

~~Writeln~~

(2) funkcja wykładnicza

$$\exp(z) = e^z \quad \text{niech } z = a + ib$$

$$e^z = e^a \cdot e^{ib} = e^a (\cos b + i \sin b)$$

$$(3) \sin z = \sin(a + ib) =$$

$$\sin a \cos(ib) + \cos a \sin(ib)$$

$$\cos z = \cos a \cos(ib) - \sin a \sin(ib)$$

Tutaj pojawiają się funkcje  $\sin$  i  $\cos$  urojonego kąta  $ib$ . Przyjmijmy iż im.

Ze wzoru ~~na~~ <sup>Eulera</sup> ~~na~~ mamy:

$$\sin \phi = \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i}$$

$$\cos \phi = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2}$$

tak więc

$$\sin(i\phi) = i \underbrace{\frac{e^{\phi} - e^{-\phi}}{2}}_{\sinh \phi}$$

$$\cos(i\phi) = \underbrace{\frac{e^{\phi} + e^{-\phi}}{2}}_{\cosh \phi}$$

Nazwa iż, aby zdefiniować nowe funkcje

$\sinh \phi$  i  $\cosh \phi$  — sinus hiperboliczny  
cosinus

i w takim razie

$$\sin z = \sin a \cosh b + i \cos a \sinh b$$

$$\cos z = \cos a \cosh b - i \sin a \sinh b$$