

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2012-10-12)

Granica ciągu, ciągłość funkcji, pochodna, przebieg zmienności funkcji

Zadanie 1. Określić granicę ciągu

$$\text{a) } a_n = \sqrt{n^2 + n} - n, \quad \text{b) } a_n = \frac{4^{n-1} - 5}{2^{2n} - 7}, \quad \text{c) } a_n = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}.$$

Zadanie 2. Znaleźć efektywne oprocentowanie trzymiesięcznej lokaty przy miesięcznej kapitalizacji z rosnącą liniowo stopą procentową do wartości $s = 0.06$.

Zadanie 3. Oblicz granicę funkcji

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

w punkcie $x = 2$.

Zadanie 4. Znaleźć z definicji pochodną funkcji

$$\text{a) } f(x) = (x + 1)^2, \quad \text{b) } f(x) = 2\sqrt{1 + x}, \quad \text{c) } f(x) = \frac{2}{\sqrt{1 - x}}.$$

Zadanie 5. Znaleźć przybliżoną wartość

$$\text{a) } \sqrt[5]{1.02}, \quad \text{b) } \sin 46^\circ.$$

Zadanie 6. Podać równanie stycznej do krzywej $y(x) = ax^3$, $a \in \mathbb{R}$ w punkcie $(x_0, y_0) = (2, 4)$.

Zadanie 7. Znaleźć punkty, w których styczna do wykresu funkcji $y(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ jest równoległa do osi OX .

Zadanie 8. Znaleźć pochodną funkcji

$$\text{a) } f(x) = 3 \sin(x^2 + 1)$$

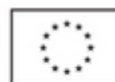
$$\text{b) } f(x) = \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 12}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$$

$$\text{e) } f(x) = \operatorname{ctg} e^x$$

$$\text{g) } f(x) = e^{2e^{2e^{2e^{x^2}}}}$$



Zadanie 9. Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - x - 2}.$$

Zadanie 10. Pod jakim kątem przecinają się wykresy funkcji $f(x) = \sin x$ i $g(x) = \cos x$?

Zadanie 11. Dobrać tak wartość parametru $a \in \mathbb{R}$, aby wykresy funkcji

$$f_1(x) = \frac{ax}{x^2 + 1} \quad \text{i} \quad f_2(x) = \frac{x^2 + 1}{ax}$$

miały punkty wspólne w ekstremach funkcji.

Zadanie 12. Sztywny pręt oparty o ścianę budynku zaczął się zsuwać. Gdy kąt nachylenia pręta względem poziomu wynosił $\alpha = 60^\circ$, prędkość v_x dolnego końca pręta równa była 0.5m/s. Jaka była wówczas prędkość v_y górnego końca pręta?



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

