

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2012-11-13)

Przestrzenie liniowe, iloczyn skalarny, ortogonalność

Zadanie 1. Znaleźć sumę, różnicę i iloczyn skalarny wszystkich par wektorów $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (3, 1, 2)$ i $\mathbf{c} = (2, 3, 1)$. Czy wektory te mogą być bazą w przestrzeni $\mathbb{R}^3$? Znaleźć wektor $\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ i jego długość porównać z długością każdego z wektorów. Czy wektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{d}$ są liniowo niezależne?

Zadanie 2. Znaleźć stosunek wysokości graniastoslupa czworokątnego prawidłowego do długości krawędzi podstawy, jeśli kąt pomiędzy krawędzią podstawy i przekątną graniastoslupa wynosi $\pi/3$. Pod jakim kątem przekątna przecina płaszczyznę podstawy?

Wskazówka: w wygodnie wybranym układzie współrzędnych rozważyć dwa wektory, jeden równoległy do krawędzi podstawy, drugi do przekątnej.

Zadanie 3. Korzystając z faktu, że kierunek wektora będącego sumą wektora $\mathbf{e}_x$ i wektora jednostkowego o kierunku tworzącym z osią x kąt 30° tworzy z osią x kąt 15° , znaleźć $\cos 15^\circ$.

Zadanie 4. Czy wektory $\mathbf{a} = (1, 1, -1)$, $\mathbf{b} = (1, 2, 1)$ i $\mathbf{c} = (1, -1, -5)$ są liniowo niezależne? Jeśli tak, unormować wektory. Jeśli nie, wektor $\mathbf{c}$ przedstawić w postaci kombinacji liniowej wektorów $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$.

Zadanie 5. Dane są trzy liniowo niezależne wektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}$. Pokazać, że wektory $\mathbf{r}_1 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 5\mathbf{c}$, $\mathbf{r}_2 = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$ i $\mathbf{r}_3 = 4\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ są liniowo zależne. Czy wektory te leżą w jednej płaszczyźnie?

Zadanie 6. Znaleźć wszystkie wektory jednostkowe prostopadłe do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory $\mathbf{a} = (1, 1, -1)$ i $\mathbf{b} = (1, 2, 1)$.

Zadanie 7. Unormować wektor $\mathbf{a} = (2, 1, 2)$ i znaleźć wektor do niego prostopadły i leżący w płaszczyźnie wyznaczonej przez wektor $\mathbf{a}$ i wektor $\mathbf{b} = (2, 2, 1)$.

Zadanie 8. Wektory $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 0)$ i $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 1)$ tworzą bazę w podprzestrzeni liniowej w $\mathbb{R}^3$. Przekształcić tę bazę w bazę ortonormalną.

Zadanie 9. Wektory $\mathbf{a}_1 = (2, 1)$ i $\mathbf{a}_2 = (1, 2)$ tworzą bazę w przestrzeni $\mathbb{R}^2$. Znaleźć wektory nowej bazy, utworzonej przez wersory kierunków obu wektorów. Znaleźć współrzędne wektorów $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ i $\mathbf{b}_2 = (0, 1)$ w nowej bazie.

Zadanie 10. Podać równanie prostej równoległej do wektora $\mathbf{a} = (2, 1)$ i przechodzącej przez punkt $A = (1, 2)$. Podać równanie prostej prostopadłej do znalezionej prostej i przechodzącej przez punkt A . Znaleźć odległości punktu $B = (1, 0)$ od obu prostych.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

