

Fizyka z Matematyką II

(zadania domowe 2021-04-28)

Równania różniczkowe, drgania normalne

Zadanie 1. Znajdź rozwiązanie równań

a) $y'' + y = 0$ spełniające warunki $y(0) = 1$ i $y'(\pi/2) = 1$

b) $y'' + 2y' + 4y = 0$ spełniające warunki $y(0) = 1$ i $y'(0) = 0$

c) $x'' - x' + \frac{1}{4}x = 0$ spełniające warunki $x(0) = 1$ i $x'(0) = 0$.

Zadanie 2. Znaleźć rozwiązania ogólne równań

a) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 0$, b) $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = 0$

i wyznaczyć funkcje $x(t)$ spełniające warunki początkowe $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.

Zadanie 3. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 5e^{2t}.$$

Podać postać funkcji $x(t)$ spełniającej warunki początkowe $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 6$.

Zadanie 4. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$\ddot{x} - 2\dot{x} + x = 4e^{-t}$$

i wyznaczyć funkcję $x(t)$ spełniającą warunki początkowe $x(0) = 2$, $\dot{x}(0) = 1$.

Zadanie 5. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$\ddot{x} - x = 4te^t$$

i wyznaczyć funkcję $x(t)$ spełniającą warunki początkowe $x(0) = 2$, $\dot{x}(0) = 2$.

Wskazówka: szukając rozwiązania szczególnego równania niejednorodnego zaproponować to rozwiązanie w postaci $x(t) = (At^2 + Bt)e^t$ i znaleźć współczynniki A i B .

Zadanie 6. Znaleźć częstości oraz postacie podłużnych drgań normalnych układu przedstawionego na rysunku.

