

Fizyka z Matematyką III

(zadania domowe 2017-10-18, seria 1)

Prawo Coulomba, zasada superpozycji

Rozwiązując zadania powołuj się na prawa fizyczne i wzory, pamiętaj o działaniach na jednostkach i uzasadniaj odpowiedzi.

Zad. 1. Naskicuj wektory $\mathbf{a} = [1, 2]$, $\mathbf{b} = [2, 1]$, $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{d} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$. Podaj współrzędne wektorów $\mathbf{c}$ i $\mathbf{d}$. Oblicz iloczyny skalarne wszystkich różnych par tych czterech wektorów. Wyraż każdy z tych iloczynów przez kwadraty długości wektorów $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$ oraz ich iloczyn skalarny. Podaj współrzędne wektorów jednostkowych prostopadłych do wektorów $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$.

Zad. 2. Trzy ładunki punktowe q , $-q$ i q zostały kolejno umieszczone w wierzchołkach kwadratu o boku a , zaczynając od lewego górnego wierzchołka. Wyznacz energię tego układu. Znajdź potencjał i natężenie pola elektrycznego w środku kwadratu i w czwartym wierzchołku. Jak zmieni się potencjał i natężenie pola elektrycznego w środku kwadratu, jeśli w czwartym wierzchołku umieścimy ładunek $-q$? Jaka będzie wówczas energia układu?



Zad. 3. Dwa ładunki punktowe $q_1 = q$ i $q_2 = -\alpha^2 q$ leżą w odległości r od siebie. Znajdź w układzie jak na rysunku współrzędną x punktu, w którym wypadkowe natężenie pola elektrycznego jest równe zero, jeżeli $q \neq 0$ i parametr $\alpha > 0$.

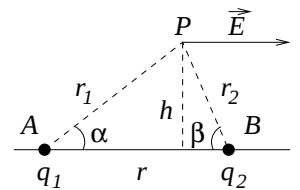
Zad. 4. Znajdź natężenie pola elektrycznego na symetralnej odcinka łączącego dwa jednakowe ładunki punktowe q , w odległości x od tego odcinka. Odległość pomiędzy ładunkami wynosi d . Korzystając z tego rozwiązania, rozwiąż takie zadanie.

Dwa jednakowe ładunki punktowe umieszczono w wierzchołkach kwadratu o boku a , po obu stronach przekątnej. Wyznacz natężenie pola elektrycznego w pozostałych wierzchołkach.

Zad. 5. Pokaż, że jeżeli natężenie pola elektrycznego w punkcie P (rysunek) jest równoległe do prostej, na której leżą ładunki q_1 i q_2 , spełniony jest warunek

$$\frac{|q_1|}{r_1^3} = \frac{|q_2|}{r_2^3}.$$

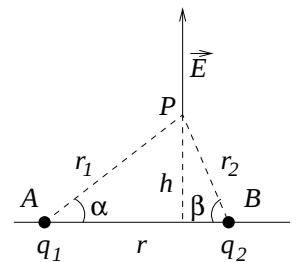
Wskazówka: porównaj składowe prostopadłe natężenia pola elektrycznego obu ładunków w punkcie P .



Zad. 6. Pokaż, że jeżeli natężenie pola elektrycznego w punkcie P jest prostopadłe do prostej, na której leżą ładunki q_1 i q_2 i trójkąt APB jest trójkątem prostokątnym z kątem prostym w wierzchołku P , spełniony jest warunek

$$\frac{|q_1|}{r_1} = \frac{|q_2|}{r_2}.$$

Wskazówka: porównaj składowe równoległe natężenia pola elektrycznego obu ładunków w punkcie P .



Zad. 7. Połowa okręgu o promieniu r została jednorodnie naładowana ładunkiem q , zaś druga połowa ładunkiem $-q$. Jaki jest potencjał pola elektrycznego na osi symetrii prostopadłej do płaszczyzny okręgu? Pokaż, że natężenie pola elektrycznego w punktach na osi symetrii jest prostopadłe do tej osi i wyznacz to natężenie.

Zad. 8. Potencjał dipola o momencie dipolowym $\mathbf{p}$, umieszczonego w środku kartezjańskiego układu współrzędnych i skierowanego wzdłuż osi z ma postać

$$\varphi(x, y, z) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Wyznacz natężenie pola elektrycznego dipola, korzystając ze związku pomiędzy potencjałem i natężeniem. Znajdź natężenie pola na osi z i w płaszczyźnie xy . Naskicuj linie sił dipola w tej płaszczyźnie.

Zad. 9. Natężenie pola elektrycznego dipola z poprzedniego zadania przyjmuje we współrzędnych sferycznych postać

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (2 \cos \theta \hat{\mathbf{e}}_r + \sin \theta \hat{\mathbf{e}}_\theta).$$

Pokaż, że

$$2 \cos \theta \hat{e}_r + \sin \theta \hat{e}_\theta = 3(\hat{e}_z \hat{e}_r) \hat{e}_r - \hat{e}_z$$

i natężenie pola elektrycznego dipola można zapisać w postaci

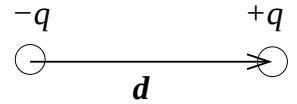
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\mathbf{p}\hat{e}_r)\hat{e}_r - \mathbf{p}}{r^3}.$$

Wskazówka: współrzędne kartezjańskie wersorów

$$\hat{e}_r = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta], \quad \hat{e}_\theta = [\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta].$$

Zad. 10. Moment dipolowy $\mathbf{p}$ dipola elektrycznego

$$\mathbf{p} = q \mathbf{d},$$



gdzie wektor $\mathbf{d}$ jest wektorem o początku w punkcie położenia ładunku $-q$ i końcu w punkcie położenia ładunku $+q$.

Wartość elektrycznego momentu dipolowego cząsteczki wody $p = 6.15 \cdot 10^{-30}$ Cm. Oszacuj długość wiązania O-H w cząsteczce wody przyjmując, że dla dipola wody $q = 0.66e$, gdzie e jest ładunkiem elementarnym.

