

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe, seria 7)

Zadanie 1. Rozwiąż następujący układ równań metodą eliminacji i metodą wyznaczników

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$$

Zadanie 2. Obliczyć iloczyny macierzy AB i BA , gdzie

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Dla jakich wartości parametru m zachodzi $AB = BA$?

Zadanie 3. Niech $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ będzie złożeniem obrotu o kąt $\pi/2$ wokół osi z w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara, zwierciadlanego odbicia względem płaszczyzny xy i obrotu o kąt $\pi/2$ wokół osi y w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara. Znajdź macierzową reprezentację przekształcenia f . Czy istnieje przekształcenie odwrotne? Jeżeli tak, znajdź macierzową reprezentację przekształcenia odwrotnego.

Zadanie 4. Niech $U = V = \mathbb{R}^2$ i niech $f(\vec{u})$ obrazem zwierciadlanym $\vec{u}$ względem linii $x = y$. Znajdź macierzową reprezentację f

- a) względem standardowych baz w U i V .
- b) względem standardowej bazy w U i bazy $(1/\sqrt{2})(1, 1); (1/\sqrt{2})(1, -1)$ w V
- c) względem standardowej bazy w V i bazy $(1/\sqrt{2})(1, 1); (1/\sqrt{2})(1, -1)$ w U
- d) względem bazy $(1/\sqrt{2})(1, 1); (1/\sqrt{2})(1, -1)$ w U i V

Zadanie 5. Nie rozwijając wyznacznika wykazać, że dla dowolnych liczb a, b, c i m zachodzi

$$\begin{vmatrix} a & b+c & m \\ b & c+a & m \\ c & a+b & m \end{vmatrix} = 0$$

Zadanie 6. Oblicz drugą potęgę i macierz odwrotną macierzy

$$A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

a następnie znajdź A^n . Reprezentacją jakich przekształceń są macierze A i A^n ?



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Zadanie 7. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Rozwiąż równanie macierzowe $AB = C$ ze względu na B.

Zadanie 8. Znaleźć macierz odwrotną macierzy

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Zadanie 9. Znaleźć wartości własne i unormowane wektory własne macierzy

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 3 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

a następnie obliczyć A^n . Znaleźć macierz A^{-1} .

Zadanie 10. Niech $U = V = R^3$ i niech f będzie liniową transformacją, której reprezentacja macierzowa w bazie standardowej ma postać

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -20 & -10 \\ -2 & 10 & 4 \\ 6 & -30 & 13 \end{pmatrix}$$

Znajdź bazę, w której reprezentacja liniowej transformacji f jest macierzą diagonalną.

