

Wpływ pola magnetycznego na transport elektronowy w półprzewodnikach

Celem wykonywanych pomiarów jest zbadanie zachowania nośników prądu w polu magnetycznym oraz wyznaczenie podstawowych parametrów elektrycznych półprzewodnika: koncentracji i znaku nośników, ich ruchliwości oraz przewodnictwa właściwego.

1. Co należy wiedzieć przed przystąpieniem do ćwiczenia?

Należy posiadać ogólne wiadomości z fizyki półprzewodników.

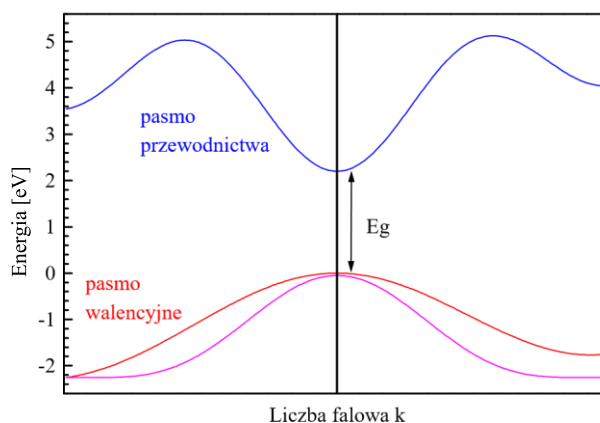
- model pasmowy (funkcja Blocha, pseudopęd, struktura pasmowa $E(\mathbf{k})$, strefa Brillouina, elektrony, dziury, masa efektywna, gęstość stanów),
- statystyka obsadzeń (rozkład Fermiego Diraca), koncentracja (obszar domieszkowy i samoistny), domieszkowanie
- ruchliwość, mechanizmy rozpraszania, przykładowe dane liczbowe.

Ponieważ badać będziemy półprzewodniki z grupy III-V (InSb, GaAs), należy znać podstawowe dane dla tych materiałów.

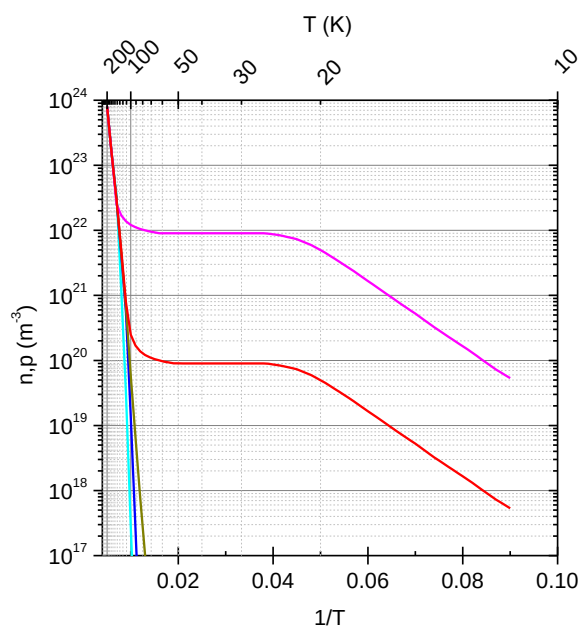
Ponadto należy posiadać wiedzę o efekcie Halla i magneto-oporze:

- w obecności jednego rodzaju nośników prądu,
- w obecności dwu rodzajów nośników prądu (zależność R_H od pola magnetycznego),
- w przypadku zależności $\tau(E)$.
- Metody pomiaru współczynnika Halla i przewodnictwa elektrycznego - sposób eliminacji zjawisk pasożytniczych (wzór na dodawanie napięć).

W ciałach krystalicznych elektrony przebywają w potencjale mającym charakter okresowy. Na skutek tego ich funkcje falowe mają postać funkcji Blocha. Postać ta dopuszcza możliwość ruchu elektronów, aczkolwiek cząstki przez nią opisywane mają nieoczekiwane własności – ich masy różnią się od masy elektronu w próżni, a ich ładunki mogą być dodatnie. Zależność ich energii, E , od pseudopędu, $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, także jest inna niż dla elektronu w próżni. Zależność $E(\mathbf{k})$ nazywamy strukturą pasmową (patrz rys. 1). Rozróżniamy pasmo walencyjne, zawierające cząstki o ładunku dodatnim – dziury i pasmo przewodnictwa, w którym znajdują się ujemnie naładowane elektrony (poprawnie kwazielektrony). Pasma te oddzielone są przerwą energetyczną. Szerokość przerwy energetycznej



Rys. 1. Przykład struktury pasmowej półprzewodnika



Rys. 2. Przykładowa zależność koncentracji od temperatury (skala logarytmiczna wzg. $1/T$) za [6].

w półprzewodniku mieści się w granicach od 0 eV (CdHgTe) do ponad 5 eV (AlN, diament). Półprzewodniki różnią się od metali tym, że w zerowej temperaturze, mają całkowicie zajęte pasmo walencyjne i całkowicie puste pasmo przewodnictwa.

Liczbę nośników ładunku (elektronów lub dziur) w jednostkowej objętości nazywamy koncentracją. W odróżnieniu od metali i izolatorów, koncentrację nośników w półprzewodniku możemy zmieniać o wiele rzędów wielkości poprzez domieszkowanie, wygrzewanie, zmiany napięcia, oświetlenia i temperatury. Zależność koncentracji od temperatury jest najczęściej funkcją wykładniczą. (Porównaj rys. 2.). Zmienia się, zatem bardzo szybko i to jej wzrost decyduje o tym, że przewodnictwo półprzewodników rośnie przy wzroście temperatury. W niskich temperaturach decyduje o tym jonizacja domieszek (dominuje jeden rodzaj nośników), w wysokich - pojawia się przewodnictwo samoistne.

Zdolność nośników do przewodzenia prądu określa ich ruchliwość, $\mu = \left| \frac{\langle \vec{v} \rangle}{E} \right|$, czyli średnia prędkość, jaką osiągają one w

jednostkowym polu elektrycznym. Jest ona bezpośrednio związana z rozpraszaniem $\mu = e\tau/m^*$, gdzie τ to średni czas między rozproszeniami¹, e to ładunek elementarny ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C), a m^* to masa efektywna. Za rozpraszanie odpowiadają wszelkie zaburzenia idealnej okresowości potencjału (np. drgania sieci, domieszki), stąd zależy ono od temperatury. Z mechanizmami rozpraszania i ich zależnościami temperaturowymi należy zapoznać się przed rozpoczęciem ćwiczenia.

Jeżeli w próbce znajdują się elektrony o koncentracji n i ruchliwości μ_n , to przewodnictwo właściwe materiału (σ) będzie wynosiło: $\sigma = en\mu_n$ (1.1)

Przewodnictwo właściwe wiąże ze sobą dwie wielkości wektorowe: pole elektryczne $\vec{E}$ i gęstość prądu, $\vec{j}$. Może ono być tensorem, np. w zjawisku Halla i wtedy zależność prądu od pola dana jest przez: $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$. (1.2)

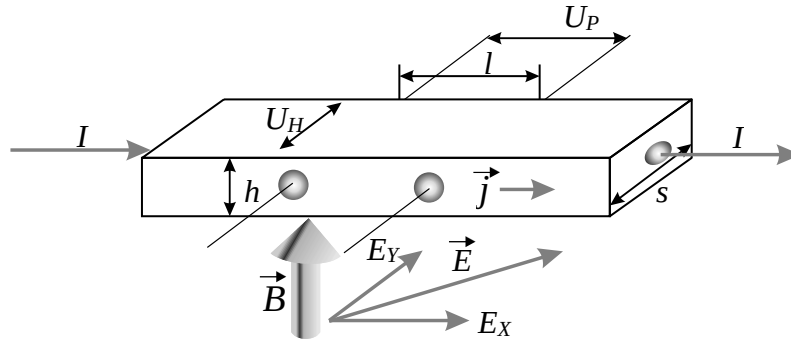
Opór właściwy jest odwrotnością przewodnictwa: $\rho = 1/\sigma$. Jeżeli próbka o szerokości s i grubości h znajdzie się w polu elektrycznym E_x (patrz rys. 3), to będzie w niej płynął prąd:

$$I = hs j_x = hs \sigma E_x = hs en\mu_n E_x \quad (1.3)$$

U_P – napięcie podłużne zaś jest zadane przez

$$U_P = E_x l = \frac{j_x}{\sigma} l = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{sh} l = \rho \frac{l}{sh} I = RI \quad (1.4)$$

gdzie, l – odległość między kontaktami (patrz rys. 3), a R – opór fragmentu próbki między tymi kontaktami



Rys. 3. Przewodząca próbka w polu magnetycznym. Na skutek efektu Halla powstaje poprzeczne napięcie U_H .

Jeżeli próbkę wstawimy w pole magnetyczne $(0,0,B_z)$, to na poruszające się nośniki zacznie działać siła Lorentza, proporcjonalna do ich prędkości $v_x = -\mu_n E_x = \frac{j_x}{qn}$ (dla elektronów $q = -e$). Ponieważ przepływ prądu może odbywać się tylko wzdłuż próbki (kierunek X na rys. 3.), w próbce powstanie poprzeczne pole elektryczne (kierunek Y na rys. 3.) równoważące siłę Lorentza: $E_y = -\frac{j_x}{qn} B_z$. Pole to daje napięcie hallowskie (poprzeczne):

$$U_H = -E_y s = \frac{j_x}{qn} B_z s = \frac{1}{qn} \frac{I}{sh} B_z s = R_H \frac{B_z I}{h} \quad (1.5)$$

Współczynnik R_H nazywamy stałą Halla. W przypadku przewodnictwa jedno-nośnikowego R_H jest stałą - dodatnią dla dziur, ujemną dla elektronów:

$$R_H = \frac{-1}{ne} \quad \left(\text{dla dziur } R_H = \frac{1}{pe} \right) \quad (1.6)$$

Warto zwrócić uwagę, że w konfiguracji pokazanej na rysunku 3, mierząc U_P i U_H wyznaczamy składowe tensora oporności $\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1}$

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{en\mu_n} & \frac{1}{qn} B \\ -\frac{1}{qn} B & \frac{1}{en\mu_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_x \\ 0 \end{bmatrix} = \hat{\rho} \vec{j} \quad (1.7)$$

W realnym eksperymencie, mierząc napięcie Halla (w poprzek próbki) lub napięcie związane z oporem próbki (tzw. podłużne), zawsze mamy do czynienia z pewnym pasożytniczym napięciem, które może być związane z faktem że: 1) sondy mierzące napięcie Halla (/napięcie podłużne) nie leżą na linii stałego potencjału (/są oddalone od krawędzi próbki), z termosiłą w przypadku ewentualnego gradientu temperatur, czy wreszcie z offsetem woltomierza. Przeprowadzenie pomiarów dla dwóch zwrotów prądu I i pola B , pozwala na wyekstrahowanie U_H oraz U_P i wyznaczenie składowych tensora $\hat{\rho}$.

¹ W rzeczywistości czas τ występujący w ruchliwości opisuje średni czas między rozproszeniami wysokokątowymi (~wstecz), a nie dowolnymi;

2. Przebieg ćwiczenia

- A. Skalowanie elektromagnesu. Natężenie pola magnetycznego H jest proporcjonalne do prądu, I_M , płynącego przez magnes. Prąd mierzymy poprzez pomiar spadku napięcia na oporniku wzorcowym włączonym w obwód. Indukcja pola magnetycznego B mierzymy teslomierzem. Wobec faktu, iż $B = \epsilon_0(H+M)$ związek pomiędzy B i H jest niejednoznaczny.
- B. Pomiar transportu elektronowego metodą z jednorodną gęstością prądu:
- Pomiar charakterystyki prądowo-napięciowej $I(V)$. Zwracamy uwagę, czy zależność napięcia od natężenia jest liniowa i antysymetryczna.
 - Pomiary napięć poprzecznego (U_Y) i wzdłuż próbki (U_X) w funkcji pola magnetycznego dla jednej lub dwóch próbek, w temperaturze pokojowej i ciekłego azotu. Dokonujemy pomiaru napięć na czterech parach kontaktów (patrz rys. 2.), na dwóch parach napięcia U_X i na dwóch U_Y . Dla każdej pary przeprowadzamy pomiary $U(B)$ dla dwóch zwrotów prądu i dwóch zwrotów pola, co daje nam cztery napięcia $U_{+B,+I}$, $U_{+B,-I}$, $U_{-B,+I}$ i $U_{-B,-I}$. Napięcia te są rejestrowane przez komputer. Aby wyznaczyć z nich napięcia U_H lub U_P należy przeprowadzić symetryzację (U_H jest nieparzystą funkcją pola magnetycznego, U_P jest funkcją parzystą). Przykładowo, wzór na napięcie hallowskie ma postać: $U_H = \frac{1}{4} (U_{+B,+I} - U_{+B,-I} - U_{-B,+I} + U_{-B,-I})$, $U_P = \frac{1}{4} (U_{+B,+I} - U_{+B,-I} + U_{-B,+I} - U_{-B,-I})$.

3. Przygotowanie opisu

Opis powinien składać się z następujących części:

- Streszczenia (po polsku oraz po angielsku),
- Wstępu teoretycznego,
- Opisu układu pomiarowego i próbek,
- Wyników i ich analizy,
- Podsumowania zawierającego wnioski.

Ad.1. Abstrakt ma zawierać informacje o tym co zostało zrobione, jak (jaką metodą), co wyszło oraz komentarz

Ad.2. Nie za długi. Powinien zawierać opis zjawiska i wprowadzenie wielkości potrzebnych w analizie i używanych w dalszej części opisu. Proszę nie przepisywać podręczników – warto je cytować ☺

Ad. 3. Przy opisie układu należy zamieścić wyniki pomiarów elektromagnesu. Należy przy tym odpowiedzieć, czy zjawisko histerezy ma istotne znaczenie i podać krzywą kalibracyjną.

Ad. 4. Wynikami pomiarów są zależności napięcia od natężenia (charakterystyki $I-V$) oraz napięć hallowskich U_H i napięć podłużnych U_P od pola magnetycznego.

Analiza charakterystyki $I-V$ pozwala nam, na wyznaczenie zależności oporu R lub przewodnictwa S od odległości między kontaktami l , a stąd na podstawie zależności (1.4), możemy wyznaczyć przewodnictwo właściwe σ . Należy przyrzeć się liniowości zależności $I(V)$, skomentować ją.

Aby technicznie przeprowadzić sumowanie napięć (punkt 2 B b)) wygodnie jest przeprowadzić interpolację zmierzonych napięć i określić dziedzinę tak, aby mieć punkty w tych samych wartościach $-B$ i $+B$.

Należy porównać wyniki dla różnych kontaktów, różnych temperatur, obficie komentując – dobrze jest na jakimś etapie przedstawić je na jednym wykresie. Następnie dopasowując do krzywych przewidywane zależności teoretyczne należy wyznaczyć podstawowe parametry elektryczne próbek: koncentracje i znaki nośników, ich ruchliwość oraz przewodnictwa właściwe badanych materiałów.

Przygotowując opis, należy pamiętać o numeracji wzorów (1) i rysunków (patrz Rys. 1.). Przy korzystaniu z materiałów (teksty, rysunki, programy) pochodzących od innych autorów należy w tekście umieścić odnośnik [1], a na końcu podać spis cytowanych źródeł (autor, tytuł, adres strony itp.). Terminy oddania zgodnie z regulaminem [7].

4. Polecane podręczniki

- C. Kittel - "Wstęp do fizyki ciała stałego", w wyd. VI, rozdziały VI, VII i VIII.
- J. Ginter - "Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego", rozdziały IX i X.
- H. Ibach, H. Lüth, "Fizyka ciała stałego", rozdziały VI, VII i XII.
- K. W. Szalimowa - "Fizyka półprzewodników", T3 rozdziały od I do V

5. R. Smith - "Półprzewodniki", rozdziały od I do V.
6. W. Giriat, J. Raułuszkiewicz, „Hallotrony”, rozdziały 2.1 do 5.6
7. <http://info.fuw.edu.pl/IIPRACOWNIA/home/>
8. "Hall Effect Devices" Second Edition. R S Popovic, 2004 (do znalezienia w necie).
9. Condensed Matter Physics by Micheal P. Marder, 2010 (biblioteka FUW)

Dodatek: efekt Halla w przypadku dwóch rodzajów nośników

Naszymi podstawowymi wynikami pomiaru są: wymiary próbki (patrz rys. 3.) grubość (h) i szerokość (s), odległość między kontaktami wzdłuż próbki (l), prąd płynący przez próbkę (I) napięcie przewodzenia (U_P) oraz napięcie Halla, U_H . Dane te pozwalają nam obliczyć na podstawie wzoru (1.4) opór właściwy ρ i przewodnictwo właściwe σ_0 . W przypadku, gdy próbka znajduje się w polu magnetycznym przewodnictwo i opór właściwy stają się wielkościami tensorowymi, przy czym składowe tensora oporu możemy obliczyć, z danych doświadczalnych:

$$\rho_{xx}(B) = \frac{U_P(B) \cdot h \cdot s}{I \cdot l}, \quad \rho_{xy}(B) = R_H(B) \cdot B = \frac{U_H(B) \cdot h}{I} \quad (D.1)$$

Natomiast tensor przewodnictwa obliczamy, jako $\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}$. Elementy składowe tensora przewodnictwa mają, zatem bardziej złożone zależności i w szczególności, dla $B \neq 0$, $\sigma_{xx} \neq 1/\rho_{xx}$.

Z danych doświadczalnych obliczyć możemy również efektywną „stałą Halla” R_H :

$$R_H(B) = \frac{\rho_{xy}}{B} = \frac{U_H(B)h}{IB} \quad (D.2)$$

- W przypadku przewodnictwa jedno-nośnikowego stała Halla jest wielkością stałą.
- W przypadku przewodnictwa dwu-nośnikowego lub równoległego stała Halla zmienia się w funkcji pola magnetycznego. Zależność tą możemy obliczyć wiedząc, że wypadkowy tensor przewodnictwa jest sumą obu tensorów przewodnictwa.

$$R_H(B) = \frac{(R_1\sigma_1^2 + R_2\sigma_2^2) + R_1\sigma_1^2 R_2\sigma_2^2 (R_1\sigma_1 + R_2\sigma_2)B^2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2(R_1 + R_2)^2B^2} = \frac{\alpha\beta - \sigma_0\gamma + \alpha\beta^2B^2}{\sigma_0^2 + \alpha^2\beta^2B^2} \quad (D.3)$$

Dla dwu rodzajów elektronów (2 warstw) o koncentracjach n_1 i n_2 oraz ruchliwościach μ_1 i μ_2 otrzymujemy:

$$R_H(B) = \frac{-e(n_1\mu_1^2 + n_2\mu_2^2) - e(n_1 + n_2)\mu_1^2\mu_2^2B^2}{\sigma_0^2 + e^2(n_1 + n_2)^2\mu_1^2\mu_2^2B^2} \quad (D.3a)$$

Dla dwu rodzajów nośników (elektrony i dziury) o koncentracjach p i n oraz ruchliwościach μ_p i μ_n otrzymujemy:

$$R_H(B) = \frac{e(p\mu_p^2 - n\mu_n^2) + e(p - n)\mu_p^2\mu_n^2B^2}{\sigma_0^2 + e^2(p - n)^2\mu_p^2\mu_n^2B^2} = \frac{(\mu_p - \mu_n)\sigma_0 + e(p - n)\mu_p\mu_n + e(p - n)\mu_p^2\mu_n^2B^2}{\sigma_0^2 + e^2(p - n)^2\mu_p^2\mu_n^2B^2} \quad (D.3b)$$

Aby w obu przypadkach wyznaczyć parametry próbki (koncentracje i ruchliwości) należy do danych doświadczalnych dopasować krzywe (1.10a) lub (1.10b) bądź (łatwiej) krzywą w postaci:

$$R_H(B) = d \frac{f + B^2}{g^2 + B^2} \quad (1.11)$$

Następnie policzyć współczynniki

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/d \\ \beta &= d\sigma_0/|g| \\ \gamma &= \frac{1}{|g|} - \frac{df\sigma_0}{g^2} \end{aligned}$$

- Jeżeli $d < 0$ i $f > 0$, to przewidujemy dwa rodzaje elektronów:

$$\alpha = -e(n_1 + n_2), \quad \beta = -\mu_1\mu_2, \quad \gamma = \mu_1 + \mu_2, \quad \sigma_0 = e(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)$$

$$\mu_{1,2} = \frac{\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2}, \quad n_1 = \frac{\sigma_0 + \alpha\mu_2}{e(\mu_1 - \mu_2)}, \quad n_2 = \frac{\sigma_0 + \alpha\mu_1}{e(\mu_1 - \mu_2)}$$

- Jeżeli $d > 0$ i $f < 0$, to przewidujemy przewodnictwo elektronowo-dziurowe:

$$\alpha = e(p - n), \quad \beta = \mu_p\mu_n, \quad \gamma = \mu_n - \mu_p, \quad \sigma_0 = e(p\mu_p + n\mu_n)$$

$$\mu_n = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2}, \quad \mu_p = \frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2},$$

$$n = \frac{\sigma_0 - \alpha\mu_p}{e(\mu_n + \mu_p)}, \quad p = \frac{\sigma_0 + \alpha\mu_n}{e(\mu_n + \mu_p)}$$