

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2017-04-19)

Wartości i wektory własne

Zadanie 1. Oblicz drugą potęgę i macierz odwrotną macierzy

$$A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

a następnie znajdź A^n . Reprezentacją jakich przekształceń są macierze A i A^n ?

Zadanie 2. Znaleźć wartości własne i unormowane wektory własne macierzy

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 3 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

a następnie obliczyć A^n . Znaleźć macierz A^{-1} .

Zadanie 3. Niech $U = V = R^3$ i niech f będzie liniową transformacją, której reprezentacja macierzowa w bazie standardowej ma postać

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -20 & -10 \\ -2 & 10 & 4 \\ 6 & -30 & 13 \end{pmatrix}$$

Znajdź bazę, w której reprezentacja liniowej transformacji f jest macierzą diagonalną.

Zadanie 4. Znaleźć wartości własne i wektory własne macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix},$$

dokonać jej diagonalizacji i obliczyć A^{2013} .

Zadanie 5. Obliczyć różniczkę zupełną funkcji

$$\text{a) } w(x, y) = y(y + 2x), \quad \text{b) } w(x, y) = xy(x + y), \quad \text{c) } w(x, y, z) = xyz(x + y + z).$$

Zadanie 6. Sprawdzić, czy forma różniczkowa

$$\text{a) } dw = y^2 dx + 2xy dy, \quad \text{b) } dw = xy^2 dx + x^2 y dy$$

jest różniczką zupełną. Jeśli tak, znaleźć funkcję $w(x, y)$. Obliczyć całkę obu form pomiędzy punktami $A = (0, 0)$ i $B = (1, 1)$ po następujących drogach

$$1) A \rightarrow C \rightarrow B, \quad 2) A \rightarrow D \rightarrow B, \quad 3) A \rightarrow B$$

gdzie $C = (1, 0)$ i $D = (0, 1)$.