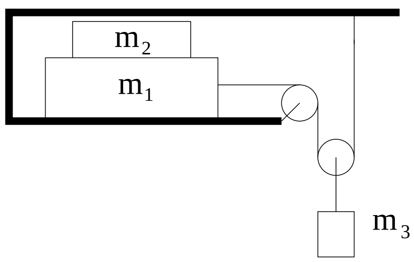
Zadanie 3

Układ przedstawiony na rysunku znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym g. Bloczki są nieważkie i obracają się bez tarcia, linki są nieważkie i nierozciągliwe. Współczynnik tarcia pomiędzy klockiem a podłożem wynosi μ_1, natomiast pomiędzy klockami μ_2. Znajdź maksymalną masę klocka m_3, która nie spowoduje przemieszczenia się klocka m_2 względem m_1. Wykonaj również obliczenia dla następujących danych liczbowych: $m_1 = 4kg$, $m_2 = 1kg$, $\mu_1 = \frac{1}{4}$, $\mu_2 = \frac{3}{4}$.



Rozwiązanie

Przyjmując oznaczenia przedstawione na rysunku otrzymujemy równania ruchu klocków:

$$\begin{aligned} a_1 m_1 &= N - (m_1 + m_2) g \mu_1 - T \\ a_2 m_2 &= T \\ a_3 m_3 &= m_3 g - 2N \end{aligned}$$

Siła tarcia T spełania warunek $T \leq m_2 g \mu_2$. Podstawiając zależność wynikającą z równania więzów na długość liny $a_1 = a_2 = 2a_3 = 2a$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} 2am_1 &= N - (m_1 + m_2) g \mu_1 - T \\ 2am_2 &= T \\ am_3 &= m_3 g - 2N \end{aligned}$$

Następnie należy zauważyć, że siła tarcia osiąga swoją maksymalną wartość dla $a = \frac{1}{2} g \mu_2$. Po kilku prostych przekształceniach otrzymujemy szukaną zależność:

$$m_3 = \frac{4(m_1 + m_2)(\mu_1 + \mu_2)}{2 - \mu_2}$$

Warto zauważyć, że ponieważ $a_3 \leq g$ dla $\mu_2 \geq 2$ masa m_3 może być dowolnie duża.

Ponieważ w zadaniu występują dwa różne współczynniki tarcia, studenci mogą łatwo sprawdzić, że wyniki jest sensowny. Dla $\mu_2 = 0$, aby warunki zadania były spełnione układ musi znajdować się w równowadze, a więc $m_3 = 2(m_1 + m_2)\mu_1$.

Po podstawieniu danych liczbowych:

$$m_3 = \frac{4 \cdot (4+1) \cdot (\frac{1}{4} + \frac{3}{4})}{2 - \frac{3}{4}} = 16\,[kg]$$