

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2018-10-12, seria 2)

Funkcje elementarne, właściwości funkcji

Zadanie 1. Rozwiązać algebraicznie i graficznie następujące równania

- a) $\sin x = \cos x$,
- b) $\cos x = \operatorname{tg} x$,
- c) $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$,
- d) $|x - 1| = 3$,
- e) $|2x - 1| + |x - 1| = 4$.

Zadanie 2. Rozwiązać algebraicznie i graficznie następujące nierówności

- a) $\sin x < \cos x$,
- b) $\left| \frac{2x - 1}{2x - 2} \right| > 2$,
- c) $\operatorname{tg} x > \operatorname{ctg} x$,
- d) $\cos 2x < \frac{1}{2}$,
- e) $\sqrt{\frac{3x - 1}{2 - x}} > 1$.

Zadanie 3. Znaleźć funkcję liniową $g(x)$, której złożenie $g^2(x) = 4x + 3$.

Zadanie 4. Dla jakich wartości współczynników $a, b \in \mathbb{R}$ miejscami zerowymi funkcji $h(x) = f(g(x))$ są punkty $x_1 = -1$ i $x_2 = 1$, jeżeli $f(x) = x^2 - 6x + 8$ i $g(x) = ax + b$?

Zadanie 5. Korzystając w właściwości funkcji wykładniczej pokazać, że zachodzą tożsamości

$$\log_a x_1 x_2 = \log_a x_1 + \log_a x_2$$

$$\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

gdzie $a, b \in \mathbb{R}_+$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Zadanie 6. Obliczyć $\log_{10} 0.001$, $\log_{10}(10 \cdot 10^4)$, $\log_{25} 125$, $\log_{10}((\log_2 1024))$.