

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2020-05-22)

Pochodne cząstkowe

Zadanie 1. Oblicz pochodne cząstkowe

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}, \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}$$

następujących funkcji:

a) $f(x, y) = x^4 y^2 + x^2 + 1,$

b) $f(x, y) = y^2 \sin x + x \cos y,$

c) $f(x, y) = \sin^2 x \cos y - 2x,$

d) $f(x, y) = \frac{x}{y^2},$

e) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x+y}},$

f) $f(x, y) = y^2 \sin^2 x,$

g) $f(x, y) = \ln(x + y^2),$

h) $f(x, y) = e^{\sin^2 x + y^2},$

i) $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y},$

j) $f(x, y) = 2^{x^2 - y},$

Zadanie 2. Oblicz gradient funkcji skalarnej

$$\text{a) } f(x, y, z) = x^2 + \sqrt{xy^2 + 3z^2}, \quad \text{b) } f(x, y, z) = xy + \cos(y^2 + 3z).$$

Zadanie 3. Oblicz gradient pola $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ w punkcie $A = (3, 2, 0)$.