

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2016-11-2)

Zastosowanie rachunku różniczkowego. Szeregi potęgowe

Zadanie 1. Pokazać, że wśród wszystkich trójkątów równoramiennych o danym obwodzie, największe pole powierzchni ma trójkąt równoboczny.

Zadanie 2. Dobrać tak wartość parametru $a \in \mathbb{R}$, aby wykresy funkcji

$$f_1(x) = \frac{ax}{x^2 + 1} \quad \text{ i } \quad f_2(x) = \frac{x^2 + 1}{ax}$$

miały punkty wspólne w ekstremach funkcji.

Zadanie 3. Sztywny pręt oparty o ścianę budynku zaczął się zsuwać. Gdy kąt nachylenia pręta względem poziomu wynosił $\alpha = 60^\circ$, prędkość v_x dolnego końca pręta równa była 0.5m/s. Jaka była wówczas prędkość v_y górnego końca pręta?

Zadanie 4. Wyznaczyć promienie zbieżności następujących szeregów potęgowych

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^n, \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} (3 + (-1)^n) x^n$$

Zadanie 5. Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje

$$\text{a) } f(x) = e^x, \quad \text{b) } f(x) = x e^x, \quad \text{c) } f(x) = \frac{1}{1-x}, \quad \text{d) } f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

i wyznaczyć promień zbieżności każdego ze znalezionych szeregów.