

Zadania domowe Fizyki I Mechanika

Seria 1

Zad. 1.

Wektory niewspółliniowe $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ tworzą trójkąt wtedy i tylko wtedy gdy spełniają relację $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. Wykorzystując tę własność boków trójkąta i rachunek wektorów wykazać, że ze środkowych trójkąta (odcinków poprowadzonych z wierzchołka do środka przeciwległego boku trójkąta) można utworzyć pewien trójkąt.

Zad. 2.

Trójkąt jest utworzony z wektorów $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$. α , β i γ są kątami tego trójkąta leżącymi naprzeciwko boków odpowiednio $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

a) Korzystając z własności iloczynu skalarnego udowodnić twierdzenie kosinusów:

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = c^2.$$

b) Stosując własności iloczynu wektorowego udowodnić twierdzenie sinusów:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

Zad. 3.

Udowodnij wykorzystując własności iloczynu skalarnego, że jeśli suma dwóch wektorów jest prostopadła do ich różnicy, to wektory te mają jednakową długość.

Zad. 4.

Dla wektorów $\vec{A} = [3, 4, 5]$ oraz $\vec{B} = [-1, 2, -4]$ oblicz:

a) $\vec{A} \circ (3\vec{B})$

b) $(\vec{A} + 2008\vec{B}) \times \vec{B}$

Zad. 5.

Wiedząc, że $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{c}$ oraz $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$ wyznacz wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jeśli $\vec{c} = 3\vec{e}_x - 4\vec{e}_y$.

Wsk. do Zad 2a) Podnieść „skalarnie” do kwadratu równanie $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

Wsk. do zad 2b) Przemnożyć wektorowo obie strony równania $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ przez wektor $\vec{c}$.