

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2014-03-21)

Macierz odwrotna, wartości i wektory własne, diagonalizacja macierzy

Zadanie 1. Znaleźć macierz odwrotną układu równań

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x - y + 3z = -2, \\ 4x + 3y - 2z = -1 \end{cases}$$

a następnie rozwiązać ten układ równań.

Zadanie 2. Znaleźć wartości własne i wektory własne macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix},$$

dokonać jej diagonalizacji i obliczyć A^{2014} .

Zadanie 3. Znaleźć macierz A , której wartości własne $\lambda_1 = \sqrt{2}$ i $\lambda_2 = -\sqrt{2}$ i odpowiadające im wektory własne mają postać

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$

Obliczyć A^{1410} .

Równania różniczkowe liniowe

Zadanie 4. Znaleźć poprzez rozdzielenie zmiennych rozwiązanie ogólne równania

$$\dot{x} - 2tx = 0.$$

Podać postać funkcji $x(t)$ spełniającej warunek początkowy $x(0) = 2$.

Zadanie 5. Ciało o masie m porusza się pod wpływem siły $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 e^{-\beta t}$ ($\beta > 0$, $\mathbf{F}_0$ jest stałym wektorem) i siły oporu proporcjonalnej do prędkości, $\mathbf{F}_{op} = -2m\beta\mathbf{v}$. Znaleźć zależność prędkości ciała od czasu, jeżeli w chwili początkowej ciało spoczywało.

Zadanie 6. Znaleźć rozwiązania ogólne równań

$$\text{a) } \ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 0, \quad \text{b) } \ddot{x} - x = 0, \quad \text{c) } \ddot{x} + 4x = 0, \quad \text{d) } \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 0$$

i wyznaczyć funkcje $x(t)$ spełniające warunki początkowe $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

