

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2021-03-23)

Liczby zespolone

Zadanie 1. Podaj w postaci trygonometrycznej i wykładniczej z , $\bar{z}$, z^2 , $(\bar{z})^2$, z^3 , $(\bar{z})^3$, gdzie

$$z = \sqrt{2}(1 + i).$$

Przedstaw wszystkie liczby na płaszczyźnie zespolonej.

Zadanie 2. Podaj w postaci algebraicznej, trygonometrycznej i wykładniczej

$$\text{a) } z = \frac{2}{1 - i\sqrt{3}}, \quad \text{b) } z = \frac{1 + 3i}{1 - 2i}, \quad \text{c) } z = \frac{(\sqrt{3} - 2) - i(2\sqrt{3} + 1)}{2 - 4i}$$

i przedstaw rozwiązanie na płaszczyźnie zespolonej.

Zadanie 3. Wyprowadź tożsamości trygonometryczne

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Zadanie 4. Rozwiąż równanie

$$\text{a) } (1 + 2i)z = -1 + 3i, \quad \text{b) } (-1 + 2i)z = 1 + 3i, \quad \text{c) } (1 + i)z = (1 + i)^4, \quad \text{d) } (1 - 2i)z = 3 + 4i$$

i przedstaw rozwiązanie na płaszczyźnie zespolonej.

Zadanie 5. Znajdź pierwiastki równania

$$z^3 - i = 0,$$

przedstaw je na płaszczyźnie zespolonej i podaj ich postać algebraiczną.

Zadanie 6. Oblicz

$$z = (1 + i)^i$$

Podaj moduł i argument z .