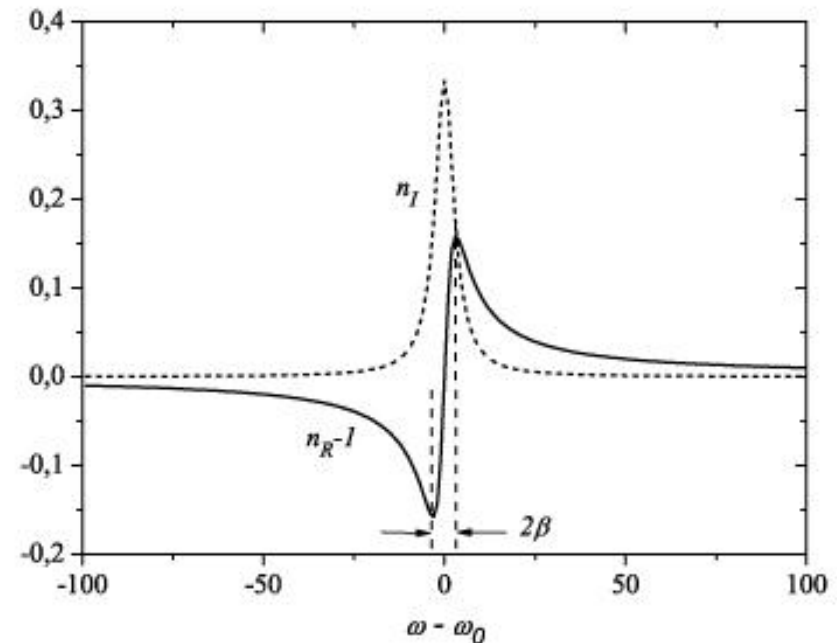
$$E(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - \frac{n \cdot \omega}{c} z)} =$$

$$= E_0 e^{i(\omega t - \frac{n_R \omega}{c} z)} e^{-\frac{\overbrace{n_I \omega}^{\frac{\alpha}{2}}}{c} z} =$$

$$= E_0 e^{-\frac{\alpha}{2} z} e^{i(\omega t - \frac{n_R \omega}{c} z)}$$

$$\alpha = \frac{2n_I \omega}{c} \quad \text{współczynnik ekstynkcji} \\ \text{(tłumienia)}$$

$$I(z) \propto |E(z)|^2 = E^2 e^{-\alpha z} \quad \text{prawo Berr'a}$$





Model Lorentza a kształt linii

w pobliżu rezonansu $\omega - \omega_0 \leq \sigma \ll \omega_0, \omega$

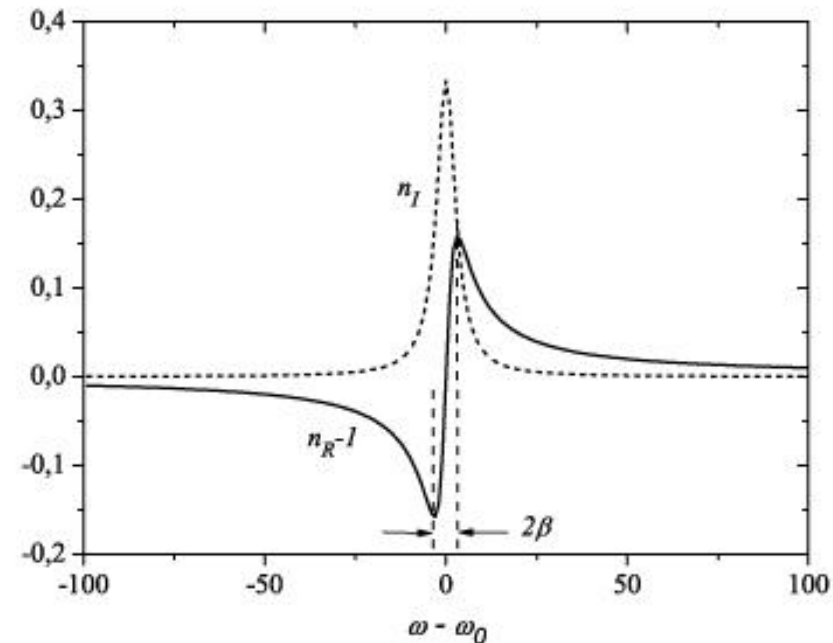
$$\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega) \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$$

$$\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\sigma\omega)^2} = \frac{2\omega_0(\omega_0 - \omega)}{4\omega_0(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} = \frac{1}{2\omega_0} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}$$

$$\frac{\sigma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\sigma\omega)^2} = \frac{1}{2\omega_0} \frac{\sigma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}$$

$$n_R(\omega) \cong 1 + \frac{\chi_0}{2\omega_0} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} \quad \text{profil dyspersyjny}$$

$$n_I(\omega) \cong \frac{\chi_0}{2\omega_0} \frac{\sigma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} \quad \text{profil Lorentza}$$





Technology focus – optical materials

- krusztaly (monokrystaly, jak i warstwy polikrystaliczne), przede wszystkim tlenków (SiO_2 , TiO_2), fluorków (CaF_2 , MgF_2), z grupy III-V (ZnSe , ZnTe , GaAs , GaN) oraz IV-VI (...) oraz kilku czystych pierwiastków (Ge , Si , C)
- szkła (jedno- i wieloskładnikowe)
- matryce do materiałów laserowych inne niż szkła (Al_2O_3 , YAG, YVO)
- krusztaly nieliniowe, dwójłomne (jedno i dwuosiowe) (KDP, BBO, BIBO, LiNbO)
- materiały organiczne - polimery



Technology focus – optical materials

- współczynnik tłumienia
- współczynnik załamania
- jednorodność
- naprężenia
- możliwość wytworzenia elementu o zadanej wielkości i innych parametrach
- stabilność chemiczna
- twardość
- próg zniszczenia
- cena