Zadania domowe z Matematyki II L
SERIA 7

1. Obliczyć całkę krzywoliniową nieskierowaną $\int\limits_C xy\,ds$, gdzie kontur C jest częścią elipsy $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ leżącą w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.

2. Obliczyć dlugość krzywej sparametryzowanej w następujący sposób:
$$x(t)=2a\cos t-a\cos 2t,\quad y(t)=2a\sin t-a\sin 2t,\quad t\in[0,2\pi].$$

3. Korzystając z twierdzenia Greena obliczyć
$$\int_\Gamma e^x[(1+\cos y)dx+(y-\sin y)dy],$$
gdzie Γ jest krzywą zorientowaną zgodnie z ruchem wskazówek zegara i składającą się z odcinka $0\leqslant x\leqslant\pi$ i wykresu $y(x)=\sin x$.

4. Obliczyć całkę krzywoliniową $\int\limits_C(\vec{r}+\vec{a})\cdot d\vec{r}$ po krzywej Γ sparametryzowanej w następujący sposób:
$$\vec{r}(u)=(\cos u,2,\sin u),\quad u\in[0,2\pi].$$
$\vec{a}=(1,1,1)$ jest stałym wektorem.

5. Obliczyć strumień pola wektorowego $\vec{E}(x,y,z)=(x,y,z)$ przez zorientowaną na zewnątrz powierzchnię
$$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3: x^2+y^2+z^2=a^2\}.$$

6. Znaleźć dywergencję i rotację pola wektorowego $\vec{A}(\vec{r})=\dfrac{1}{r^n}(\vec{e}\times\vec{r})$, gdzie $\vec{e}$ jest stałym wektorem a $n>0$.