

# Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2017-03-15)

## Statyka, liczby zespolone

**Zadanie 1.** Jednorodną kulę o promieniu  $r$  zawieszono na nieważkiej nici o długości  $l = 2r$ . Kulę uderzono nadając jej poziomą prędkość o wartości  $v_0$ . Na jaką wysokość wzniesie się kula? Natężenie pola grawitacyjnego wynosi  $g$ .

**Zadanie 2.** Jednorodny pręt o masie  $m$  i długości  $2l$  zawieszono na dwóch niciach o długościach  $l_1 = l\sqrt{3}$  i  $l_2 = l\sqrt{7}$ , zaczepionych na końcach pręta i podwieszonych w jednym punkcie. Znaleźć siły naciągu nici. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi  $g$ .

**Zadanie 3.** Jednorodną drabinę o masie  $m$  oparto o ścianę pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Współczynnik tarcia drabiny o podłogę wynosi  $\mu$ , zaś ściana jest gładka. Znaleźć minimalną wartość kąta  $\alpha$ , przy którym drabina nie ześlizgnie się, jeśli w  $3/4$  jej wysokości umieścimy masę  $M$ . Natężenie pola grawitacyjnego wynosi  $g$ .

**Zadanie 4.** Podaj w postaci trygonometrycznej i wykładniczej  $z, z^*, z^2, (z^*)^2, z^3, (z^*)^3$ , gdzie

$$z = \sqrt{2}(1 + i).$$

Przedstaw wszystkie liczby na płaszczyźnie zespolonej.

**Zadanie 5.** Podaj w postaci algebraicznej, trygonometrycznej i wykładniczej

$$\text{a) } z = \frac{2}{1 - i\sqrt{3}}, \quad \text{b) } z = \frac{1 + 3i}{1 - 2i}, \quad \text{c) } z = \frac{(\sqrt{3} - 2) - i(2\sqrt{3} + 1)}{2 - 4i}$$

i przedstaw rozwiązanie na płaszczyźnie zespolonej.

**Zadanie 6.** Wyprowadź tożsamości trygonometryczne

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Wskazówka:  $(e^{i\alpha})^2 = e^{i2\alpha}$ .