

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2017-11-08)

Zastosowanie rachunku różniczkowego. Szeregi potęgowe

Zadanie 1. Sztywny pręt oparty o ścianę budynku zaczął się zsuwać. Gdy kąt nachylenia pręta względem poziomu wynosił $\alpha = 60^\circ$, prędkość v_x dolnego końca pręta równa była 0.5m/s. Jaka była wówczas prędkość v_y górnego końca pręta?

Zadanie 2. Wyznaczyć promień zbieżności następujących szeregów potęgowych

$$\begin{aligned} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n, \quad \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}, \quad \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^n, \quad \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} (3 + (-1)^n) x^n, \\ \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+2)}, \quad \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x-2)^n}{2n^2}, \quad \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n} \end{aligned}$$

Zadanie 3. Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje

$$\text{a)} f(x) = \operatorname{tg} x, \quad \text{b)} f(x) = x e^x, \quad \text{c)} f(x) = \frac{1}{1-x}, \quad \text{d)} f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

i wyznaczyć promień zbieżności każdego ze znalezionych szeregów.

Zadanie 4. Rozwinąć w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 1$ funkcje

$$\text{a)} f(x) = \ln x, \quad \text{b)} f(x) = \sqrt{x}, \quad \text{c)} f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Zadanie 5. Rozwinąć w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = -1$ funkcje

$$f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

Zadanie 6. Oszacować z dokładnością 0.01 wartość liczby $\sqrt{2}$.