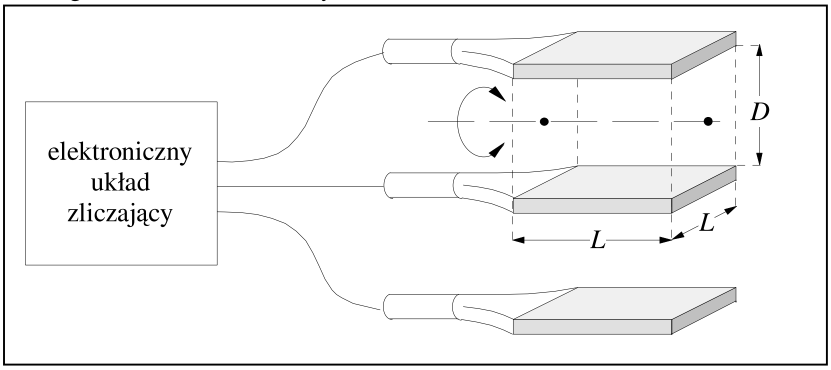
R. Nowak styczeń, 2010

P8 - Pomiar strumienia promieniowania kosmicznego

Osoba wykonująca ćwiczenie ma do dyspozycji układ trzech płaskich liczników scyntylacyjnych, z których dwa górne można obracać wokół wspólnej poziomej osi, dzięki czemu można mierzyć liczbę cząstek promieniowania kosmicznego nadbiegających z różnych kierunków. Trzeci licznik (dolny) ma ustaloną pozycję i służy do wyznaczania dodatkowych wielkości charakteryzujących układ eksperymentalny. Celem ćwiczenia jest wyznaczenie strumienia tego promieniowania i sprawdzenie zgodności z prezentowanym w literaturze. Analiza zebranego materiału doświadczalnego odwołuje się, w dość szerokim zakresie, do typowych metod analizy statystycznej danych stosowanych w doświadczeniach z dziedziny fizyki jądra atomowego i cząstek elementarnych.



Wymagania wstępne

1. Podstawowe zjawiska towarzyszące przechodzeniu cząstek przez ośrodek materialny:
   a) promieniowanie Czerenkowa,
   b) promieniowanie hamowania,
   c) efekt Comptona,
   d) konwersja kwantów gamma,
   e) straty energii cząstki na jonizacje ośrodka i wzór Bethego-Blocha.
2. Cząstki i oddziaływania – rodzaje oddziaływań, prawa zachowania; źródła oddziaływania – nośniki oddziaływania; klasyfikacja: leptony – kwarki, bozony – fermiony, mezony – bariony.
3. Zjawisko dylatacji czasu.
4. Podstawowe wiadomości o promieniowaniu kosmicznym: pochodzenie, skład i widmo energetyczne.
5. Zasada działania licznika scyntylacyjnego.
6. Funkcjonalność układów elektronicznych: dyskryminatora i układu koincydencyjnego.
7. Podstawowe wiadomości niezbędne do statystycznego opracowania danych:
   a) pojęcie rozkładu prawdopodobieństwa i jego przykład dla zmiennej ciągłej i dyskretnej,
   b) wartość oczekiwana i wariancja – definicje i interpretacja tych wielkości,
   c) średnia a wartość oczekiwana,
   d) niepewność standardowa (tj. odchylenie standardowe eksperymentalne) i błąd pomiaru a wariancja,
   e) rozkład Poissona – postać, interpretacja, warunki stosowania, interpretacja parametru, wartość oczekiwana i wariancja, ocena parametru i niepewność tej oceny,
   f) rozkład izotropowy – postać funkcyjna,
   g) koincydencje przypadkowe i ich częstość.

   Pozostałe elementy dotyczące statystycznej analizy danych, tj.
   h) definicja zmiennej o rozkładzie χ^2, liczba stopni swobody,
   i) metoda najmniejszych kwadratów – wyznaczanie ocen parametrów i ich niepewności,
   j) procedura testu zgodności χ^2 Pearsona: poziom zgodności i jego interpretacja.

   nie są wymagane na kolokwium wstępnym – będą wymagane i dyskutowane w trakcie wykonywania ćwiczenia.

Wykonanie ćwiczenia

1. Zapoznaj się z układem pomiarowym. Narysuj jego schemat.
2. Ustaw wszystkie liczniki pionowo jeden nad drugim.
3. Odnotuj geometryczne parametry liczników: ich wymiary i odległość między nimi.
4. Wstępnie ustal prąd zasilający każdy z liczników na 50 μA.
5. Połącz układu tak, aby można było mierzyć liczbę koincydencji z każdej pary liczników.
6. Wybierz punkt pracy każdego z liczników badając liczbę podwójnych koincydencji w zależności od prądu czerpanego przez wybrany licznik w parze przy ustalonym prądzie czerpanym przez drugi licznik z pary.
7. Nastaw wartości prądów odpowiadające warunkom pracy każdego z liczników.

8. Obejrzyj na oscyloskopie kształt impulsów bezpośrednio z każdego z liczników (impulsy mają typowy czas trwania około kilkudziesięciu nanosekund i amplitudę kilkudziesięciu miliwoltów), na wyjściu z dyskryminatora (sygnał ma amplitudę około 1 V i długość rzędu 100 ns), na wyjściu z układu koincydencyjnego wraz z sygnałem z dyskryminatora z dowolnego licznika z pary. Pamiętaj o zbocznikowaniu wejścia na oscyloskop oporem 50 Ω.
9. Odnotuj czas trwania sygnałów generowanych przez dyskryminator w torze elektronicznym każdego z liczników. Dane te, wraz z danymi uzyskanymi w następnym punkcie, posłużą Ci do wyznaczenia oceny częstości koincydencji przypadkowych.
10. Połącz układu tak, aby można było mierzyć liczbę zdarzeń rejestrowanych przez każdy z liczników indywidualnie. Wykonaj pomiary niezależnie dla każdego z liczników. Odnotuj czas trwania pomiarów dla każdego z liczników. Dane te posłużą Ci do wyznaczenia częstości koincydencji przypadkowych.
11. Połącz układ tak, aby można było jednocześnie mierzyć koincydencje potrójne i podwójne koincydencje wygenerowane przez liczniki zewnętrzne (górny i dolny).
12. Zmierz liczbę podwójnych i potrójnych koincydencji. Dane te posłużą Ci do wyznaczenia wydajności licznika znajdującego się w środku.
13. Zamień miejscami dwa górne liczniki i powtórz pomiar z poprzedniego punktu. Dane te posłużą Ci do wyznaczenia wydajności licznika znajdującego się w środku.
14. Połącz układ tak, aby można było mierzyć liczbę koincydencji w dwóch górnych licznikach.
15. Zmierz liczbę koincydencji rejestrowanych w dwóch górnych licznikach kiedy te ustawione są jeden nad drugim.

Wykonanie powyższych pomiarów, przeprowadzenie ich poprawnej analizy i sporządzenie należytego raportu zapewnia ocenę 4,0 (db) z ćwiczenia. Jeśli aspirujesz do wyższej oceny, to:

16. Zmierz liczbę koincydencji rejestrowanych w dwóch górnych licznikach w zależności od kąta określającego odchylenie tychże liczników od pionu. Wykonaj pomiary dla przynajmniej 10 położeń liczników w zakresie kątów od $-\pi/2$ do $\pi/2$ (mierząc od pionu). Zadbaj o to, by kąty w pomiarach były wybrane symetrycznie względem pionu. Razem z pomiarem z kierunku zenitalnego uzyskanym w poprzednim punkcie, powinnaś/powinieneś dysponować liczbą przynajmniej 11 pomiarów dla różnych ustawień liczników.

Analiza danych

Analiza zebranych danych powinna obejmować następujące elementy.

- Z danych uzyskanych w pomiarach wykonanych w punktach 9 oraz 10 powyżej, wyznacz oceny częstości koincydencji przypadkowych dla każdej pary i trójki liczników i niepewności tych ocen. Wykorzystaj standardowe wzory na koincydencje przypadkowe.
- Wydajność licznika, zwana też jego efektywnością, to prawdopodobieństwo, że licznik zarejestruje przechodzący promień kosmiczny. Porównaj zmierzone liczby koincydencji z liczbami koincydencji przypadkowych. Wyznacz oceny wydajności górnych liczników i ich niepewności.
- Z danych uzyskanych w pomiarze wykonanym w punkcie 15 powyżej, oceń strumień j_H promieni kosmicznych przez płaską, horyzontalną powierzchnię (patrz niżej – Materiały uzupełniające). Uwzględnij poprawki na koincydencje przypadkowe, wydajności liczników oraz skończony kąt bryłowy, z którego liczniki zbierają promienie kosmiczne. Wyznacz niepewność tej oceny. Porównaj z danymi literaturowymi.

Jeśli wykonałaś/wykonałeś pomiary przy ustawieniach liczników pod różnymi kątami, to:

- Ustosunkuj się do kwestii symetrii liczby zliczeń w funkcji kąta odchylenia liczników od pionu Zaproponuj ilościowy miernik tej symetrii, wyznacz ocenę tego miernika oraz niepewność tej oceny.
- Główny element numeryczny tej części ćwiczenia to dopasowanie do danych, metodą najmniejszych kwadratów, modelowego wyrażenia opisującego strumień promieniowania kosmicznego wraz z addytywnym, stałym składnikiem uwzględniającym tło. Podaj matematyczną postać wyrażenia, które ma opisywać zebrane dane. Jasno zdefiniuj postać parametrów będących przedmiotem dopasowania i podaj ich interpretację.
- Sformułuj postać resztowej sumy kwadratów, która posłuży do dopasowania modelu do danych.
- Wyznacz oceny wszystkich parametrów występujących w dopasowaniu i niepewności tych ocen.
- Przeprowadź ilościową ocenę zgodności modelu z danymi doświadczalnymi.
- Z wyników uzyskanych z dopasowania oraz wydajności liczników, wyznacz ocenę parametru j_0 (patrz niżej – Materiały uzupełniające) oraz niepewność tej oceny.
- Wyznacz ocenę strumienia j_H i niepewność tej oceny.
- Porównaj z wynikiem uzyskanym z pojedynczego pomiaru wykonanego pod kątem 0° od pionu.
- Porównaj ocenę tła wyznaczoną z dopasowania z oceną liczby koincydencji przypadkowych uzyskaną z pomiaru częstości zliczeń w każdym z liczników oddzielnie.

Raport

Raport powinien spełniać wszystkie zalecenia zawarte w dokumencie „Instrukcja – Jak pisać raport końcowy" zamieszczonym na stronie WWW (http://anipw.igf.fuw.edu.pl/) przedmiotu: „Analiza niepewności pomiarowych i pracownia wstępna". Osoby, które zdecydują się na wykorzystanie procesora teksów, powinny zastosować się do ukazanych tam uwag dotyczących redakcji tekstu, gdyż raport nie spełniający standardów formalnych będzie bezwzględnie cofany do poprawy. Tak też będą traktowane raporty, które w Wikipedii upatrują źródło informacji.

Literatura

Cząstki elementarne:

a) D.H. Perkins – „Wstęp do fizyki wysokich energii", PWN, 1989,
b) E. Skrzypczak, Z. Szefliński – „Wstęp do fizyki jądra atomowego i cząstek elementarnych", PWN, 1995,
c) F. Close – „Kosmiczna cebula" , PWN, 1988,
d) „Encyklopedia Fizyki Współczesnej", PWN, 1983,
e) http://pdg.lbl.gov/ – tabele własności cząstek oraz informacje o promieniowaniu kosmicznym.

Techniki detekcji cząstek elementarnych:

a) D.H. Perkins – „Wstęp do fizyki wysokich energii", PWN, 1989,
b) G. Białkowski, R. Sosnowski – „Cząstki elementarne", PWN, 1971,
c) „Encyklopedia Fizyki Współczesnej", PWN, 1983.

Metody statystyczne:

a) wykład A. Majhofera: strona WWW Wydziału → dla studentów → pracownie → analiza niepewności pomiarowych i pracownia wstępna (http://anipw.igf.fuw.edu.pl/) → „Materiały do wykładu",
b) S. Brandt – „Analiza danych", Wydawnictwo Naukowe PWN SA, 2002,
c) R. Nowak – „Statystyka dla fizyków", Wydawnictwo Naukowe PWN SA, 2002.

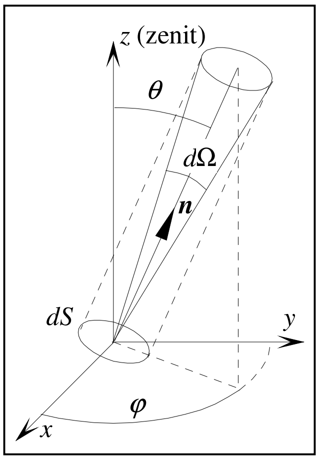
Obliczanie całek:

http://integrals.wolfram.com/index.jsp

Materiały uzupełniające

Definicja strumienia promieni kosmicznych i wyznaczenie liczby cząstek

Wyobraźmy sobie walec, cienki i długi jak ołówek, którego oś patrzy w kierunku określonym kątami: biegunowym θ mierzonym od zenitu i azymutalnym φ mierzonym od wybranego kierunku (np. od północy albo od rogu laboratorium) zaś denka walca stanowią detektory o powierzchni dS. Detektory, pracując w koincydencji, wybierają cząstki promieniowania kosmicznego nadbiegające we wnętrzu kąta bryłowego $d\Omega$ z kierunku określonego kątami θ i φ. Liczba dN promieni kosmicznych nadchodzących z wnętrza kąta bryłowego $d\Omega$ w czasie dt i przecinających powierzchnię dS, odniesiona do tejże powierzchni dS, tegoż czasu dt i tegoż kąta bryłowego $d\Omega$, definiuje długość wektora $\boldsymbol{j}(\theta,\varphi)$ strumienia:



$$j(\theta,\varphi)=\frac{dN}{dt\,dS\,d\Omega}=j_0\omega(\theta,\varphi),\quad 0\le\theta\le\frac{\pi}{2},\quad 0\le\varphi<2\pi\ ,$$

gdzie, dla wygody, gęstość $\omega(\theta,\ \varphi)$ opisuje rozkład kątowy promieniowania unormowany do jedności w górnej połowie pełnego kąta bryłowego:

$$\int\omega(\theta,\varphi)\,d\Omega=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\omega(\theta,\varphi)\sin\theta\,d\theta=1\ .$$

Charakter wektorowy wielkości $j(\theta,\varphi)$ nadaje wektor $\boldsymbol{n}=(\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta)$ kierunku obserwacji, normalny do powierzchni dS.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie całkowej formy strumienia, określającej całkowity strumień j_H padający z góry i przechodzący przez płaską powierzchnię horyzontalną:

$$j_H=\int\boldsymbol{j}(\theta,\varphi)\cdot\boldsymbol{z}\,d\Omega=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi/2}j(\theta,\varphi)\sin\theta\cos\theta\,d\theta\ ,$$

gdzie $\boldsymbol{z}$ jest wektorem jednostkowym normalnym do powierzchni horyzontalnej, a więc wskazującym kierunek zenitu.

Jeśli element dS_1 powierzchni dolnego licznika ma normalną $\boldsymbol{n}_1$, dane zbieramy przez czas T i element ten widzi kąt bryłowy Ω, to oczekiwana liczba N promieni kosmicznych rejestrowanych przez liczniki wynosi

$$N=j_0T\int_{S_1}dS_1\int_{\Omega}\omega(\theta,\varphi)\,\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}\,d\Omega\ ,$$

gdzie $\boldsymbol{n}$ jest wektorem jednostkowym wskazującym kierunek, z którego nadchodzą promienie. Całkowanie odbywa się po całym zakresie kąta bryłowego, z którego promienie kosmiczne docierają do elementu dS_1, a także po całej powierzchni S_1 licznika. Jeśli element kąta bryłowego $d\Omega$ widziany z elementu dS_1 jest zdefiniowany elementem powierzchni dS_2 o wektorze normalnym $\boldsymbol{n}_2$, to element kąta bryłowego wynosi

$$d\Omega = \boldsymbol{n}_2 \cdot \boldsymbol{n} \frac{dS_2}{r_{12}^2},$$

a tym samym

$$N = j_0 T \int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} dS_2 \omega(\theta,\varphi)(\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n})(\boldsymbol{n}_2 \cdot \boldsymbol{n}) \frac{1}{r_{12}^2}.$$

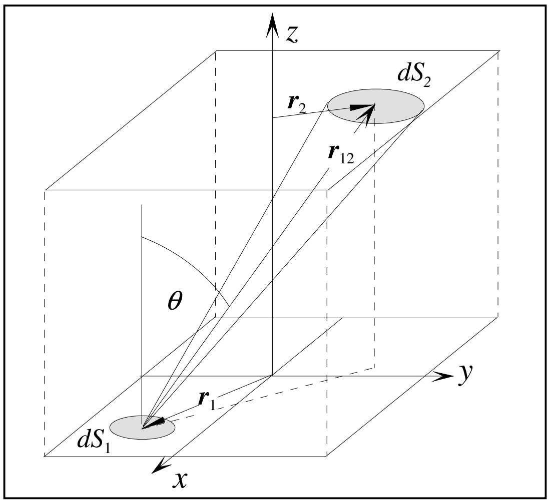
Zależność $\omega(\theta,\varphi)$ cechuje się symetrią osiową i modelowana jest, z niezłym przybliżeniem, zależnością:

$$\omega(\theta,\varphi) = \frac{3}{2\pi}\cos^2\theta = \frac{3}{2\pi}(\boldsymbol{z}\cdot\boldsymbol{n})^2, \quad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}, \quad 0 \le \varphi < 2\pi .$$

Ocena strumienia j_H przez powierzchnię horyzontalną

Przyjmiemy, że scyntylatory w licznikach mają kształt kwadratów o boku L i odległe są od siebie o D. Liczba N promieni przechodząca przez powierzchnię S_1 dolnego licznika w czasie T_0 to

$$N_0 = j_0 T_0 \int_{S_1} dS_1 \int_{\Omega} \omega(\theta,\varphi)\cos\theta d\Omega .$$



Jednocześnie, skoro

$$d\Omega = \frac{dS_\perp}{r_{12}^2} = \cos\theta \frac{dS_2}{r_{12}^2}, \quad \cos\theta = \frac{D}{r_{12}},$$

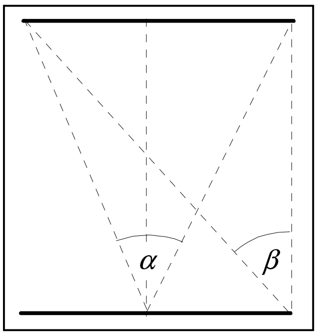
więc liczba promieni przechodzących przez oba liczniki wynosi

$$N_0 = j_0 T_0 \int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} \omega(\theta,\varphi)\cos^2\theta \frac{dS_2}{r_{12}^2} = \frac{3 j_0 T}{2\pi} \int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} \cos^4\theta \frac{dS_2}{r_{12}^2}$$

lub też

$$N_0 = \frac{3 j_0 T_0 D^4}{2\pi} \int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} \frac{dS_2}{r_{12}^6} .$$

Całka ta nie wyraża się przez funkcje elementarne ale można obliczyć ją numerycznie.



Rozważmy kąt bryłowy Ω, pod którym z elementu dS_1 dolnego licznika widać całą górną powierzchnię licznika. Wędrując wzdłuż odcinka równoległego do jednego z boków licznika, kąt $\Delta\theta$ pod którym widać analogiczny odcinek na drugim liczniku zmienia się między wartością $\alpha \approx 23{,}5°$ a $\beta \approx 22{,}6°$ (dla L = 10 cm oraz D = 24 cm), zaś wędrując wzdłuż diagonali, kąt ten zmienia się od $\alpha \approx 32{,}8°$ do $\beta \approx 30{,}5°$. Ponieważ zmiany te są niewielkie, więc ustalmy położenie elementu dS_1 w środku licznika dolnego, co pozwala wykonać całkę po jego powierzchni, a w konsekwencji

$$N_0 \approx \frac{3 j_0 T_0 D^4 L^2}{2\pi} \int_{S_2} \frac{dS_2}{r_{12}^6}, \quad r_{12} = \sqrt{D^2 + r_2^2} .$$

Pozostałą całkę po powierzchni górnego licznika można wyznaczyć analitycznie.

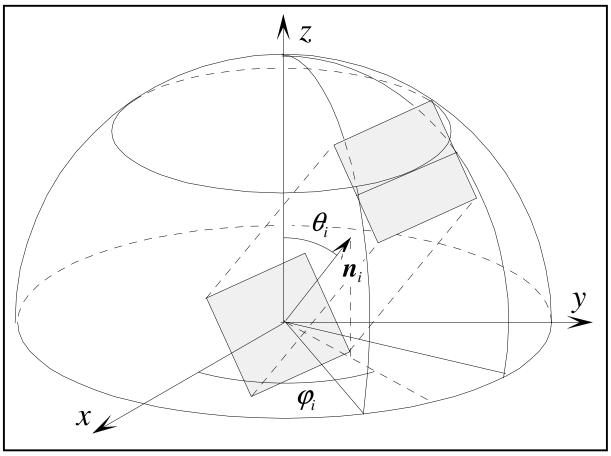
Zależność kątowa

Rozważmy sytuację zilustrowaną rysunkiem obok, kiedy to odchylamy liczniki od pionu i kierunek prostopadły do powierzchni liczników zdefiniowany jest wektorem normalnym $\boldsymbol{n}_i$ zadany kątami φ_i oraz θ_i:

$$\boldsymbol{n}_i = (\cos\varphi_i \sin\theta_i, \sin\varphi_i \sin\theta_i, \cos\theta_i).$$

Oczekiwana liczba N_i promieni kosmicznych rejestrowanych przez układ w czasie T_i wynosi

$$N_i = j_0 T_i \int_{S_1} dS_1 \int_{\Omega} \omega(\theta,\varphi) \boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{n}\, d\Omega .$$

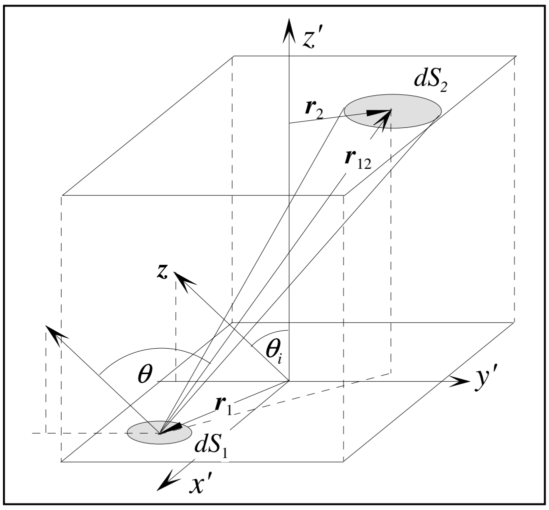


Jeśli skorzystamy z relacji

$$d\Omega = \frac{dS_\perp}{r_{12}^2} = \boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{n}\frac{dS_2}{r_{12}^2}\,,$$

to otrzymamy

$$N_i = j_0 T_i \int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} dS_2 \omega(\theta,\varphi)(\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{n})^2 \frac{1}{r_{12}^2} = \frac{3 j_0 T}{2\pi}\int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} dS_2 (\boldsymbol{z}\cdot\boldsymbol{n})^2 (\boldsymbol{n}_i\cdot\boldsymbol{n})^2 \frac{1}{r_{12}^2}\,.$$



Rozważmy to wyrażenie bliżej. Ponieważ rozkład kątowy $\omega(\theta,\varphi)$ nie zależy od kąta azymutalnego, wybierzmy kąt $\varphi_i = 90°$ i spójrzmy na rysunek, z którego znajdujemy:

$$\boldsymbol{r}_{12} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, D)\,,$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{1}{r_{12}}\boldsymbol{r}_{12}\,,$$

$$\boldsymbol{z}\cdot\boldsymbol{n} = \frac{(y_2 - y_1)\sin\theta_i + D\cos\theta_i}{r_{12}}\,,$$

$$\boldsymbol{n}_i\cdot\boldsymbol{n} = \frac{D}{r_{12}}\,,$$

co prowadzi do wyrażenia

$$N_i = \frac{3 j_0 T_i D^2}{2\pi}\int_{S_1} dS_1 \int_{S_2} \frac{\left((y_2 - y_1)\sin\theta_i + D\cos\theta_i\right)^2}{r_{12}^6} dS_2\,.$$

Całka ta nie wyraża się przez funkcje elementarne i można ją obliczyć jedynie numerycznie. Jeśli jednak zastosujemy przybliżenie małej powierzchni licznika dolnego, to liczbę promieni kosmicznych

$$N_i \approx \frac{3 j_0 T_i D^2 L^2}{2\pi}\int_{S_2} \frac{(y_2 \sin\theta_i + D\cos\theta_i)^2}{r_{12}^6} dS_2\,, \quad r_{12} = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + D^2}$$

można wyznaczyć przez funkcje elementarne.

Należy zdawać sobie sprawę z faktu, że dane doświadczalne czyli liczby zdarzeń rejestrowanych w ustalonym przedziale czasowym to nie liczby promieni kosmicznych. Przy wszystkich kątach θ_i oraz φ_i do liczby faktycznych promieni kosmicznych dodają się przypadki tła.