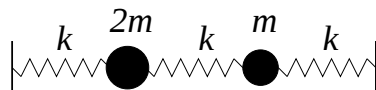


Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2015-03-25 - seria 5)

Drgania normalne, formy różniczkowe

Zadanie 1*. Znaleźć częstości oraz postacie podłużnych drgań normalnych układu przedstawionego na rysunku.



Zadanie 2*. Obliczyć różniczkę zupełną funkcji

a) $w(x, y) = y(y + 2x)$, b) $w(x, y) = xy(x + y)$, c) $w(x, y, z) = xyz(x + y + z)$.

Zadanie 3*. Trzy zmienne p , V i T związane są zależnością

$$pV = aT,$$

gdzie $a \in \mathbb{R}$ jest stałą. Zapisać każdą z tych zmiennych jako funkcje pozostałych dwóch zmiennych i obliczyć różniczki zupełne tych funkcji.

Zadanie 4*. Sprawdzić, czy forma różniczkowa

a) $\mathrm{d}w = y^2 \mathrm{d}x + 2xy \mathrm{d}y$, b) $\mathrm{d}w = xy^2 \mathrm{d}x + x^2y \mathrm{d}y$

jest różniczką zupełną. Jeśli tak, znaleźć funkcję $w(x, y)$. Obliczyć całkę obu form pomiędzy punktami $A = (0, 0)$ i $B = (1, 1)$ po następujących drogach

1) $A \rightarrow C \rightarrow B$, 2) $A \rightarrow D \rightarrow B$, 3) $A \rightarrow B$

gdzie $C = (1, 0)$ i $D = (0, 1)$.

Zadanie 5*. Sprawdzić, czy forma różniczkowa

$$\mathrm{d}Q = C_V(T, V) \mathrm{d}T + p(T, V) \mathrm{d}V$$

jest różniczką zupełną, jeżeli

$$C_V(T, V) = C_V = \text{const}, \quad p(T, V) = \frac{aT}{V}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Wyciąkować tę formę różniczkową po drodze

a) $T = T_0 = \text{const}$, $V : V_1 \rightarrow V_2$, b) $V = V_0 = \text{const}$, $T : T_1 \rightarrow T_2$.

Zadanie 6*. Sprawdzić, czy forma różniczkowa

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \frac{C_V(T, V)}{T} \mathrm{d}T + \frac{p(T, V)}{T} \mathrm{d}V,$$

gdzie $C_V(T, V)$ i $p(T, V)$ są dane w poprzednim zadaniu, jest różniczką zupełną. Jeżeli tak, znaleźć funkcję $S(T, V)$.

* zadania obowiązkowe