

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2017-10-25)

Pochodna, zastosowanie rachunku różniczkowego

Zadanie 1. Znaleźć pochodną funkcji

$$\text{a) } f(x) = 2 \sin(x^4 + x^3 + 1), \quad \text{b) } f(x) = \sin^3 x \cos^3 x, \quad \text{c) } f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 12}{x^2 - 5x + 6},$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}, \quad \text{e) } f(x) = \operatorname{ctg} e^{x+2}, \quad \text{f) } f(x) = \sin(\cos(e^{\sqrt{x}})),$$

$$\text{g) } f(x) = (\operatorname{tg}(x))^x, \quad \text{h) } f(x) = \log(x+1)^2 \cdot \log_2(x+2), \quad \text{i) } f(x) = \frac{\sin^2(\ln x)}{\cos^2(\log x)}.$$

Zadanie 2. Wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{e^{x-1} - 1}{e^x + e^{-x}}$.

Zadanie 3. Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$\text{a) } f(x) = x e^{-x}, \quad x \geq 0, \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - x - 2}, \quad \text{c) } f(x) = \frac{1 - e^{-x+1}}{1 + e^{-2x}}.$$

Zadanie 4. Pod jakim kątem przecinają się wykresy funkcji $f(x) = \sin x$ i $g(x) = \cos x$?

Zadanie 5. Pokazać, że wśród wszystkich trójkątów równoramiennych o danym obwodzie, największe pole powierzchni ma trójkąt równoboczny.

Zadanie 6. Dobrać tak wartość parametru $a \in \mathbb{R}$, aby wykresy funkcji

$$f_1(x) = \frac{ax}{x^2 + 1} \quad \text{ i } \quad f_2(x) = \frac{x^2 + 1}{ax}$$

miały punkty wspólne w ekstremach funkcji.