

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2014-10-17)

Granica ciągu, ciągłość funkcji, pochodna

Zadanie 1. Znaleźć granicę ciągu o wyrazie ogólnym

$$\begin{aligned} \text{a) } a_n &= \frac{(2n+1)^3}{n^3 + 3n^2 + 3n + 1}, & \text{b) } a_n &= \sqrt{n^2 + n} - n, & \text{c) } a_n &= \frac{4^{n-1} - 5}{2^{2n} - 7}, \\ \text{d) } a_n &= \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2} & \text{e) } a_n &= \frac{1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n}{4 \cdot 2^n}. \end{aligned}$$

Zadanie 2. Znaleźć efektywne oprocentowanie trzymiesięcznej lokaty przy miesięcznej kapitalizacji z rosnącą liniowo stopą procentową do wartości $s = 0.06$.

Zadanie 3. Obliczyć granicę funkcji

$$\text{a) } f(x) = \frac{2x-4}{x^2-4}, \quad \text{b) } f(x) = \frac{2\sqrt{x+2}-4}{x-2}, \quad \text{c) } f(x) = \frac{x^3-8}{4-x^2}$$

w punkcie $x = 2$.

Zadanie 4. Określić dziedzinę i zbadać ciągłość funkcji

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-1}-2}{x-2}, & x \neq 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}$$

Zadanie 5. Znaleźć z definicji pochodną funkcji

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= (x+1)^2, & \text{b) } f(x) &= x^2 - 2x + 1, & \text{c) } f(x) &= \sqrt{x}, \\ \text{d) } f(x) &= 2\sqrt{1+x}, & \text{e) } f(x) &= \frac{2}{\sqrt{1-x}} \end{aligned}$$

w punkcie x_0 .

Zadanie 6. Znaleźć przybliżoną wartość wyrażenia

$$\text{a) } \sqrt[5]{1.02}, \quad \text{b) } \sin 46^\circ.$$

Zadanie 7. Podać równanie stycznej do krzywej $y(x) = ax^3$, $a \in \mathbb{R}$, w punkcie $P = (2, 4)$.

Zadanie 8. Znaleźć punkty, w których styczna do wykresu funkcji

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

jest równoległa do osi x .

Zadanie 9. Znaleźć punkty, w których styczna do wykresu funkcji

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + x - 2014$$

tworzy z osią x kąt $\alpha = \pi/4$.

Zadanie 10. W jakich przedziałach funkcja $f(x) = |x+1| - |x-1| - 2x$ jest różniczkowalna? Znaleźć pochodną funkcji $f(x)$ w tych przedziałach.