

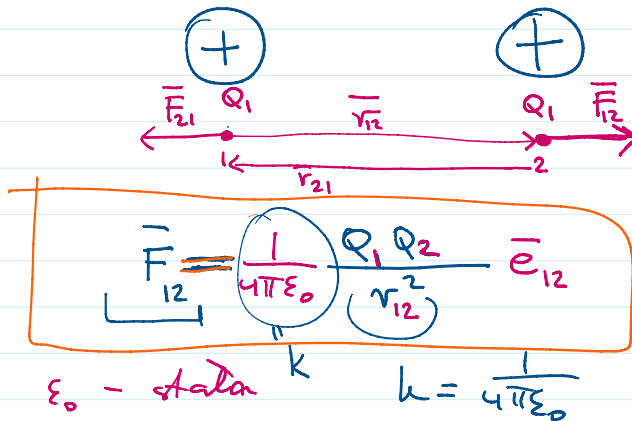
Pole elektrostatyczne

(+) pole od ładunku Q

Prawo Coulomba

1772

Cavendish



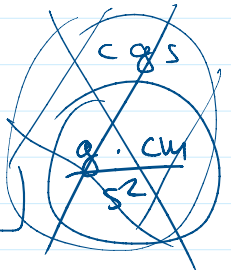
gdz definicja jednostki
ładunku "z remy" "z remy"

punktarne

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F = ma$$

$$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$



$$\sqrt{\frac{kg \cdot m^3}{s^2}} =$$

obecnie 1 C

$$k = 9 \times 10^9$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Przebiegi elektryczne próby

Coulomb

Ład. elementarny 1 e
= Ład. elementarny, proton

$$1e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

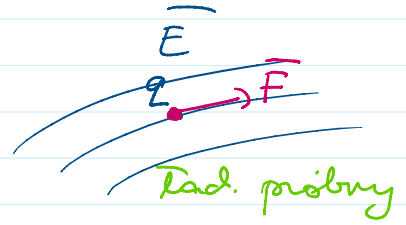
$$1C = 6.25 \times 10^{18} e$$

Natężenie pola elektrycznego

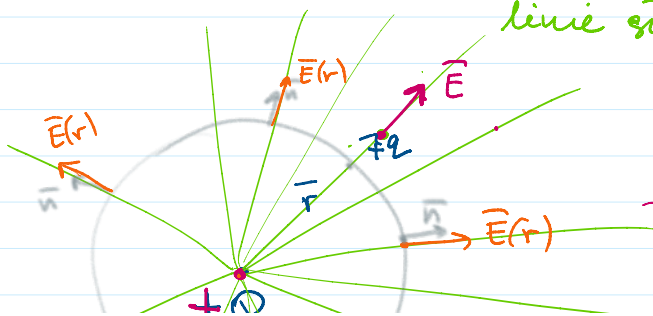
zgodna def:

$$\text{Wymiar } \vec{E}: \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

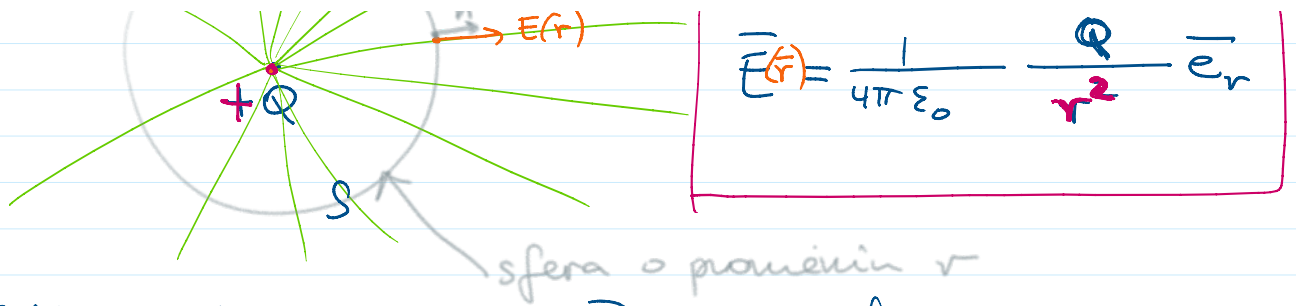


linie sił pola $\vec{E}$



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$



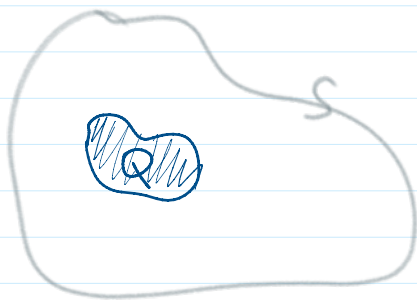
Policamy strumień pola $\vec{E}$ przez tę sferę

$$\begin{aligned} \phi_E &= \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \underbrace{\vec{E}(r) \cdot \vec{n}}_{E(r)} dS = \oint_S E(r) dS = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \underbrace{\oint_S dS}_{4\pi r^2} = \frac{Q \cdot \cancel{4\pi r^2}}{4\pi\epsilon_0 \cancel{r^2}} = \frac{Q}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

$$\oint_S \vec{E}(r) d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

po sferze

← Prawo Gaussa (I równanie Maxwella)



niezmiennie

gradient

Potencjał elektrostatyczny

grad ϕ

div $\vec{E}$

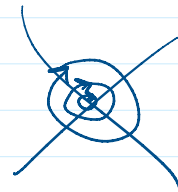
rot $\vec{H}$

$$\text{div rot } \vec{H} \equiv 0$$

$$\boxed{\text{rot grad } \phi \equiv 0}$$

Jeżeli pole $\vec{E}$ jest bezwirne:

jest w elektrostatyce: $\text{rot } \vec{E} = 0$



$$\boxed{\text{rot } \vec{E} = 0}$$

→ $\vec{E}$ mogą zapisać jako gradient pewnej funkcji ϕ

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi$$

$$\phi(x, y, z)$$

$$\phi(r, \theta, \varphi) \dots$$

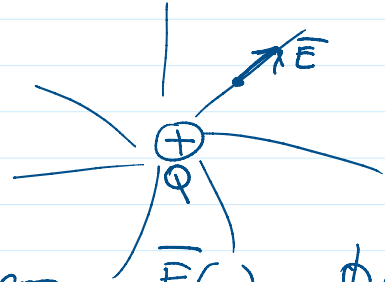
$\vec{E} = -\text{grad } \phi$ gradient pewnej funkcji ϕ
 $\phi(x, y, z)$ $\phi(r, \theta, \varphi) \dots$
 ϕ - wartość np. potencjału skalarnym elektrostatycznym

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \vec{F} = q \vec{E}$$

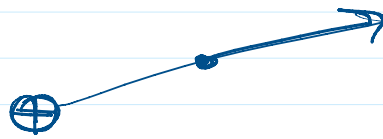
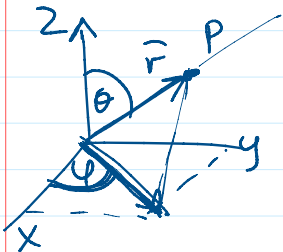
$$\vec{F} = -q \text{grad } \phi$$

Policzmy ϕ dla ład. punktowego $\vec{E}(r)$, $\phi(r)$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$



Gradient we współrzędnych kulistych: od θ, φ nie ma rel. sferycznych



$$\vec{E} = -\text{grad } \phi(r)$$

$$\vec{E} = E_r(r) \cdot \vec{e}$$

$$\text{grad } \phi = \frac{d\phi}{dr} \vec{e}_r$$

$$\frac{d\phi(r)}{dr} \quad \frac{d\phi}{dr}$$

więc $E_r(r) = -\frac{d\phi}{dr}$

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{d\phi}{dr}$$

$$d\phi = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$\phi(r) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dr}{r^2} + \phi_0$$

$$\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \underline{\underline{\phi_0}}$$

ϕ_0 - stała całkowania

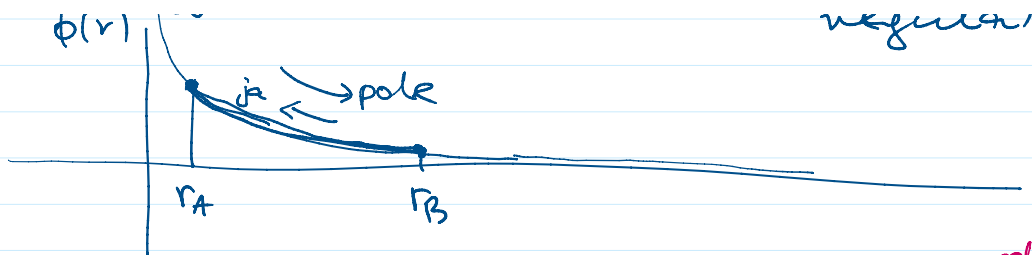
$$\left[\phi(r) \rightarrow \phi_0 \right]_{r \rightarrow 0}$$

ϕ_0 - potencjał w ∞
 $\phi(\infty) = 0$

(nie jest to ogólna reguła)

wyznaczone w tym przypadku przyjmujemy $\phi_0 = 0$

$\phi(r)$ pole



negativna

$$\vec{E} = - \text{grad } \phi$$

$$\vec{F} = q \vec{E} = - q \text{ grad } \phi$$

Praca?
 dW

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad d\vec{l} - \text{element vektora presunika}$$

$$dW = \vec{F} d\vec{l} = - q \text{ grad } \phi \cdot d\vec{l}$$

(1) gdy ład q oddala się od Q $d\vec{l} = d\vec{r}$

$$dW = - q \frac{d\phi}{dr} \cdot dr = - q d\phi$$

$$W = - q \phi \Big|_{r_A}^{r_B} = - q [\phi(r_B) - \phi(r_A)]$$

A i B to punkty oddalone o r_A i r_B

$$\text{ale } \phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \underline{\underline{\phi_0}}$$

$$\phi(r_B) - \phi(r_A) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (\phi_0 \text{ odejmuje się})$$

$$r_A < r_B \\ \frac{1}{r_B} < \frac{1}{r_A}$$

$$W_{AB} = + \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) > 0$$

pole wykonuje pracę

(2) ład q przyciąga się do Q

jedyną zmianą: $d\vec{l} = -d\vec{r} \Rightarrow$

$$W_{BA} = - W_{AB} = - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) < 0$$

pole wykonuje pracę

ja wykonuję pracę

$d\vec{r}$

$d\vec{l} = d\vec{r}$

$d\vec{l} = -d\vec{r}$

$d\vec{r} = r \vec{e}_r$