

Fizyka z Matematyką II

Przekształcenia liniowe, układy równań liniowych, wyznaczniki, liniowa zależność

Zadanie 35. Przekształcenia liniowe $L_1, L_2, L_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, są określone wzorami $L_1(x, y) = (6x - 2y, x - 3y)$, $L_2(x, y) = (2x - y, -x)$, $L_3(x, y) = (4x + y, 0)$. Podać macierze tych przekształceń w bazach standardowych oraz wyznaczyć macierze następujących przekształceń liniowych w bazach standardowych a) $3L_1$, b) $L_1 + L_2$, c) $3L_1 - 4L_2$, d) $L_3 \circ (L_1 + L_2)$.

Zadanie 36. Podać w bazie standardowej macierz przekształcenia linowego $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ danego wzorem $L(x, y, z, u) = (x + y + 3z + u, -2x - y - 4z - u, y + 2z + u, x + 2y + 3z)$. Sprawdzić, czy wektory $(1, 1, -1, 1)$ i $(1, -1, 1, -3)$ należą do podprzestrzeni jądra tego przekształcenia.

Zadanie 37. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x - y + 3z = -2 \\ 4x + 3y - 2z = -1 \end{cases}$$

poprzez sprowadzenie macierzy rozszerzonej układu do postaci schodkowej. Powtórzyć rozwiązanie metodą wyznaczników.

Zadanie 38. Dana jest macierz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Znaleźć macierz A^{-1} i rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -4. \end{cases}$$

Wartości i wektory własne

Zadanie 39. Znajdź wartości własne i wektory własne macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

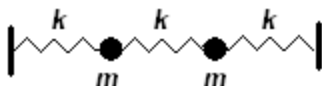
i pokaż, że macierz zbudowana z wektorów własnych przekształca macierz A do postaci diagonalnej. Oblicz A^{2017} .

Zadanie 40. Znajdź wartości własne i wektory własne macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Przeprowadź diagonalizację tej macierzy.

Zadanie 41. Znaleźć częstości oraz postacie podłużnych drgań normalnych układu pokazanego na rysunku.



Zadanie 42. Znaleźć częstości oraz postacie drgań normalnych mechanicznego modelu cząsteczki CO_2 .