

Fizyka z Matematyką II

Całka wielokrotna, dynamika i statyka bryły sztywnej

Zadanie 1. Znaleźć objętość stożka kołowego o wysokości H i promieniu podstawy R .

Zadanie 2. Znaleźć objętość jednorodnego, ściętego stożka kołowego o wysokości H , promieniu dolnej podstawy R i promieniu górnej podstawy $R/2$.

Zadanie 3. Znaleźć położenie środka masy jednorodnego trójkąta równoramiennego o wysokości h i długości krawędzi podstawy $2a$.

Zadanie 4. Jaką siłę należy przyłożyć do punktu na równiku Ziemi, aby zahamować jej obrót w czasie $\Delta t = 100$ lat (1 rok = 365.25 dob gwiazdowych)? Przyjąć, że Ziemia jest kulą o masie $m \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg i promieniu $r \approx 6400$ km.

Zadanie 5. Znaleźć przyspieszenie kątowe i liniowe jednorodnego walca i cienkiej rury o masie m i promieniu r podczas staczania się bez poślizgu z równi pochyłej o kącie nachylenia α w stałym polu grawitacyjnym o natężeniu g . Jaki warunek musi spełniać kąt nachylenia równi, aby ruch odbywał się bez poślizgu, jeżeli współczynnik tarcia statycznego wynosi μ ?

Zadanie 6. Znaleźć moment bezwładności cienkiej prostokątnej płyty o bokach a i b względem osi zawierających oba równoległe boki o długości b , jeżeli powierzchniowa gęstość masy płyty zmienia się wzdłuż boku a w sposób określony zależnością $\sigma(x) = \sigma_0 \left(\frac{x}{a}\right)^n$ ($n \geq 0$, $\sigma_0 > 0$), gdzie x jest odległością od krawędzi płyty. Jaki jest moment bezwładności płyty względem osi przechodzącej przez środek masy i równoległej do rozważanych osi?

Zadanie 7. Znaleźć moment bezwładności jednorodnej cienkiej płyty o masie m i kształcie trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych a i b względem osi leżących w płaszczyźnie trójkąta, prostopadłych do odcinka a i przechodzących przez jego końce.

Zadanie 8. Jaką pracę należy wykonać, aby kwadratowej cienkiej płycie o boku a i masie m nadać prędkość kątową ω względem osi przechodzącej przez środek płyty i prostopadłej do jej powierzchni?

Zadanie 9. Znaleźć moment bezwładności cienkiego kołowego krążka o masie m i promieniu r względem osi symetrii leżącej w płaszczyźnie krążka.

Zadanie 10. Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu wokół osi x obszaru pod krzywą $y = x^2$, dla $x \in [0, 1]$. Obliczyć pole powierzchni tej bryły. Znaleźć jej środek masy i moment bezwładności przy obrocie wokół osi symetrii.

Zadanie 11. Obliczyć objętość i pole powierzchni kuli o promieniu r . Znaleźć moment bezwładności kuli przy obrocie względem jej osi symetrii. Wykorzystać fakt, że kula jest bryłą obrotową. Masa kuli wynosi m .

Zadanie 12. Wycinek koła o promieniu R i mierze kąta środkowego $\alpha = \pi/3$, może obracać się wokół osi przechodzącej przez wierzchołek kąta i prostopadłej do powierzchni wycinka. Powierzchniowa gęstość masy wycinka $\sigma(r, \varphi) = ar$, gdzie $a > 0$. Jaką prędkość kątową uzyska ten wycinek w położeniu równowagi, jeśli został on wychylony z tego położenia o kąt $\varphi_0 = \pi/3$ i puszczony. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi g .

Zadanie 13. Jednorodna kula stacza się bez poślizgu po skoczni o wysokości h . Znaleźć równanie toru środka kuli po opuszczeniu skoczni, jeżeli początkowa prędkość kuli była równa zero i w końcowym odcinku skoczni jest pozioma. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi g .

Zadanie 14. W jakiej odległości od końca jednorodnego pręta o masie m należy umieścić masę punktową m tak, aby układ pozostawał w równowadze podparty w $1/3$ długości?

Zadanie 15. Pokazać, że jeżeli wypadkowa siła działająca na ciało i wypadkowy moment siły względem pewnego punktu są równe zero, to wypadkowy moment siły względem każdego innego punktu jest także równy zero.

Zadanie 16. Jednorodny pręt o masie m i długości l zawieszono na dwóch równoległych niciach o jednakowych długościach. W odległości $l/4$ od jednego z końców pręta umieszczono masę punktową m . Znaleźć siły naciągu nici. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi g .

Zadanie 17. Jednorodną drabinę o masie m oparto o ścianę pod kątem α do poziomu. Współczynnik tarcia drabiny o podłogę wynosi μ , zaś ściana jest gładka. Znaleźć minimalną wartość kąta α , przy którym drabina nie ześlizgnie się. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi g .