

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2010-11-19)

Całka funkcji jednej zmiennej

Zadanie 1. Obliczyć całki

$$\int (x+a)^2 dx, \quad \int (x-3)(x-2)(x-1) dx, \quad \int (\sin x + \cos x) dx, \quad \int \frac{x^2+1}{x} dx, \quad \int (e^x+1)^2 dx$$

Zadanie 2. Obliczyć całkę

$$\int \frac{1}{\cos x \sin x} dx$$

Wskazówka: $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$.

Zadanie 3. Korzystając z metody całkowania przez części, obliczyć całki

$$\int \sin^3 x dx, \quad \int \cos^3 x dx.$$

Powtórzyć obliczenia, korzystając z metody całkowania przez podstawienie.

Zadanie 4. Obliczyć całkę

$$\int (\sin^5 x + \cos^5 x) dx$$

Zadanie 5. Obliczyć całki

$$\int \cos^5 x \sin^3 x dx, \quad \int x^3 e^x dx,$$

Zadanie 6. Obliczyć całki

$$\int \frac{1}{x} (\ln x)^n dx, \quad \int (3x^2 + 2x + 1) e^{x^3+x^2+x+1} dx, \quad \int \frac{x}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{4x^3}{x^4+1} dx,$$
$$\int x \sin x^2 dx, \quad \int x \sqrt{1+x^2} dx, \quad \int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx, \quad \int \frac{\cos x}{\sin^8 x} dx$$

Zadanie 7. Obliczyć całki

$$\int \sqrt{3x+1} dx, \quad \int x \ln x dx, \quad \int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx, \quad \int (e^x+x)^2 dx, \quad \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx, \quad \int \ln(x^2-1) dx$$

Wskazówka: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Zadanie 8.* Korzystając z metody rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste, obliczyć całki

$$\int \frac{1}{1-x^2} dx, \quad \int \frac{2x-5}{x^2-5x+6} dx$$

Zadanie 9. Korzystając z definicji obliczyć całkę

$$\int_0^1 e^x dx$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Zadanie 10. Przyspieszenie w danym ruchu prostoliniowym wyraża się wzorem $a = \alpha t^2 + \beta \sin(t/\tau) - 2$. Znaleźć prędkość $v(t)$, jeżeli $v(t = 0) = v_0$. Wyznaczyć zależność położenia od czasu $x(t)$, jeżeli $x(t = 0) = x_0$.

Zadanie 11. Obliczyć całki oznaczone

$$\int_1^2 \frac{2x+1}{(x^2+x)^2} dx, \quad \int_0^\infty x e^{-x^2} dx, \quad \int_0^\pi \sin^2 x dx, \quad \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x dx, \quad \int_0^1 (x+1)^3 dx, \quad \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^2 (2x+1) dx, \quad \int_0^2 x e^{x^2} dx, \quad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (x+1) \sin x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$$

Zadanie 12. Obliczyć całkę $\int_0^1 f(x) dx$, gdzie

$$f(x) = \sum_{k=1}^n k^2 x^{k-1}.$$

Zadanie 13. Znaleźć pole ograniczone odcinkiem osi OX od $x = -1$ do $x = 0$, rzędnymi w tych punktach oraz łukiem linii

$$y = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}.$$

Zadanie 14. Znaleźć pole wspólnego obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad \text{ i } \quad y = -x^2 + 3x + 4.$$

Zadanie 15. Obliczyć pole zawarte pomiędzy liniami $y = x^3 - x^2$ i $y = x - 1$.

Zadanie 16. Obliczyć pole obszaru ograniczonego łukami paraboli $y^2 = x$ i okręgu $x^2 + y^2 = 4x$.

Zadanie 17. Znaleźć pole obszaru ograniczonego wykresami funkcji

$$f_1(x) = x^2 - 4 \quad \text{ i } \quad f_2(x) = x + 2.$$

Zadanie 18. Znaleźć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y^2 = 1 - x \quad \text{ i } \quad y = x + 1.$$

Zadanie 19. Obliczyć całkę

$$\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$$

Wskazówka: zauważyć, że dwukrotne całkowanie przez części prowadzi do całki wyjściowej.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

