

Zad. 1

Udowodnij następującą równość (rozkład Gordona):

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p')\frac{(p+p')^\mu}{2m}u(p) + \bar{u}(p')\frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m}q_\nu u(p),$$

gdzie p' , p są czteropędami cząstki o masie m oraz

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu], \quad q_\nu = (p' - p)_\nu.$$

Wskazówka: zacznij od $\bar{u}(p')\frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m}q_\nu u(p) = \dots$

Zad. 2

Z czterech macierzy Diraca γ^μ i ich iloczynów można zbudować zupełny układ szesnastu macierzy Γ_A ($A = 1, \dots, 16$)

$$1, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma_5\gamma^\mu \quad \text{i} \quad \gamma^{\mu\nu} = [\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$$

a) pokaż, że $(\Gamma^A)^2 = \pm 1$,

b) sprawdź, że są one liniowo niezależne, tzn. z równości $\sum_A c_A \Gamma_A = 0$ wynika znikanie wszystkich c_A .

Zad. 3

Oblicz $|\mathcal{M}|^2$ (uśrednione po spinach początkowych) dla procesu $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ trzymając masę $m_\pi \neq 0$. Porównać rozkład kątowy produkowanego pionu i zależność od energii początkowej całkowitego przekroju czynnego blisko progu na tę reakcję z analogicznymi wielkościami analizowanymi na ćwiczeniach dla procesu $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Zad. 4

Korzystając z rachunków wykonanych na ćwiczeniach, przedstaw $|\mathcal{M}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)|^2$ (wysumowane po polaryzacjach końcowych i uśrednione po polaryzacjach początkowych cząstek) jako funkcje zmiennych Mandelstama s, t, u . Zakładamy, że masy $m_e = m_\mu = 0$.

Zad. 5

W modelu standardowym pochodna kowariantna (dla części elektroslabej $SU(2)_L \times U(1)_Y$) ma postać

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\vec{T}\vec{W}_\mu - ig'YB_\mu/2,$$

gdzie \vec{W}_μ , g i $\vec{T} = \vec{\sigma}/2$ to odpowiednio pole cechowania, stała sprzężenia i generatory grupy $SU(2)_L$ izospinu, i analogicznie B_μ , g' i Y - dla grupy $U(1)_Y$ hiperładunku. Pole Higgsa $H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$ ma hiperładunek +1. Powtórz rachunek z wykładu dla wyrazu proporcjonalnego do kwadratu wartości próżniowej Higgsa $\langle H^0 \rangle = v/\sqrt{2}$ powstającej z członu kinetycznego pola Higgsa $|D_\mu H|^2$ po złamaniu symetrii elektroslabej. Przeprowadzić diagonalizację macierzy masy dla składowej neutralnej W_μ^0 i B_μ .

Zad. 6

Pokaż, że w teorii Fermiego różniczkowy przekrój czynny w układzie środka masy (zaniedbując masy wszystkich leptonów) ma postać:

a) $d\sigma/d\Omega = G_F^2 E^2/\pi^2$ dla procesu $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_e + \mu^-$,

b) $d\sigma/d\Omega = G_F^2 E^2(1 - \cos\theta)^2/4\pi^2$ dla procesu $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$,

gdzie E jest energią początkowego (anty)neutrino, a θ - kątem między kierunkiem wylotu mionu i kierunkiem początkowego (anty)neutrino.

Zad. 7

W ramach modelu standardowego oblicz szerokości połowkowe dla następujących rozpadów bozonu Higgsa:

na parę fermionów $\Gamma(H \rightarrow f\bar{f})$,

na parę bozonów cechowania $\Gamma(H \rightarrow ZZ)$ i $\Gamma(H \rightarrow W^+W^-)$.