HENRYK GRENIEWSKI

Próba dedukcyjnej teorji przyczynowości.

TREŚĆ: Uwagi wstępne.

Uwagi wstępne.

O przyczynowości pisano już bardzo dużo. Cała filozofja jest tym tematem przepełniona. Naogół jednak traktowano zagadnienia przyczynowościowe w sposób, niestety, nieścisły, nie mogący zadowolić logistyków. Wydaje się jasnem, że program logika matematycznego w stosunku do przyczynowości powinien być następujący:

1) Podać określenie terminu "A *jest przyczyną* B", określenie zgodne z wymaganiami logiki współczesnej i możliwie najbardziej oddające potoczny sens tego wyrażenia.

2) Opierając się na powyższem określeniu i ewentualnych określeniach innych terminów przyczynowościowych, zbudować dedukcyjną teorję przyczynowości.

3) Sformułować postulaty determinizmu i indeterminizmu i zbadać ich stosunek do postulatów teorji przyczynowości.

4) Zbadać zastosowania teorji przyczynowości (czy są i jakie?).

Program powyższy przez nikogo nie został w całości wykonany. W referacie niniejszym ośmielam się przedstawić pewne próby i drobne rezultaty w zakresie pierwszego oraz częściowo drugiego i trzeciego punktu; pomijam w nim niemal zupełnie uwagi historyczne, polemiczne oraz sprawę zastosowań (punkt ostatni programu).

Wiele bardzo rzeczy w tej pracy zawdzięczam p. L. Chwistkowi, p. T. Kotarbińskiemu, p. S. Leśniewskiemu i p. W. Wilkoszowi oraz następującym rozprawom:

„Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny" p. J. Łukasiewicza[1]); „De l'idée de cause" p. B. Russella[2]).

Zarzut ewentualny, że całego wysuniętego przed chwilą programu nie warto wykonywać, gdyż przyczynowość nie ma w nauce poważniejszych zastosowań, zarzut, pod którym podpisałby się (sądząc po wyżej cytowanej rozprawie) Bertrand Russell, staram się odeprzeć w sposób następujący:

1) Niezależnie od zastosowań sprecyzowanie sensu terminów przyczynowościowych oraz zbudowanie systemu dedukcyjnego z poglądów na przyczynowość — jest dla logika matematycznego pracą ciekawą, jestto bowiem próba „matematyzacji" pewnej nowej dziedziny.

2) Wydaje mi się, że teorja przyczynowości może mieć dość duże zastosowanie w teorji czynu, którą buduje p. T. Kotarbiński [3]).

Uwagi o wykonaniu niniejszej pracy:

1) Referat ten jest przystosowany do pewnej bardzo prostej doktryny typów logicznych [4]), będącej uproszczeniem teorji typów p. Russella [5]). Na możliwość przyjęcia stosowanej tu doktryny typów zwrócił pierwszy uwagę p. L. Chwistek w rozprawie p. t. „Antynomje logiki formalnej" [6]).

Odróżniam typikalnie:
indywidua (przedmioty typu najniższego),
funkcje zdaniowe indywiduów,
funkcje tych funkcyj i t. d.

Dwie funkcje zdaniowe uważam jedynie wtedy za przedmioty tego samego typu, jeżeli posiadają taką samą ilość argumentów i argumenty te są odpowiednio tych samych typów.

N i e odróżniam więc typikalnie w przyjętej tu doktrynie typów matryc, funkcyj 1-go, 2-go i t. d. rzędu o argumentach tego samego typu.

Klasy identyfikuję za p. L. Chwistkiem z funkcjami zdaniowemi o jednym argumencie, zaś stosunki z funkcjami zdaniowemi o dwu argumentach [7]).

2) Koncepcja czasu, wprowadzona w niniejszym referacie, jest wzorowana na czasie fizyki klasycznej, n i e zaś na czasie fizyki relatywistycznej.

Uwagi o osiągniętych rezultatach:

1) Wszystkie terminy przyczynowościowe dają się określić przy pomocy dwu tylko terminów pierwotnych: *"Hyperprzestrzeń"* i *"jest wcześniejsze od"* [8]).

2) Teorję przyczynowości oparłem na 4-ch postulatach, intuicyjnie jasnych, podałem dowody niesprzeczności i niezależności tych postulatów przy pomocy logiki i arytmetyki.

3) Teorja przyczynowości daje się zbudować bez rozstrzygnięcia całego szeregu zagadnień, dotyczących budowy Hyperprzestrzeni i Czasu (ilość wymiarów Hyperprzestrzeni, ciągłość Hyperstrzeni, skończoność, czy nieskończoność Hyperprzestrzeni, czy Hyperprzestrzeń jest dziedziną (w sensie topologicznym) czy zbiorem brzegowym, czy posiada i jakie punkty styczności, skupienia, zagęszczenia, jaka jest miara Lebeusgue'owska Hyperprzestrzeni (o ile jest mierzalna); czy Czas jest skończony, czy nieskończony, jakie są jego przekroje ze względu na stosunek poprzedzania wśród punktów czasowych i t. d.)

4) Według common-sense'u stosunek przyczynowy zacho z między zdarzeniami. Okazało się, że wygodniej jest przyjąć, że s to sunek ten zachodzi miedzy zbiorami zdarzeń.

5) Postulat determinizmu [9]) i postulat indeterminizmu zostały sformułowane jako pewne postulaty istnienia. Podałem dowód niesprzeczności postulatu indeterminizmu względem przyjętych 4-ch aksjomatów teorji przyczynowości przy pomocy interpretacji z zakresu arytmetyki.

6) Do budowy teorji przyczynowości potrzebne są i wystarczają następujące teorje: teorja dedukcji, teorja zmiennych pozornych, teorja klas, teorja stosunków oraz w minimalnym zakresie arytmetyka liczb kardynalnych.

Używam symboliki Peano-Russellowskiej z drobnemi modyfikacjami. Dla uniknięcia nieporozumień podaję następującą tablicę:

$p \underset{Df}{=} q$	p znaczy z definicji q
$p \mid q$	ani p, ani q
$\sim p$	nie jest prawdą, że p, nie p, $p \mid p$
$p \vee q$	p lub q, $\sim (p \mid q)$
$p \supset q$	jeżeli p, to q, $\sim p . \vee q$
$p . q$	p i q, $\sim (\sim p . \vee . \sim q)$
$p \equiv q$	p równoważne q, $p \supset q . q \supset p$
., :, :.,	kropek używamy między zdaniami zamiast konjunkcji, pozatem zamiast nawiasów;

$(x).\varphi x$	przy wszelkiem $x, \varphi x$,
$(x,y).\varphi\{x,y\}$	przy wszelkich x,y, $\varphi\{x,y\}$; $(x):(y).\varphi\{x,y\}$
$(\exists x).\varphi x$	przy pewnem $x, \varphi x$; $\sim((x).\sim\varphi x)$
$(\exists x,y).\varphi\{x,y\}$	przy pewnych x,y, $\varphi\{x,y\}$; $(\exists x):(\exists y).\varphi\{x,y\}$
$\varphi x \supset_x \psi x$	$(x).\varphi x \supset \psi x$
$\varphi\{x,y\}.\supset_{x,y}.\psi\{x,y\}$	$(x,y):\varphi\{x,y\}.\supset.\psi\{x,y\}$
$x = y$	x jest identyczne z y, $\varphi x \supset_\varphi \varphi y$
$\alpha \underset{Df}{=} \beta$	α znaczy z definicji β
$x'[\varphi x]$ [10])	klasa takich x-ów, że φx
$\iota' x$	klasa złożona z x, izos x, $z'[x = z]$
Λ, V	klasa pusta, $x'[x \neq x]$; klasa pełna, $x'[x = x]$
$x \varepsilon \alpha$	x należy do α, αx
$x,y \varepsilon \alpha$	x oraz y należą do α, $x \varepsilon \alpha . y \varepsilon \alpha$
$\alpha \subset \beta$	α jest częścią β, $x \varepsilon \alpha . \supset_x . x \varepsilon \beta$
$\alpha = \beta$	α równa się β, $\alpha \subset \beta . \beta \subset \alpha$
$\alpha \neq \beta$	α nie równa się β, $\sim(\alpha = \beta)$
$\alpha < \beta$	α jest właściwą częścią β, $\alpha \subset \beta . \alpha \neq \beta$
$\alpha \cup \beta$	α łącznie z β, $x'[x \varepsilon \alpha . \vee . x \varepsilon \beta]$
$\alpha \cap \beta$	α na wspólne z β, $x'[x \varepsilon \alpha . x \varepsilon \beta]$
$\alpha - \beta$	α mniej β, $x'[x \varepsilon \alpha . \sim(x \varepsilon \beta)]$
$\exists ! \alpha$	α jest niepusta, $(\exists x) . x \varepsilon \alpha$
Cls	klasa pełna klas, $\alpha'[\alpha = \alpha]$
$Cl'\alpha$	klasa podkas α—y, $\gamma'[\gamma \subset \alpha]$
$(\text{℩}x)(\varphi x)$	jedyne x, takie, że φx
$E!(\text{℩}x)(\varphi x)$	istnieje jedyne x, takie, że φx
$\min_R{}'\alpha$	minimum klasy α, ze względu na stosunek R
$x'y'[\varphi\{x,y\}]$ [10])	stosunek między x,y, takiemi, że $\varphi\{x,y\}$
$x \downarrow y$	para x,y; $x'y'[x = x . y = y]$
$R \cup S$	R lub S $x'y'[xRy . \vee . xSy]$
$D'R$	dziedzina stosunku R, $x'[(\exists y) . xRy]$
$\text{Ɑ}'R$	przeciwdziedzina stosunku R, $y'[(\exists x) . xRy]$
$s'A$	suma łączna rodziny (klasy klas) A, $x'[(\exists \alpha) . x \varepsilon \alpha . \alpha \varepsilon A]$
$\alpha \operatorname{sm} \beta$	α jest równoliczna z β
$Nc'\alpha$	liczba główna (kardynalna) klasy α, $\beta'[\alpha \operatorname{sm} \beta]$
Cls fin	klasa klas skończonych
Cls inf	klasa klas nieskończonych
N_0	klasa liczb induktywnych (całkowitych)

Rat, Real	klasa liczb wymiernych, klasa liczb rzeczywistych
$<_c, <_r, <, \leqslant_c, \leqslant_r, \leqslant$	stosunek mniejszości, mniejszości lub równości wśród liczb kardynalnych, wymiernych, rzeczywistych
$\aleph_0$	alef—zero (najmniejsza liczba pozaskończona)
"x"	znak przedstawiający x

Podane w powyższej tablicy sposoby czytania symboli są b. praktyczne i ułatwią zupełnie czytelnikowi zorjentowanie się w dalszym tekście. Z punktu widzenia zupełnej ścisłości są one jednak przeważnie niepoprawne.

1. Podstawy teorji przyczynowości.

Wprowadzam dwa terminy pierwotne "He" i "$<_\Theta$".

Sposoby czytania: "He"—Hyperprzestrzeń i "$<_\Theta$"—jest wcześniejsze od (ew. stosunek wcześniejszości).

Do budowy teorji przyczynowości potrzebne są tylko te własności He i $<_\Theta$, które podam w aksjomatach. Przy intuicyjnem „zżywaniu się" z teorją przyczynowości najlepiej jest wyobrazić sobie He jako euklidesową hyperprzestrzeń o czterech wymiarach (w tem jeden czasowy) lub jeszcze lepiej jako zbiór wszystkich punktochwil materjalnych wspomnianej hyberprzestrzeni, zaś stosunek $<_\Theta$ jako stosunek wcześniejszości (fizyki klasycznej) między punktochwilami [11]).

Przyjmuję następującą definicję:

1.001 $\quad a =_\Theta b \,.\, \underset{Df}{=} : a, b \,\varepsilon\, He : a <_\Theta b \,.\, | \,.\, b <_\Theta a$

Sposób czytania: "$a =_\Theta b$" — a jest równoczesne z b.

Powiedzenie: a jest równoczesne z b znaczy z definicji, że a oraz b należą do Hyperprzestrzeni i a nie jest wcześniejsze od b i b nie jest wcześniejsze od a.

Przyjmuję następujące aksjomaty:

1.01 $\quad \exists ! He$

1.02 $\quad a,b \,\varepsilon\, He \,.\, a <_\Theta b \,.\, \supset \,.\, \sim (b <_\Theta a)$

1.03 $\quad a,b,c \,\varepsilon\, He \,.\, a <_\Theta b \,.\, b <_\Theta c \,.\, \supset \,.\, a <_\Theta c$

1.04 $\quad a =_\Theta b \,.\, b =_\Theta c \,.\, \supset \,.\, a =_\Theta c$

Badanie aksjomatyki:

a) Dowód niesprzeczności. Interpretuję He jako pewne n-wymiarowe continuum, mianowicie jako zbiór wszystkich n-wyrazowych ciągów liczb rzeczywistych ($1 \leqslant_c n \leqslant_c \aleph_0$); stosunek $<_\Theta$ interpretuję jako stosunek mniejszości dla liczb rzeczywistych, zachodzący między pierwszemi wyrazami elementów tego n-wymiarowego continuum. W tej interpretacji aksjomaty 1.01.02.03.04 przechodzą w zdania prawdziwe teorji ciągów liczb rzeczywistych. Dowód niesprzeczności został więc przeprowadzony. Można bez trudności znaleźć mnóstwo innych dowodów niesprzeczności przyjętej tu aksjomatyki.

b) Dowody niezależności.

Dla 1.01. Interpretuję He jako Λ, zaś $<_\Theta$ jako $\hat{x}\hat{y}[x=y]$; w tej intespretacji 1 01 przechodzi w zdanie fałszywe, pozostałe aksjomaty w zdania prawdziwe (pusto spełnione).

Dla 1.02. Interpretuję He jako N_0, zaś $<_\Theta$ jako $\leqslant_c$; w tej interpretacji 1.02 przechodzi w zdanie fałszywe, pozostałe w zdania prawdziwe.

Dla 1.03. Interpretuję He jako $\iota^{\text{c}}0 . \cup . \iota^{\text{c}}1 . \cup . \iota^{\text{c}}2$ oraz $<_\Theta$ jako $0 \downarrow 1 . \cup . 1 \downarrow 2$, w tej interpretacji 1.03 staje się zdaniem fałszywem (na gruncie arytmetyki liczb całkowitych np. Peanowskiej) [12]).

Dla 1.04. Interpretuję He jako Cls oraz $<_\Theta$ jako $\prec$. W tej interpretacji postulat 1.04 przechodzi w zdanie fałszywe, pozostałe aksjomaty stają się zdaniami prawdziwemi.

c) Aksjomatyka 1.01.02.03.04 nie przesądza [13]) ilości wymiarów Hyperprzestrzeni, widać to z dowodu niesprzeczności, gdzie n może się zmieniać między 1 a $\aleph_0$.

Przyjęte tu cztery aksjomaty nie przesądzają, czy Hyperprzestrzeń jest skończona, czy nieskończona. W interpretacji, podanej dla dowodu niesprzeczności, He staje się klasą nieskończoną; podam teraz interpretację, w której spełnione są postulaty 1.01.02.03.04, i w której He przechodzi w klasę skończoną: Interpretuję He jako $\hat{\alpha}[\alpha \varepsilon N_0 . \alpha \leqslant_c 100]$, oraz $<_\Theta$ jako $<_c$. Wiadomo z arytmetyki, że $\hat{\alpha}[\alpha \varepsilon N_0 . \alpha \leqslant_c 100] . \varepsilon$ Clsfin. Bez najmniejszych trudności przekonać się można przy pomocy prostych interpretacyj, że aksjomatyka 1.01.04.03.04 nie przesądza wymienionych w Uwagach wstępnych własności Hyperprzestrzeni (patrz punkt 3) uwag o osiągniętych rezultatach).

Przyjmuję następujące definicje:

1.11 $\quad T^{\text{c}}a \underset{\text{Df}}{=} \hat{b}[a =_\Theta b]$

Sposób czytania "$T^{\text{c}}a$"—współrzędna czasowa ${}^{\text{c}}a$.

1.12 $\quad \mathbf{Tp} \underset{\text{Df}}{=} \hat{t}[(\exists a) . a \varepsilon \mathbf{He} . T^{\text{c}}a = t]$

Sposób czytania "Tp"—Czas.

Współrzędna czasowa jest abstraktem równoczesności, podobnie jak liczba główna (moc) jest abstraktem równoliczności. Czas zdefinjowałem jako zbiór współrzędnych czasowych wszystkich elementów Hyperprzestrzeni.

1.121 $$t_1 <_\tau t_2 \,.\, \underset{Df}{=} : t_1, t_2 \,\varepsilon\, \mathrm{Tp} : a \,\varepsilon\, t_1 \,.\, b \,\varepsilon\, t_2 \,.\supset_{a,b} .\, a <_\Theta b$$

Sposób czytania "$<_\tau$" — poprzedza czasowo. Powiedzenie: t_1 poprzedza czasowo t_2 znaczy z definicji, że t_1 oraz t_2 należą do Czasu i każdy element t_1 jest wcześniejszy od każdego elementu t_2.

1.122 $$t_1 \leqslant_\tau t_2 \,.\, \underset{Df}{=} : t_1 <_\tau t_2 \,.\vee.\, t_1, t_2 \,\varepsilon\, \mathrm{Tp} \,.\, t_1 = t_2$$

Sposób czytania "$\leqslant_\tau$" poprzedza lub równa się czasowo.

1.123 $$\mathrm{t}_1 <_\gamma \mathrm{t}_2 \,.\, \underset{Df}{=} : \mathrm{t}_1 \cup \mathrm{t}_2 \,.\subset \mathrm{Tp} :$$
$$: t_1 \,\varepsilon\, \mathrm{t}_1 \,.\supset_{t_1} (\exists t_2) \,.\, t_2 \,\varepsilon\, \mathrm{t}_2 \,.\, t_1 \leqslant_\tau t_2 :$$
$$: t_{22} \,\varepsilon\, \mathrm{t}_2 \,.\supset_{t_{22}} .\, (\exists t_{11}) \,.\, t_{11} \,\varepsilon\, \mathrm{t}_1 \,.\, t_{11} <_\tau t_{22}$$

Sposób czytania "$<_\gamma$" wyprzedza czasowo. Powiedzenie: t_1 wyprzedza czasowo t_2 znaczy na mocy definicji, że zachodzą trzy następujące warunki:

1) t_1 łącznie z t_2 jest częścią Czasu,
2) do każdego elementu t_1 istnieje element zbioru t_2 poprzedzany lub równy czasowo tamtemu,
3) do każdego elementu zbioru t_2 istnieje element t_1 poprzedzający czasowo tamten.

1.124 $$\mathrm{t}_1 \leqslant_\gamma \mathrm{t}_2 \,.\, \underset{Df}{=} : \mathrm{t}_1 <_\gamma \mathrm{t}_2 \,.\vee: \mathrm{t}_1 = \mathrm{t}_2 : \mathrm{t}_1 \cup \mathrm{t}_2 \,.\subset \mathrm{Tp}$$

Sposób czytanin "$\leqslant_\gamma$"—wyprzedza lub równa się czasowo.

1.125 $$\mathrm{CT} \underset{Df}{=} \mathrm{t}'[\mathrm{t} \subset \mathrm{Tp} : t_1 <_\tau t_2 \,.\, t_2 <_\tau t_3 \,.\, t_1, t_3 \,\varepsilon\, \mathrm{t} \,.\supset_{t_1, t_2, t_3} .\, t_2 \,\varepsilon\, \mathrm{t}]$$

Sposób czytania "CT" klasa odcinków czasowych. Odcinkami czasowemi nazywam takie i tylko takie podzbiory Czasu, które posiadają tę własność, że jeżeli do któregokolwiek z nich należą dwa punkty czasowe, to wszystkie pośrednie punkty czasowe też do tego zbioru należą.

1.1251 $$\mathrm{T}_1 <_{\gamma\gamma} \mathrm{T}_2 \,.\, \underset{Df}{=} : \mathrm{T}_1 \cup \mathrm{T}_2 \,.\subset \mathrm{Cl}'\mathrm{Tp} :$$
$$: \mathrm{t}_1 \,\varepsilon\, \mathrm{T}_1 \,.\supset_{\mathrm{t}_1} .\, (\exists \mathrm{t}_2) \,.\, \mathrm{t}_2 \,\varepsilon\, \mathrm{T}_2 \,.\, \mathrm{t}_1 \leqslant_\gamma \mathrm{t}_2 :$$
$$: \mathrm{t}_{22} \,\varepsilon\, \mathrm{T}_2 \,.\supset_{\mathrm{t}_{22}} .\, (\exists \mathrm{t}_{11}) \,.\, \mathrm{t}_{11} \,\varepsilon\, \mathrm{T}_1 <_\gamma \mathrm{t}_{22}$$

Sposób czytania "$<\gamma\gamma$"—zupełnie wyprzedza zbiorowo. Stosunek wyprzedzania zbiorowego łączy T_1 i T_2 jedynie wtedy, jeżeli spełnione są wszystkie trzy następujące warunki:

1) T_1 łącznie z T_2 jest pewną klasą podklas Czasu,
2) do każdego elementu T_1 istnieje wyprzedzany przezeń element T_2,
3) do każdego elementu T_2 istnieje wyprzedzający go element klasy T_1.

1.1252 $$T_1 \leqslant\gamma\gamma\, T_2 \,.\, \underset{\mathrm{Df}}{=} : T_1 \cup T_2 \,.\subset Cl`Tp : \\ : t_1 \varepsilon T_1 \,.\supset_{t_1} . (\exists t_2) \,.\, t_2 \varepsilon T_2 \,.\, t_1 \leqslant\gamma\, t_2 : \\ : t_{22} \varepsilon T_2 \,.\supset_{t_{22}} . (\exists t_{11}) \,.\, t_{11} \varepsilon T_1 \,.\, t_{11} \leqslant\gamma\, t_{22}$$

Sposób czytania "$\leqslant\gamma\gamma$" wyprzedza zbiorowo.

1.131 $$R^s \underset{\mathrm{Df}}{=} (\iota x)\,(x \,\varepsilon\, D`R)$$
1.132 $$R^d \underset{\mathrm{Df}}{=} (\iota x)\,(x \,\varepsilon\, \mathrm{Cl}`R)$$

Sposoby czytania "R^d" lewy człon stosunku R
"R^s" prawy człon stosunku R

1.141 $$Ev \underset{\mathrm{Df}}{=} \hat{a}\,[a \subset He : \hat{t}\,[(\exists a) \,.\, a \,\varepsilon\, a \,.\, T`a = t] \,.\, \varepsilon\, CT]$$

Sposób czytania "Ev"—klasa przebiegów. Przebiegiem nazywam taką część Hyperprzestrzeni, której „rzut" na Czas jest odcinkiem czasowym.

1.142 $$Ph \underset{\mathrm{Df}}{=} \hat{f}\,[E!\,f^s \,.\, E!\,f^d \,.\, f^s \subset Ev \,.\, f^d \,\varepsilon\, Ev]$$

Sposób czytania "Ph"—klasa zjawisk (zdarzeń). Skrót "Ph" od "*fenomen*", poszczególne, dowolne zdarzenia będę oznaczał: f, f_1, f_2 i t. d. Zdarzeniem nazywam pewien stosunek, mianowicie parę porządkową, której lewym członem jest jakaś klasa przebiegów, prawym zaś jakiś przebieg.

Zdarzeniem jest np. para porządkowa, której lewym członem jesst klasa ludzi wykładających w Królewcu, prawym zaś I. Kant; parę taką można krótko czytać: To, że Kant należy do ludzi wykładających w Królewcu [14]).

1.143 $$\overline{a,t} \,.\, \underset{\mathrm{Df}}{=} \hat{a}\,[a \,\varepsilon\, a \,.\, T`a \,\varepsilon\, t]$$

Sposób czytania "$\overline{a,t}$"—przecięcie a,t. Przecięciem a,t nazywamy zbiór wszystkich przedmiotów, należących do a, których współrzędna czasowa należy do t.

1.144 $f \rightarrow t \mathrel{.} \underset{Df}{=} : f \varepsilon Ph : \exists ! t : t \subset Tp : \overline{f^d, t} \mathrel{.} \varepsilon f^s :$

$: t' [(\exists a) \mathrel{.} a \varepsilon \overline{f^d, t} \mathrel{.} T'a = t] \mathrel{.} = t$

Sposób czytania "→"—trwa. Powiedzenie: "f trwa t" znaczy, że są spełnione wszystkie następujące warunki:

1) f jest zdarzeniem,
2) t jest niepuste,
3) t jest częścią Czasu,
4) przecięcie prawego członu f z t należy do lewego członu f,
5) „rzut" przecięcia prawego członu f z t na Czas równa się t.

Najbardziej istotny jest warunek 4), pozostałe wprowadziłem dla uniknięcia pewnych komplikacyj. Dla unaocznienia zgodności między przyjętą tu definicją wyrazu „trwa", a potocznem rozumieniem trwania podaję następujący przykład:

Wyrażenie "To, że Kant miał wykład w Królewcu, trwało od trzeciej do czwartej godziny (danego dnia)" znaczy, że

1) To, że Kant ma wykład w Królewcu jest zdarzeniem,
2) Odcinek czasowy 3—4 godzina jest niepusty,
3) Odcinek czasowy 3—4 godzina jest częścią Czasu,
4) Przecięcie Kanta z odcinkiem 3—4 godzina (czyli poprostu Kant od 3-ej do 4-ej) należy do wykładających w Królewcu (ma wykład w Królewcu).
5) Rzut Kanta od 3-ej do 4-ej na Czas równa się odcinkowi 3-a, 4-a godzina.

1.146 $A \mapsto T \mathrel{.} \underset{Df}{=} : \exists ! A : \exists ! T : A \subset Ph : T \subset Cl' Tp :$

$: f \varepsilon A \mathrel{.} \supset_f \mathrel{.} (\exists t) \mathrel{.} t \varepsilon T \mathrel{.} f \rightarrow t$

$: t_1 \varepsilon T \mathrel{.} \supset_{t_1} \mathrel{.} (\exists f_1) \mathrel{.} f_1 \varepsilon A \mathrel{.} f_1 \rightarrow t_1$

Sposób czytania "↦" trwa zbiorowo. Powiadam, że A trwa zbiorowo T jedynie wtedy, o ile zachodzi następujących 6 warunków:

1) A jest niepuste,
2) T jest niepuste,
3) A jest pewną klasą zdarzeń,
4) T jest pewną klasą podzbiorów Czasu,
5) do każdego f, należącego do A istnieje t należące do T, takie, że f trwa t,
6) do każdego t_1 należącego do T istnieje f_1 takie, że f_1 należy do A i f_1 trwa t_1.

1.153 $\Delta \underset{Df}{=} f' [f \varepsilon Ph : Nc' t' [f \rightarrow t] \mathrel{.} = O]$

Sposób czytania "Λ" — zero przyczynowe. Zerem przyczynowym nazwałem zbiór zdarzeń nigdy nie trwających.

1.154 $\quad V \underset{Df}{=} f'[f \varepsilon Ph : \exists ! t . t \varepsilon CT . \supset_t . f \rightarrow t]$

Sposób czytania "V" — jedynka przyczynowa. Jedynką przyczynową nazywam klasą zdarzeń trwających w każdym niepustym odcinku czasowym

1.155 $\quad Ph_1 \underset{Df}{=} . Ph - \Lambda$

Sposób czytania "Ph_1"—klasa zdarzeń właściwych.

1 156 $\quad T_1 \curlywedge T_2 . \underset{Df}{=} :. T_1 \cup T_2 . \subset Cl' Tp :.$

$$:. t_1 \varepsilon s'T_1 . t_2 \varepsilon s'T_2 . \supset_{t_1 t_2} . t_1 <_\tau t_2 : \vee$$

$$\vee : t_{11} \varepsilon s'T_1 . t_{22} \varepsilon s'T_2 . \supset_{t_{11} t_{22}} . t_{22} <_\tau t_{11}$$

Sposób czyiania "$\curlywedge$" - wyłącza. Powiadam, że T_1 wyłącza T_2 jedynie wtedy, jeżeli: 1) T_1 oraz T_3 są zbiorami części Czasu (czyli rodzinami zbiorów punktów czasowych), oraz 2) każdy element sumy łącznej T_1 poprzedza czasowo każdy element sumy łącznej T_2, lub też naodwrót każdy element sumy łącznej T_2 poprzedza każdy element sumy łącznej zbioru zbiorów T_1.

Podaję twierdzenia wstępne teorji przyczynowości, potrzebne do dowodów twierdzeń rachunku przyczynowościowego i obznajmiające czytelnika z zasadniczemi własnościami wprowadzonych w tym rozdziale funkcyj zdaniowych.

1.2 $\quad a \varepsilon He . \supset . a =_\Theta a$ $\quad$ [1.001.02]

1.21 $\quad a =_\Theta b . \equiv . b =_\Theta a$ $\quad$ [1.001.]

1.23 $\quad a,b \varepsilon He . \supset : a <_\Theta b . \vee . a =_\Theta b . \vee . b <_\Theta a$ $\quad$ [1.001]

1.24 $\quad a,b,c \varepsilon He . a =_\Theta b . b <_\Theta c . \supset . a <_\Theta c$ $\quad$ [1.001.03.04.21.23]

1.32 $\quad a,b \varepsilon He . \supset : a =_\Theta b . \equiv . T'a = T'b$ $\quad$ [1.11.2.21.04]

Dowód powyższego twierdzenia przeprowadza się przy pomocy t. zw. „principium abstractionis".

1.35 $\quad \exists ! Tp$ $\quad$ [1.01.11.12]

1.36 $\quad \sim (t <_\tau t)$ $\quad$ [1.02.121]

1.37	$t_1 <_\tau t_2 \,.\, t_2 <_\tau t_3 \,.\supset.\, t_1 <_\tau t_3$	[1.03.121]
1.371	$t \varepsilon \mathrm{Tp} \,.\supset.\, t \leqslant_\tau t$	[1.122]
1.372	$t_1 \leqslant_\tau t_2 \,.\, t_2 \leqslant_\tau t_3 \,.\supset.\, t_1 \leqslant_\tau t_3$	[1.122.37]
1.3721	$t_1 <_\tau t_2 \,.\supset.\, t_1 \leqslant_\tau t_2$	[1.122]

Łatwo się przekonać, że stosunek $<_\tau$ porządkuje (w sensie Cantor'a) Czas. Przyjęta aksjomatyka jest zbyt słaba, aby przy jej jedynie pomocy dało się dowieść np., że porządek $<_\tau$ jest gęsty, czy też ciągły i t. p. Jestto okoliczność bardzo ważna; uniezależniam w ten sposób teorję przyczynowości od pewnych niezupełnie załatwionych dotychczas zagadnień fizyki teoretycznej, dotyczących struktury Czasu. (Podobnie, jakeśmy już widzieli, przedstawia się stosunek teorji przyczynowości do zagadnień fizyki teoretycznej, dotyczących struktury Hyperprzestrzeni).

1.374	$t_1 <_\gamma t_2 \,.\, t_2 <_\gamma t_3 \,.\supset.\, t_1 <_\gamma t_3$	[1.123.37]
1.375	$t \subset \mathrm{Tp} \,.\supset t \leqslant_\gamma t$	[1.124)
1.376	$t_1 \leqslant_\gamma t_2 \,.\, t_2 \leqslant_\gamma t_3 \,.\supset.\, t_1 \leqslant_\gamma t_3$	[1.124.374]
1.377	$t_1 <_\gamma t_2 \,.\supset.\, t_1 \leqslant_\gamma t_2$	[1.124]
1.38	$T_1 <_{\gamma\gamma} T_2 \,.\, T_2 <_{\gamma\gamma} T_3 \,.\supset.\, T_1 <_{\gamma\gamma} T_3$	[1.1251.374]
1.381	$T \subset Cl' \mathrm{Tp} \,.\supset.\, T \leqslant_{\gamma\gamma} T$	[1.1252.575]
1.382	$T_1 \leqslant_{\gamma\gamma} T_2 \,.\, T_2 \leqslant_{\gamma\gamma} T_3 \,.\supset.\, T_1 \leqslant_{\gamma\gamma} T_3$	[1.1252.376]
1.383	$T_1 <_{\gamma\gamma} T_2 \,.\supset.\, T_1 \leqslant_{\gamma\gamma} T_2$	[1.1251.1252 377]
1.4	$\mathrm{Tp} \,\varepsilon\, \mathrm{CT}$	[1.121.125]
1.41	$\exists ! \mathrm{CT}$	[1.4]
1.6	$\mathrm{He} \,\varepsilon\, \mathrm{Ev}$	[1.12.141.4]
1.61	$\exists ! \mathrm{Ev}$	[1.6]
1.7	$\mathrm{Ev} \downarrow \mathrm{He} \,.\, \varepsilon\, \mathrm{Ph}$	[1.142.6]
1.73	$\exists ! \mathrm{Ph}$	[1.7]
1.74	$\Lambda_E \downarrow \mathrm{He} \,.\, \varepsilon\, \Delta$ [15])	[1.141.143.144.151.153.6]
1.741	$\exists ! \Delta$	[1.74]
1.75	$\overline{\mathrm{He}, \mathrm{Tp}} \,.=\, \mathrm{He}$	[1.12.143.6]
1.8	$\mathrm{Ev} \downarrow \mathrm{He} \,.\, \varepsilon\, \nabla$	[1.143.144.154.7]
1.81	$\exists ! \nabla$	[1.8]
1 9	$\nabla \subset \mathrm{Ph}_1$	[1.153.154.155]
1.91	$\exists ! \mathrm{Ph}_1$	[1.81.9]
1.92	$f \rightarrow t \,.\equiv.\, \iota' f \mapsto \iota' t$	[1.145]

2. Definicje terminów przyczynowościowych.

Przystępuję obecnie do najważniejszej części referatu, do zdefinjowania terminów przyczynowościowych.

Przyjmuję następujące definicje:

2.11 $$A \prec\lambda B . \underset{Df}{=} : A \cup B . \subset Ph :$$
$$: B \mapsto T_2 . \supset_{T_2} . (\exists T_1) . A \mapsto T_1 . T_1 \langle\gamma\gamma\, T_2 :$$
$$: B \mapsto T_{22} . B \mapsto T_{222} . T_{22} \wedge T_{222} . \supset_{T_{22}, T_{222}} .$$
$$. (\exists T_{11}, T_{111}) . A \mapsto T_{11} . A \mapsto T_{111} . T_{11} \wedge T_{111} .$$
$$. T_{11} \langle\gamma\gamma\, T_{22} . T_{111} \langle\gamma\gamma\, T_{222}$$

Sposób czytania "$\prec\lambda$"—jest właściwą podprzyczyną. Powiedzenie: "A jest właściwą podprzyczyną B" na mocy definicji znaczy to samo, co iloczyn logiczny następujących trzech warunków:

1) A łącznie z B jest pewną klasą zdarzeń,
2) Jeżeli B trwa zbiorowo w T_2, to, dla wszelkich T_2, istnieje takie T_1, że A trwa zbiorowo w T_1 i T_1 wyprzedza zbiorowo T_2,
3) Jeżeli B trwa zbiorowo w T_{22} i trwa zbiorowo w T_{222} i T_{22} wyłącza T_{222}, to, dla wszelkich T_{22}, T_{222}, istnieją takie T_{11}, T_{111}, że A trwa zbiorowo T_{11} i trwa zbiorowo w T_{111} i T_{11} wyłącza T_{111} i T_{11} wyprzedza zbiorowo T_{22} i T_{111} wyprzedza zbiorowo T_{222}.

Dla objaśnienia definicji 2.11 podaję jeszcze przykład: To, że komórka jajowa zaczęła się dzielić, jest właściwą podprzyczyną tego, że organizm, wyrosły z takiej komórki, dojrzał. Mamy w tym przykładzie związek podprzyczynowy właściwy między dwiema klasami zdarzeń: A—klasą wszystkich zdarzeń postaci: to, że komórka jajowa zaczęła się dzielić, a B — klasą wszystkich zdarzeń postaci: że organizm, wyrosły z komórki jajowej, dojrzał. Jeżeli klasa B trwa w zbiorze podzbiorów Czasu T_2, to napewno A trwa zbiorowo w jakimś T_1 takim, że $T_1 \langle\gamma\gamma\, T_2$. Warunek 3) jest w danym przykładzie pusto spełniony, gdyż każdy organizm raz tylko dojrzewa.

2.12 $$A \subset\lambda B . \underset{Df}{=} : A \cup B . \subset Ph :$$
$$: B \mapsto T_2 . \supset_{T_2} . (\exists T_1) . A \mapsto T_1 . T_1 \leqslant\gamma\gamma\, T_2 :$$
$$: B \mapsto T_{22} . B \mapsto T_{222} . T_{22} \wedge T_{222} . \supset_{T_{22}, T_{222}} .$$
$$. (\exists T_{11}, T_{111}) . A \mapsto T_{11} . A \mapsto T_{111} . T_{11} \wedge T_{111} .$$
$$. T_{11} \leqslant\gamma\gamma\, T_{22} . T_{111} \leqslant\gamma\gamma\, T_{222}$$

Sposób czytania "$\subset\lambda$" — jest podprzyczyną. Definicja 2.12 różni się od 2.11 jedynie tem, że stosunek $\langle\gamma\gamma$ zastąpiłem przez

$\leqslant_{\gamma\gamma}$, w ten sposób zapewniłem zwrotność stosunkowi $\subset\lambda$ w obrębie klas zdarzeń.

2.13 $\quad A =_\lambda B . \underset{Df}{=} . A \subset_\lambda B . B \subset_\lambda A$

Sposób czytania "$=_\lambda$" — jest równoważne podprzyczynowo.

2.14 $\quad A <_\mu B . \underset{Df}{=} : A \cup B . \subset Ph :$

$: A \mapsto T_1 . \supset_{T_1} . (\exists T_2) . B \mapsto T_2 . T_1 <_{\gamma\gamma} T_2 :$

$: A \mapsto T_{11} . A \mapsto T_{111} . T_{11} \wedge T_{111} . \supset_{T_{11}, T_{111}} .$

$. (\exists T_{22}, T_{222}) . B \mapsto T_{22} . B \mapsto T_{222} . T_{22} \wedge T_{222} .$

$. T_{11} <_{\gamma\gamma} T_{22} . T_{111} <_{\gamma\gamma} T_{222}$

Sposób czytania "$<_\mu$"—jest właściwą nadprzyczyną. Powiadam, że A jest właściwą nadprzyczyną B jedynie wtedy, jeżeli:

1) A łącznie z B jest pewną klasą zdarzeń,

i 2) jeżeli A trwa zbiorowo w T_1, to dla wszystkich T_1 istnieje T_2 takie, że B trwa zbiorowo w T_2 i T_1 wyprzedza zbiorowo T_2,

i 3) jeżeli A trwa zbiorowo w wyłączających się T_{11} i T_{111}, to, dla wszelkich T_{11} i T_{111}, istnieją takie T_{22} i T_{222}, że B trwa zbiorowo w wyłączających się T_{22} i T_{222}, i T_{11} wyprzedza zbiorowo T_{22} oraz T_{111} wyprzedza zbiorowo T_{222}.

Dla łatwiejszego jeszcze objaśnienia definicji 2.14 podaję następujący przykład: To, że plemnik dostał się do komórki jajowej, jest nadprzyrodzoną właściwą tego, że komórka jajowa pokryła się błoną lub została zniszczona. Mamy tu właściwy związek nadprzyrodzony między dwoma zbiorami zdarzeń: A-zbiorem zdarzeń postaci: to, że plemnik dostał się do komórki jajowej i B-zbiorem zdarzeń postaci: to, że komórka jajowa pokryła się błoną lub została zniszczona. Jeżeli A trwa zbiorowo w T_1, to, dla wszelkich T_1, istnieje jakaś mnogość podmnogości Czasu T_2, że B trwa zbiorowo w T_2 i T_1 wyprzedza zbiorowo T_2. Warunek 3) jest pusto spełniony (o ile dla prostoty przyjmiemy, że nigdy dwa plemniki nie dostają się do jednej komórki jajowej).

W referacie niniejszym odróżniam kilka rozmaitych stosunków przyczynowościowych, Bertrand Russell w cytowanej pracy formułuje tylko jeden, na wzór którego zdefinjowałem stosunek $<_\mu$. P. Russell twierdzi, że jest rzeczą niemożliwą dobrać takie A i B, żeby było $A <_\mu B$ (ściślej aby A oraz B były połączone stosunkiem przycznowym, sformułowanym przez p. Russell'a). *Dowodu* (w ścisłem tego słowa znaczeniu) powyższej tezy p. Russell nie podaje i oczywiście podać nie może; stara się jedynie przekonać czytelnika w sposób następujący: Między czasem trwania pewnego egzemplarza przyczyny (w używanej tu terminologji „właściwej nadprzyczyny"), a czasem trwania odpowiedniego egzemplarza skutku musi istnieć pewien odcinek Czasu, w tym właśnie odstępie czasowym „działanie czynników zewnętrznych" może uniemożliwić trwanie skutku [16]). Argument ten popiera jeszcze p. Russell spostrzeżeniem, że do najbardziej znanych stałych następstw (potarcie zapałki o pudełko—zapalenie zapałki, wrzucenie monety do automatu—wyrzucenie przez automat biletu i t. p.) można dobrać b. łatwo kontrprzykłady (zapałki mokre się nie palą, po wrzuceniu monety, a przed wypadnięciem biletu może nastąpić trzęsienie ziemi).

Ośmielam się twierdzić, że teza p. Russella jest niesłuszna. Oczywiście stanowiska mego *udowodnić* nie mogę, będę starał się je jedynie unaocznić. Stwierdzam, że

1) Istnienie pewnego odstępu czasowego między czasem trwania pewnego egzemplarza zbioru A a odpowiednim czasem trwania pewnego egzemplarza zbioru B (gdzie $A \prec_{\mu} B$, czy też A oraz B są połączone jakimś innym stosunkiem przyczynowościowym) jest na gruncie referowanej tu teorji przyczynowości niekonieczne.

2) Nie posiadamy pewności apriorycznej (ani zresztą pewności całkowitej wogóle), że przy wszelkich f_1, f_2, jeżeli zwykle po twaniu f_1 następuje f_2, to istnieje takie t_1, że $f_1 \to t_1$ i jakieś „okoliczności zewnętrzne" „uniemożliwią" zajście f_2.

3) Wydaje mi się, że cytowane przez p. Russell'a przykłady nibyto stałych następstw między pewnemi klasami zdarzeń (nazwijmy parę takich klas A i B) dadzą się „poprawić" przez odpowiednie zmienienie zakresu klas A, B. Przykład z automatem należy zmienić na następujący: wrzucenie monety (podać jakiej!) do automatu jest właściwą nadprzyczyną tego, że automat wyrzuci bilet lub zostanie popsuty).

2.15 $$A \subset_{\mu} B \mathrel{\underset{\mathrm{Df}}{=}} : A \cup B . \subset Ph :$$
$$: A \mapsto T_1 . \supset_{T_1} . (\exists T_2) . B \mapsto T_2 . T_1 \leqslant_{\gamma\gamma} T_2 :$$
$$: A \mapsto T_{11} . A \mapsto T_{111} . T_{11} \curlywedge T_{111} . \supset_{T_{11}, T_{111}} .$$
$$: (\exists T_{22}, T_{222}) . B \mapsto T_{22} . B \mapsto T_{222} . T_{22} \curlywedge T_{222} .$$
$$. T_{11} \leqslant_{\gamma\gamma} T_{22} . T_{111} \leqslant_{\gamma\gamma} T_{222}$$

Sposób czytania "$\subset_{\mu}$"—jest nadprzyczyną. Definicja 2.15 różni się od poprzedniej jedynie tem, że stosunek $<_{\gamma\gamma}$ został zastąpiony przez $\leqslant_{\gamma\gamma}$.

2.16 $A =_{\mu} B . \underset{Df}{=} . A \subset_{\mu} B . B \subset_{\mu} A$

Sposób czytania "$=_{\mu}$"—jett nadprzyczynowo równoważne.

2.17 $A \prec_{\nu} B . \underset{Df}{=} . A \prec_{\lambda} B . A \prec_{\mu} B$

Sposób czytania "$\prec_{\nu}$" — jest właściwą przyczyną.

2.18 $A \subset_{\nu} B . \underset{Df}{=} . A \subset_{\lambda} B . A \subset_{\mu} B$

Sposób czytania "$\subset_{\nu}$" — jest przyczyną.

2.19 $A =_{\nu} B . \underset{Df}{=} . A =_{\lambda} B . A =_{\mu} B$

Sposób czytania "$=_{\nu}$" — jest przyczynowo równoważne.

Wydaje mi się, że definicje 2.11.12.14.15.17.18 oddają dość wyraźnie sens wyrażeń przyczynowościowych, używanych w potoczności. Należy zauważyć, że w potoczności nie odróżniają ludzie terminu "$A =_{\lambda} B$" (ew. "$A \subset_{\lambda} B$") od "$A =_{\mu} B$" (ew. "$A \subset_{\mu} B$") i od "$A =_{\nu} B$" (ew. "$A \subset_{\nu} B$") podobnie jak nie rozróżniają niekiedy terminów "$q \supset p$", "$p \supset q$" i "$p \equiv q$".

Dobrze jest zauważyć, że zgodnie z definicją 2.16 prawdziwe jest zdanie następujące: "To, że ludzie **n i e** są istotami żywemi jest właściwą nadprzyczyną tego, że Warszawa jest miastem". Przykład ten jest równie nieszkodliwy, jak inny dobrze znany logistykom: "Jeżeli Paryż jest stolicą Polski, to $2 \times 2 = 4$". Zgodnie z definicjami 2.12.15.18 prawdą jest zdanie: "To, że ludzie się rodzą jest przyczyną tego, że ludzie umierają". Przykład ten przypomina pod pewnemi względami następujący: "Kraków leży w Polsce wtedy i tylko wtedy, jeżeli $3+3=6$".

Wprowadzam dalej następujące definicje działań:

2.91 $A \cap_{\lambda} B . \underset{Df}{=} . f' [A \subset_{\lambda} \iota' f . B \subset_{\lambda} \iota' f]$

Sposób czytania "$A \cap_{\lambda} B$" — iloczyn podprzyczynowy A, B.

2.92 $A \cup_{\lambda} B . \underset{Df}{=} . f' [A \subset_{\lambda} \iota' f . \vee . B \subset_{\lambda} \iota' f]$

Sposób czytania "$A \cup_{\lambda} A$"—suma podprzyczynowa A, B.

2.93 $A \cap_{\mu} B . \underset{Df}{=} . f' [\iota' f \subset_{\mu} A . \iota' f \subset_{\mu} B]$

Sposób czytania "$A \cap_{\mu} B$—iloczyn nadprzyczynowy A, B.

2.94 $$A \cup_{\mu} B \,. \underset{Df}{=} . f' [\iota' f \subset_{\mu} A . \vee . \iota' f \subset_{\mu} B]$$

Sposób czytania "$A \cup_{\mu} B$"—suma nadprzyczynowa A, B.

Definicje 2.91.93 wzorowane są na definicji iloczynu klas, zaś definicje 2.92.94 są wzorowane na definicji sumy klas, można się o tem z łatwością przekonać, biorąc pod uwagę następujące twierdzenia rachunku klas:

$$\alpha \cap \beta \,. = x' [\iota' x \subset \alpha \,.\, \iota' x \subset \beta]$$
$$\alpha \cup \beta \,. = x' [\iota' x \subset \alpha . \vee . \iota' x \subset \beta]$$

Analogja między mnożeniem i dodawaniem klas, a działaniam pod- i nad- przyczynowemi używa się jednak dość szybko (w związku z tem, że brak w teorji przyczynowości twierdzenia analogicznego z "$\alpha = x' [\iota' x \subset \alpha]$").

Pragnę podkreślić, że zdefinjowałem terminy "klasa zdarzeń" "trwa" dalej, zaś terminy przyczynowościowe nie rozwiązując „zagadnienia istoty indywidualności". Wśród wielu przebiegów, będących częściami hyperprzestrzeni rzeczywistej (tej, w której żyjemy) wyróżniamy w potoczności pewne, które uważamy za historje jednolitych indywidualności, pewnym zaś przebiegom hyperprzestrzen rzeczywistej odmawiamy tego charakteru. Na przykład: Weźmy pod uwagę jakiś stół w danej chwili. Stół ten (w danej chwili) jest zbiorem punktochwil materjalnych; „ten sam" stół w innej chwili jest też zbiorem (innych) punktochwil materjalnych. Weźmy teraz pod uwagę sumę łączną wszystkich takich zbiorów, z których każdy jest „naszym stołem w pewnej chwili". Suma ta będzie oczywiście również zbiorem punktochwil materjalnych, będzie ona przytem przebiegiem. Przebieg ten uważamy za „historję" jednego przedmiotu „posuwającego się w czasie", za „historję" pewnej indywidualności—mianowicie naszego stołu.

Weźmy obecnie dwa przebiegi w hyperprzestrzeni rzeczywistej, mianowicie „historje" dwu krzeseł. Jasnem jest, że suma łączna tych dwu przebiegów będzie również przebiegiem. Jednakże takiego przebiegu nie uważamy w potoczności za „historję" jednego przedmiotu.

Rozwiązaniem zagadnienia istoty indywidualności byłoby podanie kryterjum odróżniania przebiegów takich, które uważamy, za „historję" pewnych indywidualności od pozostałych. Kryterjum takiego w niniejszym referacie **nie** podaję, co, jak widzimy, nie stanowi przeszkody zasadniczej przy budowie teorji przyczynowości [17]).

3. Rachunek przyczynowościowy.

Bez trudności można dowieść poniżej podanych twierdzeń rachunku przyczynowościowego. Z powodu braku miejsca ograniczam się do podania tylko pewnej niewielkiej ilości twierdzeń najprostszych:

3.21	$A \subset Ph . \supset A \subset_{\lambda} A$	[1.146.383; 2.12]
3.22	$A \subset Ph . \supset A \subset_{\mu} A$	[1.146.383; 2.15]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \subset V . \supset . \alpha \subset \alpha$$

3.23	$A \subset Ph . \supset . A \subset_{\nu} A$	[2.18; 3.21.22]
3.24	$A \subset Ph . \supset . A =_{\lambda} A$	[2.13; 3.21]
3.25	$A \subset Ph . \supset . A =_{\mu} A$	[2.16; 3.22]
3.26	$A \subset Ph . \supset . A =_{\nu} A$	[2.19; 3.23]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \subset V . \supset . \alpha = \alpha$$

3.27	$A =_{\lambda} B . \equiv . B =_{\lambda} A$	[2.13]
3.28	$A =_{\mu} B . \equiv . B =_{\mu} A$	[2.16]
3.29	$A =_{\nu} B . \equiv . B =_{\nu} A$	[3.19; 3.27.28]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha = \beta . \equiv . \beta = \alpha$$

3.3	$B \subset_{\lambda} A . C \subset_{\lambda} B . \supset . C \subset_{\lambda} A$	[1.382; 2.12]
3.31	$A \subset_{\mu} B . B \subset_{\mu} C . \supset . A \subset_{\mu} C$	[1.382; 2.15]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \subset \beta . \beta \subset \gamma . \supset . \alpha \subset \gamma$$

3.32	$A \subset_{\nu} B . B \subset_{\nu} C . \supset . A \subset_{\nu} C$	[2.18; 3.3.31]
3.33	$A =_{\lambda} B . B =_{\lambda} C . \supset . A =_{\lambda} C$	[2.13; 3.3]
3 34	$A =_{\mu} B . B =_{\mu} C . \supset . A =_{\mu} C$	[2.16; 3.31]
3.35	$A =_{\nu} B . B =_{\nu} C . \supset . A =_{\nu} C$	[2.19; 3.33.34]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha = \beta . \beta = \gamma . \supset . \alpha = \gamma$$

3.36	$B \subset_{\nu} A . \supset . B \subset_{\lambda} A$	[2.18]
3.37	$A \subset_{\nu} B . \supset . A \subset_{\mu} B$	[2.18]
3.38	$A =_{\lambda} B . \supset . B \subset_{\lambda} A$	[2.13]
3.39	$A =_{\mu} B . \supset . A \subset_{\mu} B$	[2.16]

analogiczne twierdzenie rachunku klas:

$$\alpha = \beta . \supset . \alpha \subset \beta$$

3 4	$A =_{\nu} B . \supset . A \subset_{\nu} B$	[2.19]
3.41	$A \prec_{\lambda} B . B \prec_{\lambda} C . \supset . A \prec_{\lambda} C$	[1.38; 2.11]
3.42	$A \prec_{\mu} B . B \prec_{\mu} C . \supset . A \prec_{\mu} C$	[1.38; 2.14]
3.43	$A \prec_{\nu} B . B \prec_{\nu} C . \supset . A \prec_{\nu} C$	[1.38; 2.17]
3.44	$A \prec_{\lambda} B . \supset . A \subset_{\lambda} B$	[1.383; 2.11.12]
3.45	$A \prec_{\mu} B . \supset . A \subset_{\mu} B$	[1.383; 2.14.15]
3.46	$A \prec_{\nu} B . \supset . A \subset_{\nu} B$	[2.17.18; 3.44.45]
3.47	$A \prec_{\nu} B . \supset . A \prec_{\lambda} B$	[2.17]
3.48	$A \prec_{\nu} B . \supset . A \prec_{\mu} B$	[2.17]
3.49	$A =_{\nu} B . \supset . A =_{\lambda} B$	[2.19]
3 5	$A =_{\nu} B . \supset . A =_{\mu} B$	[2.19]
3.59	$B =_{\lambda} A . C \subset_{\lambda} B . \supset . C \subset_{\lambda} A$	[3.3.38]
3.6	$A =_{\mu} B . B \subset_{\mu} C . \supset . A \subset_{\mu} C$	[3.31.39]
3.61	$B \subset_{\nu} A . C \subset_{\lambda} B . \supset . C \subset_{\lambda} A$	[3.3.36]
3.62	$A \subset_{\nu} B . B \subset_{\mu} C . \supset . A \subset_{\mu} C$	[3.31.37]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha = \beta . \beta \subset \gamma . \supset . \alpha \subset \gamma$$

3.63	$B \subset_{\lambda} A . C =_{\lambda} B . \supset . C \subset_{\lambda} A$	[3.3 38]
3 64	$A \subset_{\mu} B . B =_{\mu} C . \supset . A \subset_{\mu} C$	[3.31.39]
3.65	$B \subset_{\lambda} A . C \subset_{\nu} B . \supset . C \subset_{\lambda} A$	[3.3.36]
3.66	$A \subset_{\mu} B . B \subset_{\nu} C . \supset . A \subset_{\mu} C$	[3.31.37]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \subset \beta . \beta = \gamma . \supset . \alpha \subset \gamma$$

3.67	$A \subset_{\nu} B . B =_{\nu} C . \supset . A \subset_{\nu} C$	[3.32.4]
3.68	$A =_{\nu} B . B \subset_{\nu} C . \supset . A \subset_{\nu} C$	[3.34.4]

3.73 $\sim (\Delta \subset_{\lambda} \nabla) . \nabla \subset_{\lambda} \Delta$ [1.145.153.154; 2.12; 3.21]
3.75 $\sim (\nabla \subset_{\mu} \Delta) . \Delta \subset_{\mu} \nabla$ [1.145.153.154; 2.15; 3.22]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\sim (V \subset \Lambda) . \Lambda \subset V$$

3.751 $\Delta \subset_{\lambda} \Delta . \nabla \subset_{\lambda} \nabla$ [1.153.154; 3.21]
3.752 $\Delta \subset_{\mu} \Delta . \nabla \subset_{\mu} \nabla$ [1.153.154; 3.22]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\Lambda \subset \Lambda . V \subset V$$

3.76 $\sim (\nabla \subset_{\nu} \Delta) . \sim (\Delta \subset_{\nu} \nabla)$ [2.18; 3.75.73]
3.77 $\sim (\nabla =_{\lambda} \Delta) . \sim (\Delta =_{\lambda} \nabla)$ [2.13; 3.27.73]
3.78 $\sim (\nabla =_{\mu} \Delta) . \sim (\Delta =_{\mu} \nabla)$ [2.16; 3.28.75]
3.79 $\sim (\nabla =_{\nu} \Delta) . \sim (\Delta =_{\nu} \nabla)$ [2.19; 3.29.77.78]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\sim (V = \Lambda) . \sim (\Lambda = V)$$

3.81 $\Delta \subset_{\nu} \Delta . \nabla \subset_{\nu} \nabla$ [1.153.154; 3.23]
3.82 $\Delta =_{\lambda} \Delta . \nabla =_{\lambda} \nabla$ [1.153.154; 3.24]
3.83 $\Delta =_{\mu} \Delta . \nabla =_{\mu} \nabla$ [1.153.154; 3.25]
5.84 $\Delta =_{\nu} \Delta . \nabla =_{\nu} \nabla$ [1.153.154; 3.26]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\Lambda = \Lambda . V = V$$

3.897 $A \cap_{\lambda} B . = . B \cap_{\lambda} A$ [2.91]
3.8971 $A \cap_{\mu} B . = . B \cap_{\mu} A$ [2.93]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \cap \beta . = . \beta \cap \alpha$$

3.898 $A \cup_{\lambda} B . = . B \cup_{\lambda} A$ [2.92]
3.8981 $A \cup_{\mu} B . = . B \cup_{\mu} A$ [2.94]

analogiczne twierdzenie z rachunku klas:

$$\alpha \cup \beta . = . \beta \cup \alpha$$

Między rachunkiem przyczynowościowym, a rachunkiem klas zachodzą pewne (niezupełne) analogje, które starałem się uwidocznić. Czytelnik bez jakichkolwiek trudności zauważy analogje (również niezupełne) między rachunkiem przyczynowościowym, a rachunkiem stosunków, arytmetyką, a także teorją dedukcji.

4. Determinizm i indeterminizm.

Na gruncie teorji przyczynowości dają się dowieść następujące twierdzenia:

4.04 $A \subset Ph . \supset . (\exists B) . B \subset_v A$ [3.23]
4.08 $f \varepsilon Ph . \supset . (\exists f_1) . \iota` f_1 \subset_v \iota` f$ [3.23]
4.09 $f \varepsilon Ph . \supset . (\exists A) . A \subset_v \iota` f$ [3.23]

Twierdzenia powyższe nazywam pseudo-deterministycznemi.

4.093 $A \subset Ph . \supset . (\exists C) . A \subset_v B$ [3.23]
4.098 $f \varepsilon Ph . \supset . (\exists f_1) . \iota` f \subset_v \iota` f_1$ [3.23]
4.099 $f \varepsilon Ph . \supset . (\exists A) . A \subset_v \iota` f$ [3.23]

Twierdzenia powyższe nazywam twierdzeniami pseudo-para-deterministycznemi.

Przyjmuję następujące definicje:

4.1 $\text{Determax} . \underset{Df}{=} : f \varepsilon Ph_1 . \supset_f . (\exists A) . A \prec_v \iota` f$

4.11 $\text{Indetermax} . \underset{Df}{=} . \sim (\text{Determax})$

4.12 $\text{Adetermax} . \underset{Df}{=} : f \varepsilon Ph_1 . \supset_f . (\exists f_1) . \iota` f \prec_v \iota` f_1$

4.13 $\text{Aindetermax} . \underset{Df}{=} . \sim (\text{Adetermax})$

Sposoby czytania:
"Determax"—zachodzi aksjomat determinizmu [8]),
"Indetermax"—zachodzi aksjomat indeterminizmu,
"Adetermax"—zachodzi aksjomat para-determinizmu,
"Aindetermax"—zachodzi aksjomat para-indeterminizmu.

Wszystkie cztery powyżej wprowadzone hypotezy są pewnemi hypotezami istnienia (podobnie, jak aksjomat Zermelo'i, aksjomat sprowadzalności, aksjomat nieskończoności). Do aksjomatyki 1.01.02.03.04 nie można równocześnie przyłączyć zdań "Determax" i "Indetermax", są one bowiem sprzeczne, podobnie nie można dołączyć równocześnie do aksjomatów teorji przyczynowości zdań "Adetermax" i "Aindetermax".

Aksjomaty istnienia "Indetermax" oraz "Aindetermax" razem z aksjomatami 1.01.02.03.04 stanowią układ niesprzeczny. Dowód: Interpretuję He jako $\alpha'[\alpha \varepsilon N_0 . \alpha \leqslant_c 100]$ (ewentualnie jako $n'[n \varepsilon Rat . . n \leqslant_r 100]$, lub jako $l'[l \varepsilon Real . l \leqslant 100]$ oraz $<_\Theta$ jako $<_c$ (ewentualnie jako $<_r$ lub jako $<$). W tej interpretacji 1.01.02.05.04 przechodzi oczywiście w zdania prawdziwe. Czas w tej interpretacji ponad minimum ze względu na zinterpretowany odpowiednio stosunek $<_\tau$, minimum tem będzie ι'0. Ponieważ jedynka przyczynowa jes niepusta (na mocy 1.81), więc w odcinku czasowym ι'ι'0 trwa jakieś zdarzenie (na mocy 1.154)—nazwijmy je f; ι'f nie może mieć właściwej przyczyny, gdyż ta musiałaby być niepusta i posiadać zdarzenie trwające w odcinku czasowym, wyprzedzającym czasowo ι'ι'0; to zaś jest niemożliwe, gdyż ι'0 jest minimum zinterpretowanego Czasu ze względu zinterpr. $\leqslant_\tau$; aksjomat indeterminizmu jest zatem w stosowanej interpretacji spełniony. W tej samej interpretacji Czas będzie posiadał maximum ze względu na zinterpr. $<_\tau$, maximum tem bedzie ι'100. Ponieważ jedynka przyczynowa jest niepusta, więc w odcinku czasowym ι'ι'100 trwa jakieś zdarzenie, nazwijmy je f'; oczywiście ι'f' n i e jest przyczyną właściwą żadnej klasy, niema bowiem (w stosowanej teraz interpretacji) odcinka niepustego, wyprzedzanego czasowo przez ι'ι'100. Aksjomat para-indeterminizmu jest w tej interpretacji spełniony.

Powyższa interpretacja dowodzi zarazem, że aksjomat determinizmu jest niezależny względem 1.01.02.03.04 łącznie z aksjomatem para-indeterminizmu, oraz że aksjomat para-determinizmu jest niezależny od 1.01.02.03.04 łącznie z aksjomatem indeterminizmu.

Podaję następujące twierdzenia o determinizmie i indeterminizmie:

4.22 $\quad$ Determax . $\supset$. $\sim$ (E! min ' $<_\tau$ Tp)

Jeżeli zachodzi determinizm, to Czas nie posiada minimum ze względu na $<_\tau$. Dowód tego twierdzenia najprościej jest przeprowadzić „ad absurdum" [1.36.125.1251.154.81; 2.11.17].

4.23 $\quad$ Determax . $\supset$. Tp ε Clsinf $\quad$ [1.121.123.1251; 4.22]

Jeżeli zachodzi determinizm, to Czas jest klasą nieskończoną

4.24 $\quad$ Determax . $\supset$. He ε Clsinf $\quad$ [1.11.12; 4.23]

Jeżeli zachodzi determinizm, to Hyperprzestrzeń jest klasą nieskończoną.

4.27 Determax . ≡ . ~ (Indetermax) [4.11]

Determinizm jest równoważny zaprzeczeniu indeterminizmu.

4.31 $E!\,\mathrm{min} <_{\tau}$ ‘Tp . ⊃ . Indetermax [4.11.22]

4.32 Tp ε Clsfin . ⊃ . Indetermax [4.11.23]

4.33 He ε Clsfin . ⊃ . Indetermax [4.11.24]

Jeżeli Czas posiada minimum, ze względu na $<_{\tau}$ (ew. jeżeli Czas jest klasą skończoną, czy też, jeżeli Hyperprzestrzeń jest klasą skończoną), to zachodzi indeterminizm.

Można podać podobne twierdzenia o para-determinizmie i para-indeterminizmie.

5. Liczby przyczynowościowe.

Na zakończenie podaję przyczynek do pewnej nieopracowanej jeszcze części teorji przyczynowości: części arytmetycznej.

Przyjmuję następujące definicje:

5.1 $N\lambda$‘f . $\underset{Df}{=}$ f'_1 [ι‘f = λ ι‘f_1]

Sposób czytania "Nλ‘f – liczba podprzyczynowa ‘f.

5.11 $N\mu$‘f . $\underset{Df}{=}$ f'_1 [ι‘f = μ ι‘f_1]

Sposób czytania "Nμ‘f"—liczba nadprzyczynowa ‘f.

5.12 $N\nu$‘f . $\underset{Df}{=}$ f'_1 [ι‘f = ν ι‘f_1]

Sposób czytania "Nν‘f"—liczba przyczynowa ‘f.

5.13 N^{λ} $\underset{Df}{=}$ A′ [(∃f) : f ε **Ph** : Nλ‘f . = A]

Sposób czytania "N^{λ}"—klasa liczb podprzyczynowych.

5.14 N^{μ} $\underset{Df}{=}$ A′ [(∃f) : f ε **Ph** : Nμ‘f . = A]

Sposób czytania "N^{μ}" – klasa liczb nadprzyczynowych.

5.15 N^{ν} $\underset{Df}{=}$ A′ [(∃f) : f ε **Ph** : Nν‘f . = A]

Sposób czytania "N^{ν}" – klasa liczb przyczynowych.

Dla liczb każdej ż klas N^{λ}, N^{μ}, N^{ν} wprowadzić można, zdaje się, zosobna stosunek „mniejszości“ [14]). Bez trudności dowieść można, że N^{λ}, N^{μ}, N^{ν} są klasami niepustemi. Wydaje się, że arytmetyka, na tych podstawach zbudowana, różnić się będzie bardzo od zwykłej arytmetyki liczb kardynalnych.

Próbowałem również budować część topologiczną teorji przyczynowości, wprowadzając definicje górnych i dolnych otoczeń podprzyczynowych, nadprzyczynowych i przyczynowych; próby te nie dały jednak żadnych ciekawych rezultatów.

PRZYPISY:

1) „Przegląd Filozoficzny“, rok 1906, zeszyt II—III.

2) Drukowana w zbiorze rozpraw B. Russella p. t. „Le Mysticisme et la Logique“, przekład francuski p. J. de Menasce. Paris 1922.

3) Doszedłem do tego przekonania po przeczytaniu pracy p. T. Kotarbińskiego p. t. „Pojęcie zewnętrznej możności działania“, „Przegl. Fil“ rok 1923, zeszyt I—II.

4) Dla uniknięcia sprzeczności zmuszony jestem przystosować całą referowaną tu teorję do jakiejś doktryny typów logicznych. Naskutek braku miejsca zmuszony jestem opuścić wyjaśniania, dlaczego właśnie do przyjętej teorji typów, a nie do innej pracę moją przystosowałem.

5) Wykład Russellowskiej teorji typów znaleźć może czytelnik w I tomie dzieła A. N. Whitehead and B. Russell „Principia Mathematica“, Cambridge 1910.

6) por. L. Chwistek „Antynomje logiki formalnej“. „Przegl. Fil.“ zeszyt III i IV, 1921 r.

7) por. L. Chwistek „Zasady czystej teorji typów“, „Przegl. Fil.“ zeszyt III 1922 r.; por. również tegoż autora „The theory of Constructive Types“, Cracow 1923, str. 40.

8) Podczas druku przekonałem się, że, przy przeprowadzeniu pewnych nieistotnych zmian w referowanej teorji, można zdefinjować terminy przyczynowościowe przy pomocy *jednego* tylko terminu pierwotnego, mianowicie przy pomocy wyrażenia *"jest niepóźniejsze od"*.

9) Zdanie, które nazywam postulatem (ew. aksjomatem) determinizmu bywa także nazywane „zasadą przyczynowości“, jest ono słabsze od tego, co pospolicie nazywamy determinizmem przyczynowościowym.

10) Ze względów drukarskich zastąpiono wyrażenia postaci

$$"\hat{x}\,[\varphi x]" \text{ oraz } "\hat{x}\,\hat{y}\,[\varphi\{x,y\}]"$$

odpowiednio przez $"x'[\varphi x]"$ oraz $"x'y'[\varphi\{x,y\}]"$

11) Wyrazy „Hyperprzestrzeń“ i „punktochwila“ wzięte z pracy p. S. Zaremby. Dla zorjentowania czytelnika w sensie tych wyrazów podaję następujące zdania z rozprawy wyżej wspomnianej: „Wyrażenie „punktochwila“ oznacza wynik skojarzenia jakiegoś punktu geometrycznego z jakąś chwilą. Zbiór wszyst-

kich punktochwil zowie się hyperprzestrzenią fizyczną". Por. Stanisław Zaremba: „Teorja względności wobec faktów stwierdzonych doświadczeniem i spostrzeżeniem". Kraków 1922, str. 5.

[12]) Dowód niezależności aksjomatu 1.03 zawdzięczam p. S. K. Zarembie. Wykład Peanowskiej arytmetyki liczb całkowitych znaleźć może czytelnik w pracy: G. Peano: „Arithmetices Principia" Turyn 1889, oraz, po polsku, w skrypcie: Prof. Dr. Wilkosz: „Arytmetyka liczb całkowitych". Kraków 1924

[13]) Powiadam aksjomatyka nie przesądza założenia "p" zamiast mówić założenie "p" jest niesprzeczne i niezależne względem tej aksjomatyki.

[14]) Przy podawaniu przykładów, objaśniających przyjęte definicje zakładam, że **He** jest Hyperprzestrzenią, w której żyjemy, ew. odpowiednio dobraną jej spójną częścią

[15]) "Λ_E" przedstawia klasę pustą tego samego typu, co **Ev**.

[16]) „De l'idée de cause", str. 136, 137.

[17]) Szereg uwag, dotyczących zagadnienia istoty indywidualności, zawdzięczam p. S. Leśniewskiemu i p. L. Chwistkowi.

[18]) Relacje „mniejszości" dadzą się przypuszczalnie zdefinjować dla tych liczb przy użyciu stosunków ancestralnych.