

Fizyka z Matematyką I

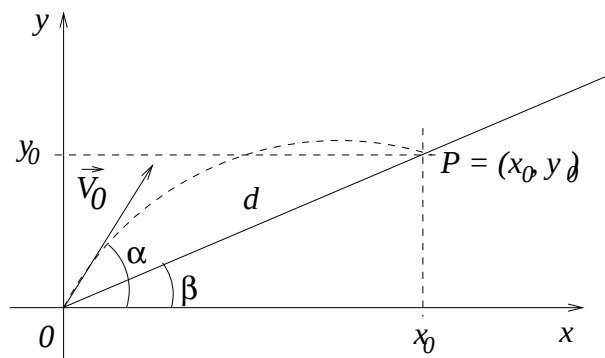
(zadania domowe – 2016-12-21)

Tor ruchu, energia, pęd, zderzenia, i inne :-)

Zadanie 1. Biedronka porusza się ze stałą prędkością v_0 po promieniu obracającej się płyty gramofonowej. Prędkość kątowna płyty wynosi ω . Znaleźć równanie toru biedronki w układzie gramofonu. Podać to równanie w biegunowym układzie współrzędnych i w układzie kartezjańskim. Przyjąć, że w chwili $t = 0$ biedronka znajdowała się na środku płyty.

Zadanie 2. Z wieży o wysokości h wyrzucono pionowo w górę kamień z prędkością początkową v_0 . Po pewnym czasie z tej samej wieży spuszczone swobodnie drugi kamień. Znaleźć czas jaki upłynął pomiędzy tymi zdarzeniami wiedząc, że oba kamienie uderzyły w Ziemię w tej samej chwili.

Zadanie 3. Armata stojąca u podnóża płaskiego wzniesienia tworzącego kąt $\beta = 30^\circ$ z poziomem strzela pod kątem $\alpha = 60^\circ$ w górę tego wzniesienia. Jaka jest prędkość początkowa pocisku, jeśli pocisk wbija się w powierzchnię wzniesienia w odległości d od armaty?



Zadanie 4. Latający dywan wznosi się w górę (wzdłuż dodatniego kierunku osi y) z prędkością v_0 . Po czasie t_1 osiąga wysokość H i zaczyna lecieć z tą samą prędkością w kierunku dodatniego kierunku osi x . Po dywanie, o długości a i szerokości b , toczy kula ze stałą prędkością v względem dywanu. Znaleźć równanie toru kuli i jej prędkość w układzie Ziemi, jeżeli kula toczy się po prostej a) wzdłuż dywanu, b) w poprzek dywanu, c) wzdłuż przekątnej dywanu, d) toczy się jednostajnie po okręgu o środku w środku dywanu i promieniu $r < b/2$

Zadanie 5. Kula o masie m poruszająca się równolegle do krawędzi stołu zderza się w jednej trzeciej długości stołu prosto i idealnie sprężysto ze spoczywającą kulą. Jaka jest masa spoczywającej kuli, jeżeli obie kule spadły ze stołu w tej samej chwili?

Zadanie 6. Dwie kule o masach $m_1 = m_0$ i $m_2 = 2m_0$ poruszające się z prędkościami $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0$ i $\mathbf{v}_2 = -\mathbf{v}_0$ zderzają się prosto i doskonale niesprężysto. Jaka energia wydziel się w wyniku zderzenia?

Zadanie 7. Znaleźć wektor położenia punktu będącego wierzchołkiem sześcianu o krawędzi $a = 1$ w układzie współrzędnych kartezjańskich, w którym przeciwległy wierzchołek sześcianu znajduje się w środku układu współrzędnych i krawędzie sześcianu leżą na osiach tego układu. Podać współrzędne tego punktu w układzie cylindrycznym odpowiadające temu wektorowi położenia. Naszkicować te wersory.

Zadanie 8. Wykazać algebraicznie i geometrycznie, że obowiązuje rozdzielność iloczynu skalarnego względem dodawania wektorów, czyli

$$\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}.$$

Zadanie 9. Unormować wektor $\mathbf{a} = (2, 2, 1)$ i znaleźć wektor do niego prostopadły i leżący w płaszczyźnie wyznaczonej przez wektor $\mathbf{a}$ i wektor $\mathbf{b} = (2, 1, 2)$.

Zadanie 10. Podać równanie stycznej do krzywej $y(x) = x^3$ w punkcie $(x_0, y_0) = (-2, -8)$.

Zadanie 11. Obliczyć pole obszaru ograniczonego łukami paraboli $y^2 = x$ i okręgu $x^2 + y^2 = 4x$.

Zadanie 12. Osoba stojąca nad urwiskiem rzuca dwa kamienie w odstępie czasu T . Pierwszy kamień jest wyrzucony pod kątem α w górę z prędkością v_1 , a drugi poziomo z prędkością v_2 . Czy można tak dobrać parametry T , v_1 , v_2 i α , aby kamienie się zderzyły? Jeśli tak, podaj czas i miejsce spotkania.