

F8

Efekt Faradaya w kryształach CdTe i $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$.

Celem ćwiczenia jest pomiar widma absorpcji oraz efektu Faradaya w czystym CdTe i w kryształach mieszanych $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ o różnych koncentracjach manganu x . W wyniku tych pomiarów otrzymać można m. in. zależność widmową stałej Verdet.

1. Co należy wiedzieć przed przystąpieniem do ćwiczenia?

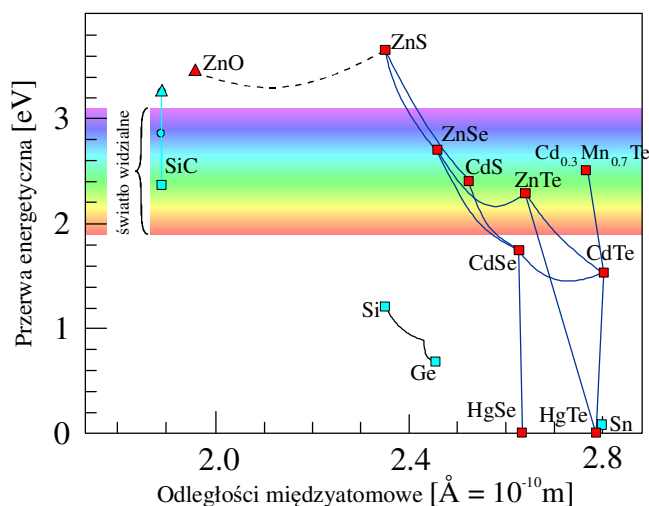
- Należy posiadać ogólne wiadomości z fizyki półprzewodników: struktura krystaliczna, model pasmowy, struktura pasmowa $E(\mathbf{k})$ [1, 2].
- Własności optyczne półprzewodników [1, 2, 3]:
 - przejścia optyczne w pobliżu krawędzi podstawowej, absorpcja międzypasmowa i ekscytonowa,
 - współczynnik załamania.
- Związki między stałymi optycznymi (n i α). Relacje Kramersa-Kroniga [4, 5].
- Efekt Faradaya [1, 5, 6]
 - podejście fenomenologiczne,
 - efekt Faradaya dla linii absorpcyjnej oraz krawędzi absorpcji.
- Parametry kryształów CdTe i kryształów mieszanych $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ [5, 7]:
 - struktura krystaliczna, struktura pasmowa w okolicach $k = 0$,
 - przerwa energetyczna w zależności od składu,
 - efekt Faradaya w kryształach $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$.
- Podstawowe wiadomości o pomiarach optycznych [7, 8]
 - zasada działania i budowa monochromatora,
 - zasada działania kamery CCD.

Należy przeczytać i zrozumieć poniższy tekst, ze szczególnym uwzględnieniem słów pogrubionych.

W ciałach krystalicznych elektrony przebywają w potencjale mającym charakter okresowy. Na skutek tego ich funkcje falowe mają postać **funkcji Blocha**. Postać ta dopuszcza możliwość ruchu elektronów, aczkolwiek cząsteczki przez nią opisywane mają nieoczekiwane własności – ich masy różnią się od **masy** elektronu w próżni, a ich ładunki mogą być dodatnie. Cząsteczki o ładunku dodatnim – **dziury** znajdują się w **paśmie walencyjnym**, natomiast elektrony w **paśmie przewodnictwa**. Pasma te oddzielone są **przerwą energetyczną**.

Oprócz dobrze znanych półprzewodników z grupy IV (Si, Ge), wiele zastosowań mają związki półprzewodnikowe z rodzin III-V i II-VI (patrz rys. 1.).

W skład rodziny II-VI wchodzi związki, w których kationami są metale z grupy II (Zn, Mg, Cd, Hg, Pb) a anionami pierwiastki z grupy VI (O, S, Se, Te). Szerokość przerwy energetycznej w tej rodzinie mieści się w granicach od 0 eV (CdHgTe) do ponad 3.5 eV (ZnS). Możliwość otrzymywania stopów tych związków (np. $\text{Cd}_{0.3}\text{Mn}_{0.7}\text{Te}$ jest stopem 30% CdTe i 70% MnTe) pozwala uzyskać dowolną szerokość przerwy.



Rys. 1. Rodziny półprzewodników z grupy IV i związków II-VI.

Związki zawierające mangan mają silne właściwości magnetyczne. Zalicza się je do półprzewodników półmagnetycznych. Występuje w nich gigantyczny efekt Faradaya i dzięki temu znajdują one zastosowanie m. in. w urządzeniach spintronicznych.

W przypadku związków mieszanych (stopów) $\text{Cd}_{(1-x)}\text{Mn}_x\text{Te}$ zależność szerokości przerwy od składu, x , można przybliżyć wzorem:

$$E_g(x) = E_{\text{CdTe}} + x \cdot 1.39 \text{ eV}. \quad (1.1)$$

Na podst. N. T. Khoi, J.A. Gaj, Phys. Stat. Solidi (b) **83**, K133 (1977)

M. P. Vecchi, W. Giriat, L. Videla, Appl. Phys. Lett. 38 p. 99 (1981)

Światło jest falą elektromagnetyczną, rozchodzącą się zgodnie z równaniami Maxwella:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2A)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (1.2B)$$

Z równania (1A) wynika, że wektory pola elektrycznego, $\vec{E}$, i pola magnetycznego, $\vec{B}$, są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali, $\vec{k}$. Oznacza to, że światło jest falą poprzeczną, a zatem możemy określić jego polaryzację. Jako **kierunek polaryzacji** światła przyjmuje się kierunek wektora $\vec{E}$. Jeżeli wektor ma określony, stały kierunek (np. X lub Y) to mówimy, że światło jest spolaryzowane liniowo (w kierunku X lub Y). Jeżeli światło jest sumą dwóch fal spolaryzowanej w kierunku X i spolaryzowanej w kierunku Y, ale przesuniętej w fazie o ćwierć okresu to wektor $\vec{E}$ takiej fali obraca się z prędkością kątową równą częstości fali ω . Mówimy w takim przypadku, że fala jest **spolaryzowana kołowo**. W zależności od kierunku obrotu polaryzację taką nazywamy prawo- lub lewoskrętną (oznaczenia '+' i '-').

Prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w ośrodku materialnym, c^* , jest n razy mniejsza niż w próżni, c , i w ośrodku izotropowym $c^* = c/n$, gdzie: n – **współczynnik załamania ośrodka**.

Ponieważ współczynnik załamania i współczynnik absorpcji, α , zależą od zespolonej funkcji dielektrycznej ϵ , zatem znając w szerokim zakresie $n(h\nu)$ można przy pomocy **równań Kramersa – Kroniga** wyznaczyć widmo absorpcji $\alpha(h\nu)$ i na odwrót: znając $\alpha(h\nu)$ można wyznaczyć $n(h\nu)$.

W ośrodku **nieizotropowym** prędkość c^* może zależeć od kierunku i polaryzacji fali. W szczególności, jeżeli spolaryzowane kołowo światło rozchodzi się wzdłuż pola magnetycznego, to prędkości rozchodzenia się i współczynniki załamania dla każdej z polaryzacji będą różne $n_+ \neq n_-$. W przypadku fali spolaryzowanej liniowo padającej prostopadłe do powierzchni nastąpi obrót wektora polaryzacji o kąt θ .

$$\theta = \frac{\omega(n_+ - n_-)l}{2c} =: V l B, \quad (1.3)$$

gdzie: l - droga przebyta w ośrodku, B – indukcja pola magnetycznego. Współczynnik V nazywamy **stałą Verdet**.

Kształt widma efektu Faradaya zależy od rodzaju przejść optycznych. Na przykład dla, pary oscylatorów tłumionych o energiach E_+ i E_- i szerokości Γ (np. **ekscytonów** w $T > 0$), z których każdy **dozwolony** jest dla innej polaryzacji widmo opisane będzie równaniem:

$$V(E) = A \left(\frac{(E^2 - E_+^2)}{(E^2 - E_+^2)^2 + \Gamma^2 E^2} - \frac{(E^2 - E_-^2)}{(E^2 - E_-^2)^2 + \Gamma^2 E^2} \right), \quad (1.4)$$

Zakładając $E_+ = E_g + \Delta$, $E_- = E_g - \Delta$ oraz $\Delta \ll E_g$, E , otrzymujemy:

$$V(E) = \frac{\beta (E_g - E)}{(E^2 - E_g^2)^2 + \Gamma^2 E^2}, \quad (1.5)$$

W powyższym równaniu β jest stałą, która należy znaleźć empirycznie, a E_g można interpretować, jako średnią ekscytonową przerwę energetyczną.

Należy zauważyć, że wzór (1.4) zakłada, że absorpcja w pobliżu przerwy jest rozmyta ze względu na parametr Γ . Tak naprawdę na rozmycie wpływa wiele czynników (oprócz tłumienia Γ , także rozkład gęstości stanów, fluktuacje składu i inne). W maksimum absorpcja jest rzędu $\alpha = 10^4 \text{ cm}^{-1}$. To oznacza, że światło jest pochłaniane na drodze rzędu mikrometra, czyli znacznie mniejszej niż grubości naszych próbek. Rozmycie

absorpcji powoduje, że już dla energii mniejszej o kilka Γ od E_g absorpcja osiąga wartość około $\alpha = 10 \text{ cm}^{-1}$ i to wystarczy, aby światło zostało zatrzymane w naszych próbkach, które mają około 1 mm. Zatem w naszym pomiarze, widzimy krawędź absorpcji nie w miejscu przerwy energetycznej, ale dla nieco niższej energii, E_a .

2. Przebieg ćwiczenia

- A. Skalowanie elektromagnesu. Natężenie pola magnetycznego H jest proporcjonalne do natężenia prądu, I_M , płynącego przez magnes. Indukcję pola magnetycznego B mierzymy teslomierzem.
- B. Przygotowanie układu optycznego do pomiaru. Należy układ wyjustować, wczytać widmo tła oraz widmo sygnału pełnego. Należy przy tym tak dobrać czas naświetlania, aby w pełni wykorzystać rejestry kamery CCD.
- C. Pomiar widma dobroci polaryzatorów $d(h\nu)$,

$$d(h\nu) = \frac{I_{\parallel}(h\nu) - I_{\perp}(h\nu)}{I_{\parallel}(h\nu) + I_{\perp}(h\nu)} \quad (2.1)$$
 gdzie: $I_{\parallel}$ i $I_{\perp}$ są natężeniami światła, odpowiednio, dla polaryzatorów ustawionych równolegle i skrzyżowanych.
- D. Pomiar krawędzi absorpcji w czystym CdTe (E_{CdTe}) i w krysztalach mieszanych $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ o różnych koncentracjach manganu x bez pola.
- E. Pomiar efektu Faradaya w krysztalach CdTe i $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ w funkcji pola magnetycznego. Należy zarejestrować serie widm dla różnych kątów wzajemnego obrotu polaryzatorów, dla kilku wartości pola.
- F. Analiza:
 - Wyznaczenie zależności widmowej stałej Verdet na podstawie zarejestrowanych widm.
 - Interpretacja widm stałej Verdet w oparciu o proste modele absorpcji.

3. Przygotowanie opisu

Opis powinien składać się z następujących części:

1. Streszczenia,
2. Wstępu teoretycznego,
3. Opisu układu pomiarowego i próbek,
4. Wyników i ich analizy,
5. Podsumowania zawierającego wnioski.

- Ad. 1. Streszczenie powinno być krótkie (kilka zdań), ale powinno zawierać opis doświadczeń oraz najważniejsze wyniki i wnioski.
- Ad. 2. Należy zamieścić uzasadnienie stosowanych wzorów.
- Ad. 3. Przy opisie układu należy zamieścić wyniki pomiarów elektromagnesu i polaryzatorów. Opisując magnes odpowiedzieć, czy zjawisko histerezy ma istotne znaczenie i podać krzywą kalibracyjną.
- Ad. 4. Wynikami pomiarów widma absorpcji w czystym CdTe i w krysztalach mieszanych $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ oraz serie widm efektu Faradaya dla różnych kątów wzajemnego obrotu polaryzatorów, ϕ , w zerowym polu magnetycznym oraz dla kilku wartości pola.

Na podstawie widm absorpcji trzeba określić krawędzie absorpcji poszczególnych próbek, co umożliwi wyznaczenie składu (zawartości Mn) próbek $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ na podst. równania (1.1). We wzorze (1.1) nie ma podanej wartości E_{CdTe} . Tu można wstawić zmierzoną krawędź absorpcji E_a , która będzie różniła się od przerwy E_g o wartość ΔE , wynikającą z błędu systematycznego. Zakładamy zatem, że $E_a = E_g - \Delta E$. Potem trzeba przyjąć, że we wszystkich pomiarach ΔE było takie same, co pozwoli obliczyć x na podstawie wzoru (1.1).

Analizując serie widm należy dla każdej z nich zamienić zależności widmowe $I(E)$ na zależności natężenia od kąta obrotu polaryzatorów ϕ . Zależności $I(\phi)$ powinny zostać przedstawione na wykresach. Spodziewamy się, że otrzymane tą metodą krzywe będą miały kształt:

$$I(\phi) = I_0 \cos^2(\phi - \theta) + I_L, \quad (3.1)$$

gdzie: I_0 – amplituda oscylacji, I_L – nieszczelność polaryzatorów, θ – poszukiwany kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji. Na tej podstawie można wyznaczyć kąt skręcenia θ w funkcji energii światła (szczegół w dodatku B). W następnej kolejności należy wykreślić otrzymane widma $\theta(E)$ oraz $V(E)$ i dopasować do nich krzywe teoretyczne (1.5). Tu problemem może być różnica pomiędzy zmierzoną krawędzią absorpcji, a przerwą energetyczną. Można poradzić sobie w następujący sposób. Wartość E_g dla CdTe można znaleźć w literaturze i porównując z $E_a(\text{CdTe})$ z pomiaru wyznaczyć ΔE . Należy założyć, że ΔE jest stałe dla różnych próbek. Na podstawie ΔE można policzyć przybliżone E_g dla kolejnych próbek i wstawić do wzoru (1.5).

Ad. 5. Przedstawić należy fizyczne (naukowe) znaczenie własnych wyników.

Przygotowując opis, należy pamiętać o numeracji rysunków (patrz rys. 1.) i wzorów (1). Przy korzystaniu z materiałów (teksty, rysunki, programy) pochodzących od innych autorów należy w tekście umieścić odnośnik [1], a na końcu podać spis cytowanych źródeł (autor, tytuł, adres strony itp.).

4. Polecane podręczniki

1. J. Ginter - „Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego.”
2. K. W. Szalimowa - Fizyka półprzewodników.
3. J. Pankove - Zjawiska optyczne w półprzewodnikach
4. F.W. Byron, R.W. Fuller - Matematyka w fizyce klasycznej i kwantowej
5. J. Houghton, S. D. Smith - Fizyka podczerwieni
6. J. A. Gaj, 'Oddziaływanie jonów paramagnetycznych z elektronami pasmowymi w $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ ', Rozprawy Uniwersytetu Warszawskiego **204**, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1981
7. J. A. Gaj, R.R. Gałazka, M. Nawrocki, „Giant Exciton Faraday Rotation in $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ Mixed Crystals.” Solid State Communications **25**, 193 (1978)
8. Internet: Kramers-Kroniga relation, Faraday effect, CCD camera
9. Encyklopedia Fizyki, hasła: relacje Kramersa-Kroniga, efekt Faradaya, monochromator

K.K., R.S. 29 XII 2022

Zasada działania kamery CCD

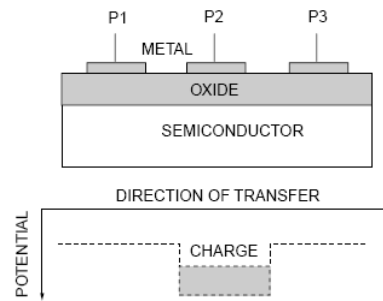
Kamerą CCD nazywamy matrycę detektorów półprzewodnikowych (przeważnie fotodiod), których sygnał jest zapisywany przy pomocy rejestrów CCD (Charge Coupled Device).

Światło zamieniane jest na sygnał elektryczny w fotodiodach. W obszarze złącza fotodiody panuje silne pole elektryczne. Pary elektron-dziura wygenerowane przez fotony zaabsorbowane w tym obszarze są rozdzielane przez pole. Dziury wędrują do podłoża, elektrony gromadzą się w katodzie. Wygenerowany w ten sposób ładunek jest następnie przesuwany przez obwody ze sprzężeniem ładunkowym i zliczany przez rejestry.

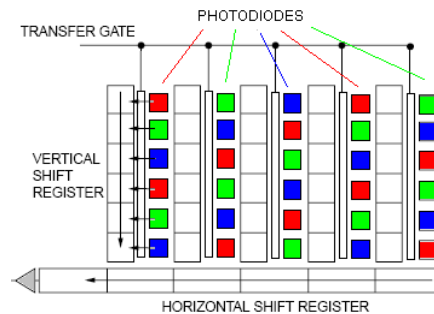
Zasada działania obwodów ze sprzężeniem ładunkowym polega na zamykaniu lub otwieraniu kanałów w warstwie półprzewodnika pokrytej izolatorem. Kanały są otwierane lub zamykane przez przykładanie potencjału do elektrod umieszczonych na dielektryku.

Zasada wykorzystania obwodów ze sprzężeniem ładunkowym (CCD) do rejestracji sygnałów optycznych w kamerze CCD:

1. Przekrój linii przesyłowej ze sprzężeniem CCD. Do elektrod P1 i P3 przyłożony jest ujemny potencjał, co powoduje zablokowanie przepływu ładunku zgromadzonego pod elektrodą P2. Zmiana potencjału np. na elektrodzie P3 spowoduje przepływ ładunku w prawo.



2. Struktura kamery CCD widziana z góry.
Fotodiody ułożone są w kolumnach. Siatka elektrod steruje przesyłaniem ładunku najpierw w kolumnach, a potem w rzędach.



Rejestry kamer CCD zliczają ładunek metodą cyfrową. Przy zbyt słabym oświetleniu lub zbyt krótkim czasie naświetlania w rejestrach otrzymamy zera lub niewielką liczbę bitów, przez co sygnał będzie schodkowy. W aparatach fotograficznych rejestry są na ogół 8-bitowe (liczą od 0 do 255). W urządzeniach pomiarowych spotykamy rejestry od 10 do 16 bitów (16 bitów odpowiada 0 - 65535). Dobierając czas naświetlania należy upewnić się, ile bitowym rejestrem dysponujemy i pamiętać, aby nie przekroczyć maksymalnej wartości rejestru.

Program pomiarowy odczytuje każdy rejestr wiele razy i uśrednia wyniki. Jeżeli dokonamy m uśrednień pojedynczego rejestru, to otrzymamy średnią liczbę zliczeń $n_s \pm \delta n_s$, gdzie:

$$n_s = \sum n_i / m, \quad (A1)$$

$$\delta n_s = \frac{\sqrt{\sum n_i}}{m} = \sqrt{\frac{n_s}{m}}. \quad (A2)$$

Jak widać ze wzrostem liczby uśrednień maleje niepewność średniej.

Dodatek B

Procedura określania kąta odchylnia polaryzacji

W wyniku pomiarów otrzymujemy zależność natężenia od kąta obrotu polaryzatora: $I(\phi)$. Spodziewamy się, że otrzymane tą metodą krzywe będą miały kształt:

$$I(\phi) = I_0 \cos^2(\phi - \theta) + I_L, \quad (\text{B.1})$$

gdzie: I_0 – amplituda oscylacji, I_L – transmisja skrzyżowanych polaryzatorów (nieszczelność polaryzatorów), θ – poszukiwany kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji.

Równanie (3.1) możemy przekształcić do postaci:

$$I(\phi) = I_0(1 + \cos(2\phi - 2\theta))/2 + I_L, \quad (\text{B.2})$$

$$I(\phi) = I_0(1 + \cos(2\phi) \cos(2\theta) + \sin(2\phi) \sin(2\theta))/2 + I_L. \quad (\text{B.3})$$

Pomiary wykonujemy dla kątów $\phi_n = \pi n/N$, gdzie $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Aby wyznaczyć kąt θ należy wykonać następującą procedurę:

1) Obliczyć sumy C i S:

$$C = \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\phi_n) I(\phi_n), \quad (\text{B.4})$$

$$S = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(2\phi_n) I(\phi_n). \quad (\text{B.5})$$

Należy zauważyć, że dla $N \geq 3$:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi n/N) = 0; \quad \sum_{n=0}^{N-1} \sin(2\pi n/N) = 0; \quad \sum_{n=0}^{N-1} \sin(2\pi n/N) \cos(2\pi n/N) = 0; \quad (\text{B.6})$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(2\pi n/N) = N/2; \quad \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(2\pi n/N) = N/2 \quad (\text{B.6A})$$

Biorąc pod uwagę wzór (B.3) oraz równania (B.6 i B.6A), możemy obliczyć:

$$C = A \cos(2\theta), \quad (\text{B.7})$$

$$S = A \sin(2\theta). \quad (\text{B.8})$$

gdzie: $A = I_0 N/4$.

2) Liczymy kąt skręcenia polaryzacji:

$$\theta = \arctg(S/C)/2 = \text{arcctg}(C/S)/2. \quad (\text{B.9})$$

Punkty 1) i 2) można zrealizować przy pomocy arkuszy kalkulacyjnych lub prostych programów obliczeniowych. Pamiętajmy przy tym, że $\text{tg}(\theta)$ i $\text{ctg}(\theta)$ są funkcjami okresowymi, z okresem π . Uwaga: w arkuszach kalkulacyjnych zwykle istnieje funkcja $\text{atan2}(x,y)$ dająca wynik w zakresie $(-\pi, +\pi)$