

Fizyka z Matematyką II

(Zadania domowe, seria 4)

Ciągi i szeregi funkcyjne

Zadanie 1. Zbadaj zbieżność, jednostajną zbieżność i ewentualnie wyznacz funkcję graniczną ciągu funkcyjnego o n -tym wyrazie

$$\text{a) } f_n(x) = \frac{1}{1 + nx^2}, \quad \text{b) } f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2x^2}$$

Zadanie 2. Wyznacz promień zbieżności następujących szeregów potęgowych

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} x^n \cos n$$

Zadanie 3. Rozwiń w szereg Maclaurina funkcje

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{1+x}, \quad \text{b) } f(x) = \tan x, \quad \text{c) } f(x) = \sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \text{d) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Zadanie 4. Rozwiń w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 1$ wielomian

$$w(x) = 4x^4 - 13x^3 + 9x^2 - 4x + 4$$

i następujące funkcje

$$f(x) = \ln x, \quad f(x) = x^\alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

a następnie podaj rozwinięcia funkcji

$$f(x) = \sqrt[3]{x}, \quad f(x) = \frac{1}{x}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

w szereg potęgowy wokół $x_0 = 1$.

Zadanie 5. Ile należy wziąć wyrazów rozwinięcia funkcji $f(x) = 2 \arccos x$ w szereg potęgowy, aby wyznaczyć wartość liczby π z dokładnością do pięciu cyfr znaczących?

Zadanie 6. Obliczyć $\cos \frac{1}{5}$ z dokładnością do 0.00001, stosując rozwinięcie funkcji $\cos x$ w szereg potęgowy.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

