

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2015-11-17)

Wektory, iloczyn skalarny, ortogonalność

Zadanie 1. Znaleźć kąty, jakie tworzy z osiami układu kartezjańskiego wektor $\mathbf{a} = [-1, 1, \sqrt{2}]$.

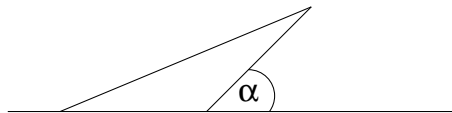
Zadanie 2. Wykazać algebraicznie i geometrycznie, że obowiązuje rozdzielność iloczynu skalarnego względem dodawania wektorów, czyli

$$\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}.$$

Powtórzyć dowód algebraicznie (posługując się współrzędnymi wektorów), przyjmując $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]$, $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]$.

Zadanie 3. Znaleźć stosunek wysokości graniastosłupa czworokątnego prawidłowego do długości krawędzi podstawy, jeżeli kąt pomiędzy krawędzią podstawy i przekątną tego graniastosłupa wynosi $\pi/3$. Pod jakim kątem przekątna przecina płaszczyznę podstawy?

Zadanie 4. Pokazać, że kierunek wektora będącego sumą wektora jednostkowego o kierunku tworzącym z tą osią kąt α , tworzy z osią x kąt $\beta = \alpha/2$. Korzystając z tego faktu obliczyć $\cos 15^\circ$.



Zadanie 5. Dana jest prosta o równaniu $y = \sqrt{3}x + 3$ oraz punkty $A = (0, 1)$ i $B = (-\sqrt{3}, 2)$. Znaleźć współrzędne punktu C leżącego na prostej tak, że w trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest równy 60° .

Zadanie 6. Znaleźć wektory jednostkowe, prostopadłe do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory $\mathbf{a} = [1, 1, -1]$ i $\mathbf{b} = [1, 2, 1]$.

Zadanie 7. Wektory $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 0)$ i $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 1)$ tworzą bazę w podprzestrzeni liniowej w $\mathbb{R}^3$. Przekształcić tę bazę w bazę ortonormalną.

Zadanie 8. Podać równanie prostej równoległej do wektora $\mathbf{a} = [2, 1]$ i przechodzącej przez punkt $A = (1, 2)$. Podać równanie prostej prostopadłej do znalezionej prostej i przechodzącej przez punkt A . Znaleźć odległości punktu $B = (1, 0)$ od obu prostych.