

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2021-03-15)

Całka wielokrotna – środek masy, moment bezwładności

Zadanie 1. Masy punktowe m , $2m$ i $3m$ zostały umieszczone w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a . Znaleźć środek masy układu.

Zadanie 2. Na końcach jednorodnego, cienkiego pręta o masie m i długości l umieszczono dwie masy punktowe m i $2m$. Znaleźć środek masy układu.

Zadanie 3. Znaleźć środek masy jednorodnego trapezu równoramiennego o podstawach $2a$ i a oraz wysokości $h = \frac{2\sqrt{3}}{4}$.

Zadanie 4. Znaleźć moment bezwładności względem osi symetrii walca o promieniu r i wysokości h , którego gęstość masy jest określona zależnością

$$\varrho(z) = a \left(z - \frac{h}{2} \right)^2, \quad a > 0,$$

gdzie z jest odległością od podstawy. Wyznaczyć stałą a wiedząc, że masa walca wynosi m .

Zadanie 5. Znaleźć środek masy i moment bezwładności względem osi symetrii stożka prostego o promieniu podstawy R i wysokości h , którego gęstość masy dana jest zależnością

$$\varrho(z) = \varrho_0 \left(1 - \frac{z}{h} \right), \quad \varrho_0 > 0,$$

gdzie z jest odległością od podstawy.

Zadanie 6. Jednorodna kula i jednorodny walec o tej samej masie M i promieniu R zaczęły jednocześnie staczać się bez poślizgu po tej samej równi pochyłej o kącie nachylenia α . W chwili początkowej środki masy walca i kuli znajdowały się w odległości h od podstawy równi. Obliczyć różnicę czasów ruchu tych ciał do podstawy równi i określić różnicę energii kinetycznych ruchu obrotowego obu ciał u podstawy równi. Natężenie pola grawitacyjnego wynosi g .