

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2019-05-24, seria 9)

Pole ładunków punktowych, dipol elektryczny, prawo Coulomba

Zadanie 1. Trzy ładunki punktowe q , $-q$ i q zostały kolejno umieszczone w wierzchołkach kwadratu o boku a , zaczynając od lewego górnego wierzchołka. Wyznaczyć energię tego układu.

Znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego w środku kwadratu i w czwartym wierzchołku. Jak zmieni się potencjał i natężenie pola elektrycznego w środku kwadratu, jeśli w czwartym wierzchołku umieścimy ładunek $-q$? Jaka będzie wówczas energia układu?

Zadanie 2. Dwa jednakowe ładunki q umieszczono w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a . W trzecim wierzchołku umieszczono ładunek $-2q$. Znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego w punkcie będącym zwierciadlanym odbiciem trzeciego wierzchołka względem płaszczyzny zawierającej dwa pierwsze wierzchołki i prostopadłej do płaszczyzny zawierającej trójkąt.

Zadanie 3. Natężenie pola elektrycznego dipola w układzie współrzędnych, w którym moment dipolowy jest równoległy osi z (czyli $\mathbf{p} = p \mathbf{e}_z$), przyjmuje we współrzędnych sferycznych postać

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (2 \cos \theta \mathbf{e}_r + \sin \theta \mathbf{e}_\theta).$$

Pokazać, że

$$2 \cos \theta \mathbf{e}_r + \sin \theta \mathbf{e}_\theta = 3(\mathbf{e}_z \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r - \mathbf{e}_z$$

i natężenie pola elektrycznego dipola można zapisać w postaci

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\mathbf{p} \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r - \mathbf{p}}{r^3}.$$

Wskazówka: współrzędne kartezyjskie wersorów

$$\mathbf{e}_r = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta], \quad \mathbf{e}_\theta = [\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta].$$

Zadanie 4. Połowa okręgu o promieniu r została jednorodnie naładowana ładunkiem q , zaś druga połowa ładunkiem $-q$. Jaki jest potencjał pola elektrycznego na osi symetrii prostopadłej do płaszczyzny okręgu? Pokazać, że natężenie pola elektrycznego w punktach na osi symetrii jest prostopadłe do tej osi i wyznaczyć to natężenie.

Zadanie 5. Znaleźć natężenie pola elektrycznego na osi symetrii prostopadłej do płaszczyzny naładowanego koła o promieniu R . Jedna połowa koła jest naładowana jednorodnie ładunkiem q , zaś druga ładunkiem $-q$.

Zadanie 6. W jednorodnie naładowanej płaszczyźnie wycięto kolisty otwór o promieniu R . Znaleźć natężenie pola elektrycznego na osi otworu, prostopadłej do płaszczyzny. Gęstość powierzchniowa ładunku wynosi σ .

Wskazówka: skorzystać z zasady superpozycji oraz znanych rozwiązań dla naładowanej płaszczyzny i naładowanego koła.