

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2015-11-03)

Całka funkcji jednej zmiennej

Zadanie 1. Obliczyć całki

$$\int (2x + a)^2 dx, \quad \int (x^2 - 5)(x - 2)(x - 1) dx, \quad \int (\sin(2x) + 2 \cos x) dx,$$
$$\int e^{4x} dx, \quad \int \frac{x^2 + 1}{x} dx, \quad \int (e^x + 1)^2 dx$$

Zadanie 2. Obliczyć całki

$$\int \frac{1}{\cos x \sin x} dx, \quad \int \frac{1}{\sin 2x} dx, \quad \int \frac{1}{\sin x} dx$$

Wskazówka: $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$.

Zadanie 3. Obliczyć całki

$$\int \frac{1}{x} (\ln x)^n dx, \quad \int (3x^2 + 2x + 1) e^{x^3 + x^2 + x + 1} dx, \quad \int \frac{x}{1 + x^2} dx, \quad \int \frac{4x^3}{x^4 + 1} dx,$$
$$\int x \sin x^2 dx, \quad \int x \sqrt{1 + x^2} dx, \quad \int \frac{\sin x}{\sqrt{1 + 2 \cos x}} dx, \quad \int \frac{\cos x}{\sin^8 x} dx$$

Zadanie 4. Obliczyć całki

$$\int \sin^3 x dx, \quad \int \cos^3 x dx, \quad \int \cos^5 x \sin^3 x dx.$$
$$\int \sqrt{3x + 1} dx, \quad \int x \ln x dx, \quad \int x^3 e^x dx, \quad \int (e^x + x)^2 dx, \quad \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx, \quad \int \ln(x^2 - 1) dx.$$

Wskazówka: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Zadanie 5. Korzystając z metody rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste, obliczyć całki

$$\int \frac{1}{1 - x^2} dx, \quad \int \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} dx$$

Zadanie 6. Obliczyć z definicji całkę $\int_0^1 e^x dx$.

Zadanie 7. Obliczyć całki oznaczone

$$\int_1^2 \frac{2x + 1}{(x^2 + x)^2} dx, \quad \int_0^\infty x e^{-x^2} dx, \quad \int_0^\pi \sin^2 x dx, \quad \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x dx, \quad \int_0^1 (x + 1)^3 dx, \quad \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$$
$$\int_1^2 (2x + 1) dx, \quad \int_0^2 x e^{x^2} dx, \quad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (x + 1) \sin x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx, \quad \int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$$

Zadanie 8. Znaleźć pole obszaru ograniczonego krzywymi $y = x^2 - 2x - 3$, $y = -x^2 + 3x + 4$.