

Fizyka z Matematyką I

(zadania domowe 2021-10-20, seria 2)

Wektory, iloczyn skalarny, ortogonalność

Zadanie 1. Unormować wektory

$$\vec{a} = [2, 1, 2] \quad \vec{b} = [\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{2}] \quad \vec{c} = [3, 0, 5]$$

Zadanie 2. Znaleźć kąty, jakie tworzy z osiami układu kartezjańskiego wektor $\mathbf{a} = [-1, 1, \sqrt{2}]$.

Zadanie 3. Dana jest prosta o równaniu $y = \sqrt{3}x + 3$ oraz punkty $A = (0, 1)$ i $B = (-\sqrt{3}, 2)$. Znaleźć współrzędne punktu C leżącego na prostej tak, że w trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest równy 60° .

Zadanie 4. Unormować wektor $\mathbf{a} = [2, 1, 2]$ i znaleźć prostopadły do niego wektor jednostkowy, leżący w płaszczyźnie wyznaczonej przez wektor $\mathbf{a}$ i wektor $\mathbf{b} = [2, 2, 1]$ (ortonormalizacja bazy).

Zadanie 5. Podać równanie prostej równoległej do wektora $\mathbf{a} = [2, 1]$ i przechodzącej przez punkt $A = (1, 2)$. Podać równanie prostej prostopadłej do znalezionej prostej i przechodzącej przez punkt A . Znaleźć odległości punktu $B = (1, 0)$ od obu prostych.

Zadanie 6. Wektory $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 0)$ i $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 1)$ tworzą bazę w podprzestrzeni liniowej w $\mathbb{R}^3$. Przekształcić tę bazę w bazę ortonormalną.

Zadanie 7. Czy wektory $\mathbf{a} = [1, 1, -1]$, $\mathbf{b} = [1, 2, 1]$ i $\mathbf{c} = [1, -1, -5]$ są liniowo niezależne? Jeśli tak, unormować wektory. Jeśli nie, wektor $\mathbf{c}$ przedstawić w postaci kombinacji liniowej wektorów $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$.

Zadanie 8. Znaleźć sumę, różnicę i iloczyn skalarny wszystkich par wektorów $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (3, 1, 2)$ i $\mathbf{c} = (2, 3, 1)$. Czy wektory te mogą być bazą w przestrzeni $\mathbb{R}^3$? Znaleźć wektor $\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ i jego długość porównać z długością każdego z wektorów. Czy wektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{d}$ są liniowo niezależne?