Stanisław Król

Mieszanie turbulencyjne w chmurach – analiza danych doświadczalnych

Promotor: prof. dr hab. Szymon Malinowski
Promotor pomocniczy: dr inż. Marta Wacławczyk

Szkoła Doktorska Nauk Ścisłych i Przyrodniczych

Warszawa, 27 września 2024

Oświadczenie o autorstwie

Oświadczam, iż niniejszą pracę napisałem sam. Nie korzystałem z modeli językowych. Jestem autorem wszystkich rysunków, chyba że wskazano inaczej. Jestem autorem wszystkich analiz, a ich wyniki oraz kierunek były przedmiotem dyskusji wraz z moim promotorem prof. Szymonem Malinowskim oraz dr Martą Wacławczyk. Źródła, z których korzystałem, wymienione są w Bibliografii.

Dane poddane analizom zostały zebrane podczas kampanii EUREC^{4}A przez Toma Lachlan-Cope'a, Leifa Denby'ego i Alana Byltha w styczniu i lutym 2020 roku. Analizy danych przeprowadziłem sam, z wykorzystaniem oprogramowania MATLAB. Program ten posłużył mi również do stworzenia wykresów. Część analiz została zawarta w dwóch opublikowanych artykułach. W pracy analizy te zostały rozszerzone i lekko zmienione, a same prace mają charakter prezentacji metody i wyników dla określonego przypadku. Są to następujące artykuły:

1. "Can Recurrence Quantification Analysis Be Useful in the Interpretation of Airborne Turbulence Measurements?" (Geophysical Research Letters, 2024, vol. 51(6), doi: 10.1029/2023GL105753).

2. "Anisotropic turbulence in marine cumulus clouds" (Journal of Physics: Conference Series, 2024, zaakceptowana do publikacji).

Podziękowania

Na moje obecne położenie wpłynęła niezliczona ilość przypadkowych lub nieprzypadkowych wydarzeń. Słowo ilość jest tu zamierzone, gdyż ze względu na skomplikowanie życia jako takiego, jego liczba stopni swobody jest niecałkowita i odpowiada pewnemu wymiarowi fraktalnemu. Uważam, że na fakt iż udało mi się napisać tę pracę wpływają zarówno interakcje bezpośrednie, jak i te z których nie zdaję sobie sprawy. Dziękuję ogólnemu zbiorowi czynników które wpłynęły na to że mi się udało (a nie zdaję sobie z tego sprawy), pod jakąkolwiek byłby one postacią.

Jeśli idzie o czynniki z których sprawę sobie zdaję, to chciałbym podziękować wszystkim którzy przyczynili się to tego przedsięwzięcia bezpośrednio. W pierwszej kolejności chciałbym podziękować mojemu promotorowi, prof. dr hab. Szymonowi Malinowskiemu za wszelką udzieloną pomoc, wszystkie przedsięwzięcia które nie byłyby możliwe bez niego i wiele cennych lekcji życiowych udzielonych (czasem nieświadomie) w trakcie tej przygody. Dziękuję również dr inż. Marcie Wacławczyk za opiekę nad moją pracą, zwłaszcza w drugiej części pobytu w Szkole Doktorskiej, za pokazanie wspaniałego świata turbulencji oraz za celne uwagi do tekstu pracy. Dziękuję Grzegorzowi Florczykowi za cudowne współuczestnictwo w tej przygodzie, oraz za cenne uwagi językowe do tekstu pracy. Dziękuję Pani Anastazji Oleśkiewicz za ogrom uwag edytorskich. Dziękuję mojej Mamie i Siostrze za wsparcie, i wreszcie dziękuję mojej ukochanej żonie Kai za codzienne wsparcie oraz za wykonanie kilku rysunków w pracy. Dziękuję również wszystkim tym którzy w trakcie przygody uczynili moje życie bogatszym i łatwiejszym: prof. Maciejowi Lisickiemu i dr Gustavo Abade za bardzo dobrą dydaktykę, Katarzynie Dyl i Dąbrówce Stępniewskiej za nieocenioną pomoc w starciu z biurokracją, koleżankom i kolegom z pokoju i instytutu: Robertowi, Jakubowi, Pawłowi, Moeinowi, Piotrowi, Danielowi i Katarzynie. Nie znalazłbym się też w tym miejscu gdyby nie moje poprzednie doświadczenia z fizyką atmosfery, na które główny wpływ miał mój były promotor dr inż. Jarosław Nęcki, za co bardzo mu dziękuję.

Streszczenie

Chmury są skomplikowanymi zjawiskami obecnymi w atmosferze. Ich opis jest utrudniony przez obecność wielu procesów w przepływach atmosferycznych zachodzących w różnych skalach. Cumulusy, będące popularnym rodzajem chmur obecnym na całym świecie, są manifestacją ruchów konwekcyjnych. Na ich ewolucję i rozwój wpływa mieszanie z otoczeniem, a także mieszanie wewnątrzchmurowe, oba silnie turbulentne.

Ze względu na ograniczoną rozdzielczość w modelach pogodowych efekty związane z turbulencją, a zwłaszcza z turbulencją wymykającą się założeniom teorii Kołmogorowa, nie są prawidłowo oddane. Dodatkowo, ze względu na potrzebę dokładniejszych parametryzacji istnieje potrzeba podziału obszarów atmosfery na te posiadające określone właściwości dynamiczne.

W ramach pracy przeprowadzono analizy danych samolotowych zebranych podczas kampanii pomiarowej EUREC^{4}A w okolicach Barbadosu w 2020 roku. Dane te obejmowały trzy składowe prędkości wiatru, temperaturę oraz zawartość ciekłej wody. Analizy zostały przeprowadzone pod kątem mieszania turbulencyjnego w chmurach. W pierwszej kolejności wybrano kilka odcinków reprezentujących różne sytuacje fizyczne obecne w atmosferze. Odcinki reprezentują prostą trajektorię samolotu na danej wysokości. Ze względu na to, iż jest ona jednowymiarowa oraz posiada skończoną rozdzielczość rzędu jednego metra, możliwości analizy właściwości turbulencji są w pewnym stopniu ograniczone.

Przez wzgląd na to, iż w typowym odcinku chmury cumulus zajmowały stosunkowo niewielki obszar, należało przyłożyć szczególną wagę do wyboru szerokości okien do dekompozycji Reynoldsa oraz obliczania statystyk. Rozmiary okien mają bowiem wpływ na wartości wielkości charakteryzujących turbulencję. Na podstawie przebiegów zmienności dokonano wyboru parametrów, korzystając z kryterium maksymalizacji. W następnej kolejności dokonano analiz tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε, integralnej skali długości L i mikroskali Taylora λ, jako podstawowych wielkości charakteryzujących przepływ turbulentny. Zgodnie z oczekiwaniami podwyższona wartość ε występowała w chmurach i w okolicach chmur. Integralna skala długości zawierała się w przedziale od 20 do 50 metrów. Obniżona wartość mikroskali Taylora korelowała z obecnością chmur.

W przypadku atmosfery turbulencja produkowana jest w wielu miejscach wsku-

tek różnych mechanizmów działających w różnych skalach. Z tego powodu często zakładana w parametryzacjach modelowych i analizach teoria Kołmogorowa, mówiąca o turbulencji lokalnie izotropowej i stacjonarnej, ma prawo nie być spełniona. Dlatego też przeprowadzono analizy pod kątem odejścia turbulencji od izotropii, za pomocą analizy współczynników proporcjonalności, wraz z wykorzystaniem metody trójkąta turbulencji. Nie znaleziono jasnej korelacji między konkretnym stanem turbulencji a obecnością chmur, jednak na podstawie wyników można wnioskować, iż turbulencja osiąga całe spektrum stanów anizotropii w średnich skalach. Oprócz tego wykonano analizy pod kątem turbulencji nierównowagowej, poprzez weryfikację niedawno przeprowadzonych rozważań teoretycznych. Wyniki wskazują, że parametr C_ε charakteryzujący równowagę turbulencji jest mniejszy w chmurach.

W następnej kolejności, celem zbudowania statystyk warunkowych, zdecydowano się na skorzystanie z analizy ilościowej rekurencji, zwykle stosowanej do układów nieliniowych, w tym układów dynamicznych. Polega ona na analizie dynamiki arbitralnie zdefiniowanego wektora w przestrzeni fazowej pod kątem rekurencji. Poprzez skonstruowanie macierzy rekurencji i jej ilościowej analizy otrzymuje się zestaw zmiennych charakteryzujących wycinek trajektorii w przestrzeni fazowej. Przeprowadzono analizę wpływu parametrów na wyniki analizy. Później wykonano czasowozależną wersję analizy ilościowej rekurencji, która zwykle używana jest do badania zmian w układach. Wyniki pokazywały obniżenie wartości pewnych parametrów w obecności chmury i jej otoczenia.

W końcu, na podstawie wyboru wartości krytycznej parametru przeprowadzono podział odcinka lotu na turbulentny i nieturbulentny. Obliczono wartości średnie parametrów turbulencji w tych obszarach. Obszary reprezentujące chmury zdefiniowane za pomocą obecności wody i obszary reprezentujące otoczenie chmur, zdefiniowane za pomocą krytycznej wartości parametru, wykazują podobne właściwości turbulencji, w odróżnieniu od pozostałych obszarów.

Abstract

Clouds are complex phenomena present in the atmosphere. Their description is complicated by the presence of many processes in atmospheric flows occurring at different scales. Cumulus, which are a common type of cloud present all over the world, are a manifestation of convective motions. Their evolution and development is influenced by mixing with the environment, as well as by intra-cloud mixing, both of which are highly turbulent.

Due to the limited resolution in weather models, the effects associated with turbulence, especially turbulence that does not fully satisfy the assumptions of Kolmogorov theory, are not correctly represented. In addition, due to the need for more accurate parameterisations, it is useful to divide areas of the atmosphere into those with specific dynamic properties.

As part of this work, analyses of data gathered during EUREC^{4}A campaign near Barbados in 2020 were carried out. Data consisted of three components of wind velocity, temperature and liquid water content. Analyses were carried in the context of turbulent mixing in clouds. First, a number of sections were selected to represent the different physical situations present in the atmosphere. The segments represent the simple trajectory of an aircraft at a given altitude. Because they are one-dimensional and have a finite resolution of the order of one metre, the possibilities of analysing turbulence properties are somewhat limited.

Because cumulus clouds constitute only a portion of a flight segment, special care had to be taken in selecting the size of the window for Reynolds decomposition, and the size of a window over which the statistics were calculated. These sizes influence the values of the quantities which characterise turbulence. A selection of parameters was made using the maximisation criterion, based on the sensitivity study. This was followed by analyses of the turbulence kinetic energy dissipation rate ε, the integral length scale L and the Taylor microscale λ, as fundamental quantities characterising the turbulent flow. As expected, elevated values of ε occurred in and around clouds. The integral length scale ranged from 20 to 50 metres. A decreased value of Taylor microscale correlated with the presence of the clouds.

In the case of the atmosphere, turbulence is produced at multiple locations by different mechanisms operating at different scales. For this reason, the Kolmogorov theory of locally isotropic and stationary turbulence, often assumed in model pa-

rameterisations and analyses, has the right not to be fulfilled. Therefore, analyses were carried out for the departure of turbulence from isotropy, by means of proportionality coefficient analysis, together with the use of the turbulence triangle method. No clear correlation was found between a specific turbulence state and the presence of clouds, but from the results it can be concluded that turbulence reaches the entire spectrum of anisotropy states at medium scales. Morover, analyses of nonequilibrium turbulence were performed, based on recent theoretical studies. Overall results show that C_ε, a parameter which quantifies the turbulence equilibrium decreases in clouds.

Next, in order to construct conditional statistics, a time-dependent recurrence quantification analysis was performed. This method is usually used in the dynamical systems context. It revolves around an analysis of the recurrencies of a vector in the phase space. Based on that, a recurrence matrix can be constructed, and a further analysis of its properties can be performed. One obtains a set of parameters which quantify a segment of a trajectory. Here, a time-dependent version of the recurrence quantifiaction analysis was done in order to obtain time series of the parameters. Analogously a sensitivity study was done in order to determine what are the best values of parameters in this context. The results shown a decrease in the values of certain parameters inside clouds and their surroundings.

Finally, based on a selection of a critical value of one of the parameters, a method to distinguish segments was proposed. The division distinguished segments with different dynamical properties, and different properties of turbulence. The portions of the flight representing clouds and their surroundings had similar properties in terms of turbulence, as opposed to other regions.

Spis treści

Słowo wstępu

Przedmiotem pracy doktorskiej jest analiza danych doświadczalnych zarejestrowanych przez urządzenia zainstalowane na pokładzie samolotu, w kontekście mieszania turbulencyjnego w chmurach. Zostanie podjęta próba odpowiedzi na pytanie, jakie są właściwości turbulencji w atmosferycznej warstwie granicznej oraz czy w chmurach dochodzi do złamania obrazu jej równowagi, homogeniczności czy izotropii. Dodatkowo w narzędziach analizy danych zawierają się metody używane przy badaniach systemów dynamicznych i w teorii chaosu. Ich zastosowanie ma na celu sporządzenie przepisu na podział obszarów w atmosferze ze względu na ich własności dynamiczne.

Praca składa się z pięciu rozdziałów. W pierwszym rozdziale opisane są chmury cumulus, czyli obiekty poddane analizie. Ich opis skupia się bardziej na aspektach dynamicznych (a nie mikrofizycznych), z uwzględnieniem aspektów poruszanych w dalszej części pracy. W drugim rozdziale zaprezentowane są narzędzia analizy danych, a dokładnie ich teoretyczne podłoże. Informacje o danych, sposobie ich zbierania i inne aspekty praktyczne z nimi związane zawarte są w rozdziale trzecim. Wyniki i sposoby ich otrzymania znajdują się w rozdziale czwartym. Na koniec, piąty rozdział stanowi podsumowanie i refleksję nad perspektywami. Dodatkowo praca zawiera cztery dodatki, w których zawarte są: dyskusja nad niepewnościami, opis próby otrzymania parametru w jednej z metod, próba porównania sytuacji z modelem oraz dodatkowe rysunki.

1. Chmury cumulus

Informacja o źródłach: w większości źródła informacji podanych w tym rozdziale pochodzą z książek, które dla zachowania czytelności zostaną przytoczone w tym miejscu: *Physics and Chemistry of Clouds* [1], *An Introduction to Clouds* [2], *Turbulence in the Atmosphere* [3], *Krótki zarys fizyki chmur* [4], *Storm and Cloud Dynamics* [5], *Podstawy dynamiki atmosfery* [6], oraz z atlasu chmur Światowej Organizacji Meteorologicznej [7].

Rozdział ten zawiera podstawowe informacje na temat chmur cumulus, będących przedmiotem pracy doktorskiej. Informacje te są rozszerzone o ważniejsze według autora kwestie, będące istotnymi dla analiz przedstawionych w dalszych częściach pracy.

1.1. Podstawowy opis

Chmury są zjawiskami nierozłącznie towarzyszącymi przyrodzie. Są źródłem życia, gdyż będąc w istocie wodą w stanie ciekłym lub stałym w atmosferze, odpowiedzialne są za dostarczanie słodkiej wody w głąb lądu. Towarzyszą nam na co dzień, a mimo to ich tajemnice nie zostały w pełni zgłębione. Ich jakościowy opis opiera się na nazwaniu ich rodzajów ze względu na wysokość na jakiej występują, oraz na formę i kształt. Te cechy bezpośrednio odzwierciedlają fizyczny stan atmosfery, w której się znajdują. Fizyka chmur z kolei opisuje te obiekty ilościowo, a dokładnie ich powstawania, ewolucji czy składu. Opis ten rozszerzony jest także o procesy fizyczne im towarzyszące, oraz wpływ na budżet energetyczny atmosfery, pogodę czy klimat.

Rodzajów chmur jest wiele, jednak przedmiotem pracy będą chmury rodzaju cumulus. Cumulusy są chmurami piętra niskiego o płaskiej podstawie. Słowo *cumulus* z łaciny oznacza stos, stertę. Nazwa została wprowadzona przez Luke'a Howarda w 1806 roku [8], przy okazji zaproponowanej przez niego klasyfikacji chmur. Cumulusy dzielą się na 4 gatunki:

1. cumulus *fractus*,
2. cumulus *humilis*,
3. cumulus *mediocris*,

4. cumulus *congestus*.

Podział ten dotyczy wizualnych aspektów chmury, które z kolei reprezentują stan atmosfery w danej chwili. Gatunek *fractus* to chmury o obszarpanych brzegach, zwykle będącymi prekursorami do innych rodzajów chmur cumulus. Gatunek *humilis*, którego przykład został ukazany na rysunku 1.1.1, to obiekty o spłaszczonej podstawie i małym zasięgu pionowym, niewytwarzające opadów. W życiu codziennym kojarzone są z dobrą pogodą. Cumulus *mediocris* to większe chmury o większym zasięgu pionowym, stanowiące prekursor chmur *congestus*, które cechują się dużym zasięgiem pionowym, licznymi strukturami wertykalnymi i opadami. W zależności od regionu mają one od kilkuset do kilku tysięcy metrów szerokości i wysokości, a ich podstawa najczęściej występuje w przedziale od 200 m do 2 km Te wielkości zależą od stadia rozwoju chmury i w konsekwencji jej rodzaju.

Rysunek 1.1.1 Przykład chmur cumulus

W ogólności ich kolor, który efektywnie oznacza ilość i rodzaj promieniowania docierającego do oczu obserwatora, zależy głównie od koncentracji i wielkości kropel. Tylko niewielka część promieniowania słonecznego zostaje pochłonięta przez chmury. Większość jest rozpraszana, co dzieje się wskutek wielokrotnego rozproszenia zachodzącego wewnątrz chmury. Wyniki badań nad budżetem radiacyjnym w latach 2000–2004 pokazują, że ok. 22% promieniowania słonecznego zostaje odbite przez chmury i aerozole z powrotem w przestrzeń kosmiczną [9]. Warto zauważyć, że chmury wpływają na budżet radiacyjny w dwojaki sposób. Z jednej strony te występujące nisko i posiadające wysokie albedo na skutek dużej liczby kropel odbijają promieniowanie słoneczne, zmniejszając wpływ słońca na ogrzanie powierzchni. Z drugiej strony rozrzedzone chmury piętra wysokiego przyczyniają się do wzmocnienia efektu cieplarnianego przez emisję promieniowania długofalowego skierowaną do powierzchni Ziemi. Niemniej jednak, poza regionami okołobiegunowymi, uśredniony efekt chmur na budżet radiacyjny Ziemi jest chłodzący.

1.2. Powstawanie

Aby z cząsteczek wody w powietrzu powstała chmura, muszą istnieć ku temu sprzyjające warunki. Para wodna swoją obecność w atmosferze zawdzięcza w większości procesom parowania, głównie z oceanów [10], natomiast pod wpływem adwekcji i ruchów pionowych zostaje rozprowadzona wyżej. Cząsteczki pary wodnej mogą ulec ponownemu skropleniu lub sublimacji, gdy obecne są cząsteczki aerozolu atmosferycznego, do którego woda może przylgnąć. Warunkiem koniecznym jest również odpowiednia zawartość wody w objętości powietrza. Skroplenie występuje gdy otoczenie osiąga tak zwaną temperaturę punktu rosy. Dotarcie do tego punktu z kolei następuje wskutek kilku procesów związanych z transportem mas powietrza.

Chmury cumulus powstają w wyniku konwekcji, a dokładniej – płytkiej i swobodnej konwekcji atmosferycznej. Konwekcja oznacza ruch płynu w związku ze różnicami temperatur i gęstości, lub też proces przekazywania ciepła w związku z tym ruchem. W atmosferze, ze względu na wyróżnione kierunki, konwekcją nazywamy pionowy ruch powietrza. Słowo "płytka" oznacza, że ruch odbywa się do wysokości około 500 hPa, w przeciwieństwie do konwekcji głębokiej, kiedy to ruch odbywa się powyżej wysokości 500 hPa. Słowo "swobodna" oznacza, iż dzieje się to wyłącznie pod wpływem różnic w temperaturze czy gęstości. W związku z tym cumulusy występują w miejscach, gdzie warunki sprzyjają konwekcji, co w teorii ma miejsce na większości powierzchni globu. Szczególną uwagę należy jednak zwrócić na miejsce zwane tropikalną strefą konwergencji (ang. *Intertropical Convergence Zone*, ITCZ). Jest to miejsce w którym pasaty z północy i południa spotykają się, przez co strefę tę cechuje brak wiatru i duża pokrywa chmurowa.

Pojęcie stabilności hydrostatycznej atmosfery jest istotne w analizie ruchu pionowego mas powietrza. Aby odpowiedzieć na pytanie, czy atmosfera jest stabilna, można przeprowadzić eksperyment myślowy. Na pewnym poziomie umieszcza się reprezentacyjną masę powietrza i poddaje się ją adiabatycznemu przemieszczeniu pionowemu. W momencie kiedy przemieszczenie do góry czyni masę powietrza zimniejszą (bardziej gęstą) od otoczenia, wtedy wskutek siły wyporu masa będzie wracała do poziomu początkowego. W przeciwnym razie, powietrze o mniejszej gęstości (wyższej temperaturze) wznosi się do góry, dopóki nie osiągnie temperatury otoczenia. Pojęcie temperatury masy powietrza w przypadku gdy masa ta zawiera cząsteczki wody zostaje rozszerzone do pojęcia *temperatury wirtualnej*, T_v zdefiniowanej jako [11]:

$$T_v = T(1 + 0{,}61 q_v - q_l), \tag{1}$$

gdzie q_v to stosunek zmieszania pary wodnej, a q_l to stosunek masy wody ciekłej do masy reszty składników w danej objętości. Temperatura wirtualna jest to temperatura, jaką miałaby sucha masa powietrza o tej samej gęstości. Jest to pojęcie pozwalające na porównywanie termodynamiki suchych i wilgotnych mas powietrza. Z kolei pojęciem pozwalającym na porównywanie mas powietrza znajdujących się na różnych wysokościach jest pojęcie temperatury potencjalnej, oraz jej rozszerzenia na powietrze wilgotne, tj. wirtualnej temperatury potencjalnej θ_v, zdefiniowanej wzorem:

$$\theta_v = T_v \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R_d/c_{pd}}, \tag{2}$$

gdzie p to ciśnienie na danej wysokości, p_0 to ciśnienie referencyjne, R_d to stała gazowa dla powietrza suchego, a c_{pd} to ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu dla powietrza suchego. θ_v jest temperaturą, jaką osiągnęłaby wilgotna masa powietrza sprowadzona adiabatyczne do poziomu referencyjnego $p(z_0)$. Przemiana adiabatyczna jest w tych przypadkach wyidealizowanym modelem, który jest dobrym przybliżeniem wielu procesów atmosferycznych, upraszczającym rozważania teoretyczne. Do tego obrazu dodać można rozważania związane z przemianami fazowymi wody, jednak teoria została tutaj przytoczona w sposób ogólny, celem zdefiniowania ogólnego obrazu.

Zmiana temperatury wirtualnej otoczenia z wysokością określa stabilność atmosfery. Temperatura T w troposferze generalnie zmniejsza się wraz z wysokością, aczkolwiek zmiana ta nie jest monotoniczna. Występowanie tych niemonotoniczności, wpływa na lokalną stabilność i wartość siły wyporu, co z kolei wpływa na konwekcję, czyli powstawanie i ewolucję cumulusów.

Pojęcia związanymi z konwekcją, warte przytoczenia to:

1. Poziom kondensacji wymuszonej (ang. *lifting condensation level*, LCL)

2. Konwekcyjny poziom kondensacji (ang. *convective condensation level*, CCL)

3. Warstwa inwersji

Poziom kondensacji wymuszonej to miejsce w którym wznosząca się suchoadiabatycznie masa powietrza staje się nasycona parą wodną, tj. jej wilgotność względna wynosi 100%. Konwekcyjny poziom kondensacji jest to miejsce w którym wznosząca się wskutek ogrzanej powierzchni masa powietrza staje się nasycona parą wodną. W ogólności, różnica między LCL a CCL jest taka, iż poziom LCL wyznaczany jest na podstawie teoretycznego rozważania, kiedy to cząstka powietrza zostanie wzniesiona siłą, a jej temperatura będzie zmieniać się według gradientu suchoadiabatycznego. W przypadku CCL cząstka powietrza przy powierzchni Ziemi musi najpierw zostać ogrzana, zanim zacznie się wznosić. Wyznaczenie tych poziomów opiera się na analizie rzeczywistego profilu temperatury, otrzymywanych z sondaży meteorologicznych w połączeniu z informacją o stanie atmosfery przy powierzchni Ziemi. Najczęściej poziomy te są położone blisko siebie i są w przybliżeniu wyznacznikiem podstawy chmur. Rzeczywista podstawa chmur tam, gdzie jest wystarczająco dużo jąder kondensacji w postaci np. aerozolu atmosferycznego. Warstwa inwersji to miejsce gdzie temperatura rośnie z wysokością; stanowi barierę dla konwekcji.

Pojęcia dotychczas przedstawione korzystały z abstrakcyjnego pojęcia "masy" lub "cząstki" powietrza. W rzeczywistości ruch konwekcyjny jest procesem dotykającym wielu "mas" powietrza w różnym stopniu na danym obszarze. Zwykle do opisu konwekcji atmosferycznej używa się sformułowania *komin termiczny* (ang. *thermal*), który na ilustracjach przedstawiany jest zazwyczaj, jako pionowa strzałka zwrócona ku górze. Tor ruchu wznoszącej się rzeczywistej masy powietrza, gdyż w ogólności może być skośny, co zaprzecza uproszczonemu obrazowi pionowej strzałki. Dzieje się tak wskutek zmiennej prędkości poziomej z wysokością, sił oporu, przemian termodynamicznych, oraz kompensujących ruchów zstępujących.

Ważną, nieporuszoną dotychczas kwestią są warunki atmosferyczne w skali mikro które umożliwiają powstawanie chmury. Są to warunki związane ze stanem przesycenia parą wodną i rozważaniem, m.in. kiedy to dochodzi do kondensacji podczas wznoszenia. Ze względu na temat pracy zagadnienia te nie będą szerzej poruszane; zostało to zrobione m.in. w przytoczonej literaturze [1, 2].

1.3. Ewolucja

Wznoszące się powietrze tworzące chmurę cumulus podlega dalszym procesom fizycznym. W istocie jest ono częścią ogólniejszego przepływu atmosferycznego, podlegającego tym samym prawom. Chmura cumulus jest lokalną manifestacją dodatniej prędkości pionowej występującej na szerszym obszarze. Należy jednak pamiętać, że przepływ występuje w 3 wymiarach. Powietrze oddziałuje z otoczeniem poprzez siły związane z gradientem ciśnienia oraz siłę tarcia (wymianę pędu). Podczas wznoszenia cząstka powietrza wypycha otaczające powietrze, tworząc warstwę pod- lub nad- ciśnienia. W przypadku kiedy występuje gradient prędkości poziomej, wysokie ciśnienie tworzy się na górze i boku, z kolei niskie ciśnienie tworzy się na drugim boku chmury, przy założeniu, że kierunek prędkości wiatru jest stały. Różnice ciśnienia powodują dodatkowe ruchy powietrza otaczającego chmurę. W związku z wypychaniem powietrza, dookoła chmury mogą występować prądy zstępujące. Efekty związane z wymianą pędu objawiają się też poprzez mieszanie powietrza chmurowego z otoczeniem. Zjawisko to występuje na brzegach chmury i objawia się mieszaniem związanym z dyfuzją (pomijalne małe), oraz adwekcją, lub inaczej porywaniem czy też wciąganiem. Porywanie (ang. *entrainment*) jest procesem, w którym powietrze atmosferyczne jest wciągane w powietrze chmurowe. Porywanie przyczynia się do mieszania i rozrzedzania chmury, a tym samym do zmniejszenia jej wyporności poprzez obniżanie różnicy w temperaturze spowodowanej wyparowaniem kropel chmurowych. Jest ono procesem nieodwracalnym, związanym z turbulentną i niestabilną naturą przepływu atmosferycznego. Charakterystyka ilościowa porywania opiera się np. na estymacji tempa porywania z wysokością [12]:

$$\frac{1}{M}\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}z} = \varepsilon_e - \delta_e, \tag{3}$$

gdzie M to strumień masy docierający do objętości chmury, ε_e to tempo wciągania, a δ_e to tempo zwracania (ang. *detrainment*). Pochodna strumienia po wysokości jest dodatnia przy wznoszeniu [13]. Jest to wielkość używana w parametryzacji mieszania się powietrza chmurowego z otoczeniem w modelach i istnieją nowsze modyfikacje tej parametryzacji [14], [15]. Mieszanie się dwóch mas powietrza może być również analizowane pod kątem prostego modelu, w którym badane są zmiany zawartości wody i temperatury wskutek mieszania, w zależności od stopnia zmieszania χ.

Dalsze życie chmury jest zależne od panujących warunków atmosferycznych. Konwekcja może być dalej podtrzymywana, a woda dalej dostarczana przez odpowiednie strumienie wilgotności i ciepła. W przypadku silniejszej, głębszej konwekcji może skutkować dalszymi stadiami rozwoju coraz wyższego cumulusa, aż do przypadku w którym rozwija się chmura burzowa *cumulonimbus.* Z drugiej strony konwekcja może być podtrzymywana, ale nie może być na tyle silna, aby przebić się przez warstwę hamującą występującą w warstwie granicznej. W związku z tym taka chmura pozostanie gatunkiem *humilis* i dlatego właśnie kojarzona jest z dobrą pogodą, gdyż konwekcja nie jest na tyle silna, aby powstały chmury burzowe. Kiedy z kolei konwekcja będzie słaba, lub zabraknie wystarczającej ilości wody, chmura wskutek mieszania z otoczeniem wyparuje. Pojedyncze cumulusy mogą organizować się w większe struktury, jednak mechanizm ten nie został w pełni zrozumiany [16]. Nazwano kilka schematów organizacji, związanych z otwartymi lub zamkniętymi komórkami konwekcyjnymi, lub też z alejami chmur. Wielkoskalowe struktury chmurowe są ważne ze względu na właściwości radiacyjne atmosfery. Część chmur cumulus może wywołać opad. Jednym z wpływów opadu na dynamikę cumulusa jest to, że usunięta woda zmniejsza opór, przez co konwekcja postępuje głębiej.

Istnieją badania próbujące określić poszczególne stadia rozwoju chmury cumulus oraz jej właściwości w oparciu o określone stadium [17]. Pokazały one, iż wraz z przejściem chmury z fazy wzrostu do fazy dyssypacji, zawartość wody chmurowej oraz liczba kropel chmurowych spada. Z kolei w innych badaniach [18] autorzy proponują użycie stosunku zmieszania wody chmurowej jako swoistego "zegara chmurowego" dostarczającego informacji o stadium życia chmury. Metoda ta może niestety być używana tylko dla chmur symulowanych numerycznie, gdzie możliwe jest śledzenie ewolucji tej wielkości w czasie.

1.4. Mieszanie

Jak wcześniej wspomniano, mieszanie powietrza chmurowego z otoczeniem odbywa się głównie przez proces porywania. Autorzy pracy [19] wyróżnili 3 rodzaje mieszania w chmurze cumulus za pomocą śledzenia cząstek powietrza w symulowanej numerycznie chmurze. Są to: mieszanie na samym brzegu chmury, które objawia się krótkotrwałą obecnością masy powietrza w chmurze, mieszanie wewnątrzchmurowe odpowiadające konwekcji, oraz mieszanie odpowiadające wciąganiu.

Powietrze wewnątrzchmurowe (wraz z wciągniętym powietrzem z zewnątrz) ulega mieszaniu turbulencyjnemu, gdzie struktury wirowe ulegają rozciągnięciu, spłaszczeniu i nawarstwianiu, aż do osiągnięcia małych skal, gdzie transport dyfuzyjny skutkuje homogenizacją mieszaniny [20]. Schemat ten został przedstawiony na rysunku 1.4.1. Turbulencja jest ważnym procesem atmosferycznym, odpowiedzialnym za transport wielkości skalarnych takich jak temperatura czy zawartość wody. Efektywność mieszania turbulencyjnego jest większa niż efektywność mieszania wywołanego dyfuzją molekularną [21]. Turbulencja, poprzez oddziaływania nieliniowe wpływa na procesy w przepływie we wszystkich skalach [22].

Rysunek 1.4.1 Schemat procesu wciągania

Ubezwymiarowienie równań Naviera-Stokesa, które opisują przepływy, prowadzi do otrzymania parametru nazywanego liczbą Reynoldsa Re, który jest bezpośrednio powiązany ze zjawiskiem turbulencji:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathcal{U}\mathcal{L}}{\nu}, \tag{4}$$

gdzie $\mathcal{U}$ to prędkość charakterystyczna, $\mathcal{L}$ to długość charakterystyczna, a ν to lepkość kinematyczna (dla powietrza wynosi około $1{,}48 \times 10^{-5}$ m^2/s). Kiedy liczba ta jest mała, mamy do czynienia z przepływem laminarnym, w którym chaotyczność prawie nie występuje, w przeciwnym wypadku, mamy do czynienia z przepływem turbulentnym. Definicja pojęcia "mała" bądź "duża" jest subiektywna i często zależy od analizowanego układu. W atmosferze liczba Reynoldsa wynosi[1] ok. $10^6 - 10^8$ [21], co oznacza, że warstwa graniczna, w której występują chmury cumulus, jest turbulentna.

Turbulencja jest wynikiem pojawienia się niestabilności w przepływie. Zwykle podejście do niestabilności zawiera analizę matematyczną równań odpowiedniego układu fizycznego, pod kątem pewnego parametru, który przy osiągnięciu wartości krytycznej pozwala na pojawienie się niestabilności. Głównymi niestabilnościami pojawiającymi się w przepływie atmosferycznym są niestabilność Kelvina-Helmholtza i niestabilność Rayleigha-Bénarda. Pierwsza z nich związana jest z różnicą prędkości dwóch warstw płynu. Kiedy powietrze w pewnym obszarze wznosi się, istnieje granica między obszarem o większej prędkości pionowej a obszarem o mniejszej prędkości pionowej. Występowanie znacznych różnic prędkości przyczynia się do powstawania niestabilności Kelvina-Helmholtza, których efektem jest załamanie pofalowanego brzegu chmury i w efekcie wciągnięcie powietrza z zewnątrz [23]. Niestabilność Rayleigha-Bénarda związana jest z siłą wyporu i różnicą temperatury między dwoma warstwami płynu i odpowiada za transport pionowy. Oba procesy, czyli ścinanie i siła wyporu, są głównymi mechanizmami generacji turbulencji w chmurach.

Badanie turbulencji w prawdziwych chmurach odbywa się głównie poprzez analizę szeregów czasowych lub przestrzennych otrzymanych za pomocą instrumentów penetrujących chmurę. Wykonywane są również eksperymenty laboratoryjne z wykorzystaniem komór chmurowych, a także analizy symulacje dostarczających informacji na temat pełnych, trójwymiarowych pól wielkości.

Turbulencja wpływa na procesy takie jak wciąganie powietrza, mieszanie, transport i ewolucja rozkładu kropel, jednak ten wpływ nie został w pełni poznany [24]. Na strukturę turbulencji w małych skalach wpływają procesy związane ze zmianą stanu skupienia kropel chmurowych, które wyparowując, zmieniają siłę wyporu działającą w tej części płynu [25]. Ważną cechą turbulencji w chmurach jest jej intermitencja, czyli istnienie obszarów o odmiennych właściwościach, w tym przypadku związanych z porwanym powietrzem. Powoduje to fakt, iż przy wciąganiu

[1] Przy założeniu $\mathcal{U} = 10$ m/s i $\mathcal{L} = 100$ m

powietrza następuje mieszanie dwóch objętości o różnym stanie turbulencji, co dzieje się na brzegu.

1.5. Brzeg

Brzeg chmury jest granicą między powietrzem chmurowym a otoczeniem i określa on interfejs, na którym może dochodzić do interakcji między tymi objętościami. W ramach ewolucji brzeg chmury cumulus staje się bardziej nieregularny [26]. Obserwacje gołym okiem dostarczają informacji na temat brzegu chmury w oparciu o jej kolor, czyli zawartość i wielkość kropelek chmurowych. W ścisłym sensie interfejs ten jest wyznaczany za pomocą zawartości wody chmurowej (LWC, ang. *Liquid Water Content*):

$$\mathrm{LWC} = \frac{m}{V} = \frac{4\pi\rho_w}{3V}\sum_i^n n_i r_i^3, \tag{5}$$

gdzie ρ_w to gęstość wody, m to masa wody w powietrzu o objętości V, n_i to liczba kropel o promieniu r_i obecnych w danej objętości. Niestety tak zdefiniowany klasyfikator nie bierze pod uwagę efektów dynamicznych. W rzeczywistości, rozszerza się pojęcie brzegu chmury w oparciu o dynamikę powietrza otaczającego chmurę.

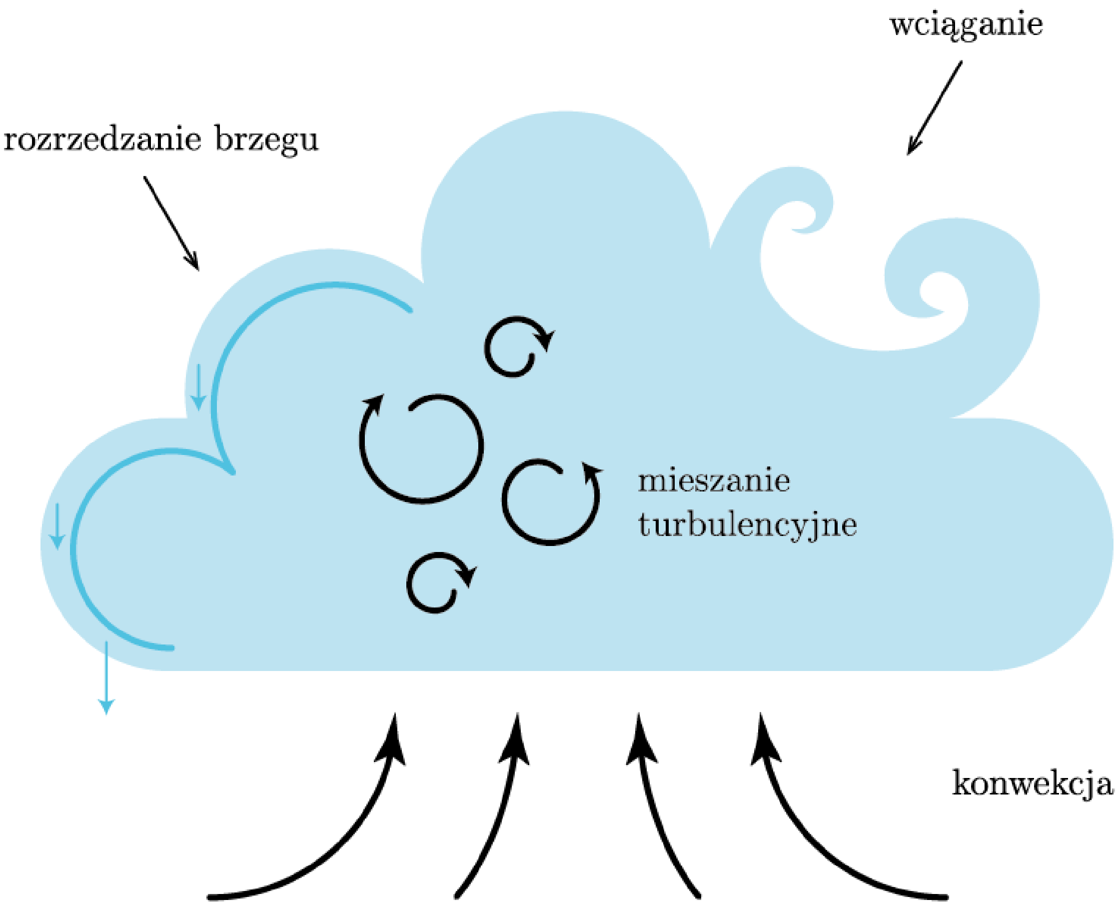
Jak można zauważyć na rysunku 1.5.1, porywanie powietrza powoduje, że interfejs pomiędzy wnętrzem a otoczeniem chmury ma pewnego rodzaju samopodobną naturę wynikającą z ciągłego procesu wciągania. Badania pokazały, że wymiar fraktalny brzegu jest równy ok. 2,55 [27]. Z kolei inne badania skupiły się na relacji między powierzchnią poziomą A a obwodem chmury P: $P \sim \sqrt{A}^D$, gdzie D jest wymiarem fraktalnym obwodu i wynosi ok. 1,35 [28].

Inne badania [29] przeprowadzone na zbiorze ponad 1600 chmur pokazały, że przebieg parametrów takich jak koncentracja kropel chmurowych, temperatura, czy prędkość wiatru jest w miarę stały w sensie statystycznym we wnętrzu chmury, czyli do obszaru obejmującego ok. 80% poziomego rozmiaru chmury. Wraz ze zbliżaniem się do interfejsu zaobserwowano zmianę przebiegu wymienionych wielkości. Koncentracja kropel chmurowych gwałtownie malała o jeden rząd wielkości. Średni rozmiar kropel zmalał trzykrotnie. Przebieg pionowej składowej prędkości wiatru i temperatury zmieniał charakter w zależności od typu chmury. Badania te ukazały również obecność opadającej warstwy powietrza dookoła chmury, a dokładnie pokazały, jak jej istnienie związane jest z ochładzaniem związanym z wyparowywaniem kropel chmurowych we wciągniętym powietrzu. W regionie tych obszarów turbulencja jest zintensyfikowana [30].

Rysunek 1.5.1 Zdjęcie postrzępionej chmury ukazujące jej fraktalną naturę [31].

Autorzy pracy [32] między chmurą a powietrzem zewnętrznym wprowadzili definicję powłoki zewnętrznej i wewnętrznej, w oparciu o znak prędkości pionowej i wartość siły wyporu. W tej pracy mowa jest również o tym, jak stan dynamiki na brzegu może być wskaźnikiem stadium życia chmury. Grubość powłoki zewnętrznej (takiej gdzie wartość siły wyporu jest bliska zeru, ale wartość prędkości pionowej jest mniejsza od zera) jest największa dla rosnących cumulusów. Wraz ze starzeniem się chmury grubość ta obniża się, ustępując skorupie wewnętrznej, scharakteryzowanej przez ujemną wartość prędkości pionowej i ujemną wartość siły wyporu, jednak przy zachowanym rdzeniu chmury o dodatniej wartości prędkości pionowej. Wreszcie zanikające chmury zachowują się jak powietrze w skorupie wewnętrznej.

Schemat wymienionych procesów został przedstawiony na rysunku 1.5.2.



Rysunek 1.5.2 Schemat procesów w chmurze cumulus

1.6. Problematyka pracy

W ogólności badanie turbulencji w chmurach cumulus pozostaje aktywnym obszarem badań, ograniczanym głównie przez ilość i jakość danych. Pierwszym sposobem zbierania danych jest przeprowadzanie eksperymentów pomiarowych. Do najpopularniejszych eksperymentów należy zaliczyć pionierski projekt dotyczących chmur cumulus w regionie pasatów był eksperyment BOMEX (Barbados Oceanographic and Meteorological Experiment) [33] przeprowadzony w 1969 roku. Innym ważnym eksperymentem był RICO (Rain in Shallow Cumulus Over the Ocean) [34] w 2007 roku. W pracy wykorzystano dane z kampanii pomiarowej EUREC^{4}A, przeprowadzonej w roku 2020 [35]. Więcej informacji na jego temat znajduje się w rozdziale 3.

Innym sposobem badania chmur jest ich modelowanie numeryczne. Niestety ze względu na rozmiar oczek siatki w modelach pogodowych i klimatycznych chmury cumulus często wymykają się obliczeniom, mimo iż są bardzo ważnym składnikiem atmosfery [36]. W związku z tym aktywnie szuka się coraz to lepszych parametryzacji i przybliżeń zmniejszających niepewność związaną z ich reprezentacją w modelach.

Tak więc, aby przedstawić procesy drobnoskalowe w modelach, wymagana jest gęsta siatka obliczeniowa sięgająca do najmniejszych skal turbulencji. Jest to możliwe tylko dzięki modelom Direct Numerical Simulation. Są one jednak kosztowne obliczeniowo i nie są w stanie objąć w swojej domenie wystarczająco dużego obszaru, który reprezentowałby sytuację rzeczywistą. Dlatego w praktyce korzysta się z metod przybliżonych, takich jak symulacje wielkich wirów (ang. *Large Eddy Simulation*, LES), które parametryzują procesy drobnoskalowe, przez co ich skomplikowana natura zostaje uproszczona [37]. Rodzi to potencjalne problemy, kiedy to przez oddziaływania nieliniowe większe skale nie oddają pełnej fizyki układu. Niemniej jednak tak przybliżone modele stanowią fundament współczesnych analiz pogodowych i klimatycznych.

Inną kwestią związaną z badaniem chmur, a dotyczącą problemu parametryzacji, jest określenie właściwości w nich panujących za pomocą prostych podziałów. Te metody zwykle obejmują subiektywny wybór parametru, na podstawie którego dokonuje się podziału [38]. W modelach, gdzie dostępne są informacje na temat dwu- lub trójwymiarowych pól wielkości fizycznych, możliwym sposobem podziału jest użycie enstrofii (czyli średniego kwadratu wirowości) [39]. Dla danych samolotowych natomiast możliwości ograniczają się do użycia jednowymiarowych trajektorii. Takie podziały mogą obejmować wcześniej wspomniane kryterium na podstawie pionowej prędkości wiatru czy siły wyporu.

Podsumowując, mamy do czynienia z sytuacją, w której w turbulentnej warstwie granicznej, gdzie turbulencja istnieje w różnych stadiach rozwoju, występują prądy wstępujące transportujące wilgotne powietrze w wyższe warstwy atmosfery, które może stać się chmurą. Chmura ta w trakcie powstawania i ewolucji wciąga powietrze z zewnątrz i miesza się z nim w sposób turbulentny, a wewnątrzchmurowe, niezmieszane z zewnętrznym powietrze, również jest turbulentne.

Zagadnieniami badawczymi pracy jest określenie właściwości tych **turbulencji** i dynamiki chmur cumulus w jej wnętrzu i na brzegach oraz w powietrzu ją otaczającym. Dodatkowo podjęta zostanie próba oszacowania, czy założenia teorii Kołmogorowa zakładające wyidealizowany przypadek turbulencji są spełnione w przepływach atmosferycznych. Jeśli nie są, to czym objawia się odejście od założeń? Na koniec przetestowana zostanie metoda analizy ilościowej rekurencji celem podziału otrzymanych wyników ze względu na właściwości przepływu.

2. Metody analizy danych

W tym rozdziale przytoczone zostaną elementy teorii wybranych metod analizy danych zbieranych z pokładu samolotu, w kontekście problematyki doktoratu. Omówione zostaną dwa główne nurty – jeden związany z analizą turbulencji, drugi związany z analizą nieliniowych układów dynamicznych.

Źródła informacji na temat pomiarów samolotowych pochodzą głównie z książki *Airborne Measurements for Environmental Research. Methods and Instruments* [40]. Informacje na temat podstaw analizy turbulencji pochodzą z książki *Turbulent Flows* [41], informacje na temat podstaw teorii chaosu z książki *Chaos deterministyczny* [42], a informacje na temat analizy ilościowej rekurencji z artykułu przeglądowego *Recurrence plots for the analysis of complex systems* [43].

Analiza danych atmosferycznych obejmuje szeroki wachlarz metod, stosowanych w zależności od typu danych. Dane obejmujące rozkłady przestrzenne wielkości takich jak temperatura, prędkość wiatru czy zawartość wody w dwóch lub trzech wymiarach dostępne są tylko w przypadku symulacji numerycznych. Metody doświadczalne posiadają ograniczenia i najczęściej dostarczają informacji na temat jednowymiarowej trajektorii czujników przez atmosferę. Natomiast dane satelitarne przedstawiają rzut, bez informacji na temat zmienności w pionie oraz zmienności w czasie o zadowalającej częstotliwości.

Do najpopularniejszych metod pomiarów atmosferycznych *in situ* stosowanych w większych eksperymentach przeprowadzanych w ostatnich dekadach zaliczamy pomiary za pomocą samolotów [34], platform pomiarowych [44], balonów czy latawców z zainstalowanymi czujnikami [35]. Trajektoria, wzdłuż której poruszają się przyrządy, składa się z odcinków o stałej lub zmiennej wysokości. Z tego powodu jeden lot samolotu może zawierać zarówno profile pionowe, jak i poziome, proste odcinki. Tak zebrane profile mają często stosunkowo dużą zmienność horyzontalną. Pomiaru profili pionowych zlokalizowanych na mniejszym obszarze dokonuje się za pomocą sond wypuszczanych z poziomu gruntu lub statku, bądź też zrzucanych z pokładu samolotu [45]. Warto również zwrócić uwagę na zyskujące coraz większą popularność systemy lidarowe, które mogą być jednocześnie czujnikiem zainstalowanym na pokładzie platformy, jak i osobną metodą pomiaru zdalnego i stacjonarnego [46].

W niniejszej pracy główny nacisk położony zostanie na pomiary wykonywane za pomocą samolotu. Największe zalety takich pomiarów obejmują dużą swobodę w wyborze trajektorii, wysoką manewrowość, rodzaj i typ zbieranych danych i stosunkowo długie czasy pomiaru. Rodzaje czujników instalowanych na pokładzie samolotu dopełniają pomiary naziemne, zdalne i satelitarne. W tym przypadku sprzęty pomiarowe umieszczone są na dziobie, pod skrzydłami lub pod spodem pojazdu. Inną ważną kwestią jest odległość instrumentów pomiarowych od siebie, gdzie w przypadku sprzętów na dziobie w zależności od częstotliwości próbkowania możemy założyć, że mierzą one właściwości tej samej objętości powietrza. Natomiast urządzenia umieszczone pod skrzydłami dają nam informacje o objętości powietrza mierzonej przez przyrządy na dziobie z pewnym opóźnieniem. Jak już wcześniej wspomniano, wynikiem pomiarów dokonywanych przez samolot są szeregi czasowe reprezentujące jednowymiarową trajektorię czujników przez chmurę. Dokonywany jest pomiar zmiennych takich jak:

1. Dane GPS czyli długość i szerokość geograficzna oraz wysokość nad poziomem morza.

2. Temperatura.

3. Ciśnienie.

4. Prędkość wiatru w trzech kierunkach.

5. Wilgotność.

6. Widmo rozkładu kropel chmurowych.

Wymienione zmienne zaliczane są do kluczowych [40], niemniej jednak nie są one jedynymi wielkościami, których pomiaru się dokonuje. Mimo iż trajektoria jest jednowymiarowa, może ona dostarczyć wiele informacji na temat procesów zachodzących w chmurze. Przez wzgląd na charakterystykę pomiarów, które obejmowały pojedynczą penetrację chmury na jednym poziomie, informacja na temat rozkładu kropel chmurowych będzie wykorzystywana tylko do obliczenia zawartości ciekłej wody.

Temat pomiarów samolotowych oraz danych zbieranych na jego pokładzie zostanie rozszerzony w rozdziale 3, na przykładzie danych używanych w analizach umieszczonych w pracy doktorskiej. Przytoczone tutaj informacje stanowią motywacje dla zaprezentowanych metod analizy danych. Mając informację o zmienności wielkości w trzech wymiarach w wysokiej częstotliwości mielibyśmy potencjalnie nieograniczone możliwości analizy danych. W rzeczywistości jednak dysponujemy jedynie jednowymiarowymi trajektoriami próbkującymi trójwymiarowe pole turbulencji.

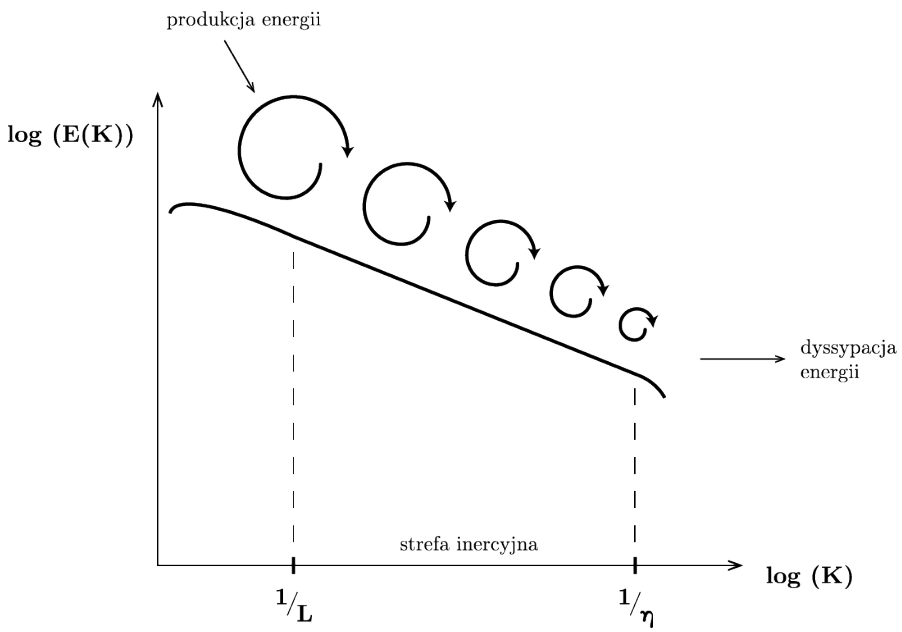
Metody dotyczące określania właściwości turbulencji w przepływie atmosferycznym są opisane w sekcji 2.1, natomiast w sekcji 2.2 opisane są metody nieliniowe, a konkretnie dotyczące studiowania rekurencji.

2.1. Turbulencja

Turbulencja jest zjawiskiem nieodłącznie towarzyszącym przepływom, objawiająca się nieprzewidywalnością, dużą zmiennością w czasie i przestrzeni wszystkich zmiennych ją opisujących. Trudność w opisie turbulencji związana jest z problemem niedomkniętego układu równań dla statystyk opisujących przepływ, oraz nieliniowości tych równań. Niemniej jednak na podstawie obserwacji przypisano turbulencji kilka cech, w tym:

1. Wirowość – przepływy turbulentne posiadają niezerową wirowość $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$.
2. Dyssypatywność – energia przepływu występuje w różnych skalach, a jej dyssypacja odbywa się na poziomie molekularnym.

Te dwie cechy posłużyły do powstania szeroko stosowanego obrazu *kaskady energii*, wprowadzonego przez Lewisa Richardsona w 1922 roku. W tym obrazie, statystyczny opis turbulencji opiera się na występowaniu struktur wirowych (ang. *eddies*), gdzie najwięcej energii zlokalizowane jest w dużych strukturach, które przekazują energię strukturom mniejszym, aż do skal, w których energia kinetyczna zamieniana jest w energię wewnętrzną. Poglądowy schemat kaskady energii został przedstawiony na rysunku 2.1.1. Przy tak przyjętym obrazie głównymi parametrami charakteryzującymi struktury wirowe w turbulencji są charakterystyczny rozmiar wiru l_w, związana z nim prędkość u_w oraz skala czasowa $\tau_w = l_w/u_w$. Energia przekazywana jest w sposób kaskadowy, to jest większe struktury przekazują energię mniejszym. Zgodnie z zachowaniem momentu pędu, podczas przepływu wiry ulegają rozciągnięciu, co wpływa na ich rozpad.



Rysunek 2.1.1 Schemat kaskady energii w przepływie turbulentnym

Głównymi parametrami charakteryzującymi kaskadę energii są skale długości: integralna i lepka, oraz tempo transferu energii między skalami. Integralna skala całkowa jest to wielkość mówiąca o rozmiarze największych struktur turbulentnych w przepływie. Lepka skala długości, zwana również mikroskalą Kołmogorowa, to długość, w której siły lepkie dominują i gdzie dochodzi do dyssypacji energii.

Za najważniejszą i najpowszechniej używaną teorię dotyczącą turbulencji należy uznać teorię Kołmogorowa z 1941 roku [47]. Opisuje ona najprostszy przypadek – kiedy turbulencja jest jednorodna i izotropowa, czyli kiedy statystycznie jej właściwości są niezmiennicze ze względu na translacje i obroty w przestrzeni. Teoria ta zakłada również, iż statystyki przepływu dla odpowiednio wysokich wartości liczb Reynoldsa, między skalą integralną a mikroskalą Kołmogorowa (czyli w tzw. skali inercyjnej), mają postać określoną wyłącznie przez tempo transferu energii między skalami. Przy założeniu równowagi energia dostarczana przez większe struktury jest w przybliżeniu równa energii zabieranej przez dyssypację lepką.

W opisie turbulencji stosuje się tzw. dekompozycję Reynoldsa, czyli przedstawienie prędkości jako sumy wartości średniej niezależnej od czasu i wartości fluktuującej. Fluktuacja prędkości zdefiniowana jest jako:

$$u_i' = u_i - \frac{1}{\tau_d}\int_{\tau-\tau_d/2}^{\tau+\tau_d/2} u_i \mathrm{d}t = u_i - \bar{u}_i, \quad i = 1,2,3, \tag{6}$$

gdzie τ_d jest okresem uśredniania. Analiza ilościowa turbulencji zaczyna się od traktowania prędkości $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ jako pola stochastycznego[2]. Otwiera to szeroki wachlarz możliwości, jakimi są metody używane w analizie procesów stochastycznych. Jednym z jej fundamentalnych pojęć jest pojęcie funkcji autokorelacji $\mathcal{R}_{ij}$:

$$\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{x},t) = \langle u_i(\mathbf{x},t)u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r},t)\rangle, \tag{7}$$

gdzie nawiasy oznaczają średnią po zespole statystycznym. Pojęcie to pozwala na zdefiniowanie integralnych skal długości. Należy wspomnieć, że funkcja autokorelacji zależy zarówno od składowych prędkości ich zmienności w przestrzeni oraz kierunku $\mathbf{r}$, w którym obliczamy korelację. Tym sposobem możemy zdefiniować np. integralną skalę długości pierwszej składowej prędkości liczoną dla korelacji wzdłuż pierwszej osi układu współrzędnych (wzdłuż kierunku wektora $\mathbf{r}$):

$$L_{11} = \frac{1}{\mathcal{R}_{11}(0,\mathbf{x},t)}\int_0^\infty \mathcal{R}_{11}(\mathbf{e}_1 r,\mathbf{x},t)\mathrm{d}r. \tag{8}$$

Integralna skala długości wyrażana jest w metrach i jest kojarzona z charakterystycznym rozmiarem największych struktur w przepływie turbulentnym. Skala lepka określa charakterystyczny rozmiar najmniejszych struktur w przepływie turbulentnym i jest opisywana wzorem:

$$\eta_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}, \tag{9}$$

gdzie ν to lepkość dynamiczna, a ε to tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, zdefiniowane przez $\varepsilon = \langle 2\nu s_{ij}s_{ij}\rangle$, a s_{ij} to fluktuacyjna część tensora tempa odkształceń:

$$s_{ij} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\Big). \tag{10}$$

[2]źródło losowości w tym wypadku zakorzenione jest w niekompletnej wiedzy o warunkach początkowych, aniżeli w strukturze równań

Określenie tempa dyssypacji energii kinetycznej w przepływie jest więc wymagane aby określić prędkość transferu energii przez skale oraz szerokość strefy inercyjnej. Kolejną z podstawowych wielkości używanych w analizie przepływu turbulentnego jest spektrum energii $E(\kappa)$:

$$k_{\kappa_a,\kappa_b} = \int_{\kappa_a}^{\kappa_b} E(\kappa)\mathrm{d}\kappa, \tag{11}$$

gdzie k_{κ_a,κ_b} jest energią zawartą w przedziale (κ_a,κ_b), a κ to liczba falowa odpowiadająca danej wielkości, tj. $\kappa_a = 2\pi/a$. Spektrum energii jest funkcją mówiącą o tym, w jaki sposób energia rozprowadzona jest między skalami. Otrzymuje się je poprzez scałkowanie transformaty Fouriera funkcji autokorelacji, a jej wyprowadzenie dostępne jest w przytoczonej literaturze. Zgodnie z założeniami hipotezy Kołmogorowa w skali inercyjnej spektrum energii skaluje się jak:

$$E(\kappa) = C\varepsilon^{2/3}\kappa^{-5/3}, \tag{12}$$

gdzie C to pewna stała uniwersalna, wyznaczana doświadczalnie.

Innym narzędziem, z którego korzysta się w analizach szeregów czasowych prędkości, jest funkcja struktury. Jest ona oparta na różnicach prędkości w dwóch różnych punktach oddalonych od siebie o $\mathbf{r}$:

$$\delta\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}+\mathbf{r}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}), \tag{13}$$

$$D_n(\mathbf{r}) = \langle\delta\mathbf{u}(\mathbf{r})\rangle^n. \tag{14}$$

Zgodnie z hipotezą Kołmogorowa, za pomocą analizy wymiarowej otrzymujemy związek:

$$D_n = C_n(\varepsilon r)^{n/3}. \tag{15}$$

W tej pracy będziemy posługiwać się funkcją struktury *drugiego rzędu*, czyli $n = 2$. W ogólności funkcja struktury może być obliczana dla różnych kierunków prędkości, jednak przez dobór układu współrzędnych w taki sposób, aby osie odpowiadały prędkościom wzdłużnej i poprzecznej, oraz prędkości pionowej, składowe mieszane będą równe zero, tj:

$$D_{11} = D_{LL} = C_2(\varepsilon r)^{2/3}, \tag{16}$$

$$D_{22} = D_{33} = D_{NN} = \frac{4}{3}C_2(\varepsilon r)^{2/3}, \tag{17}$$

$$D_{ij} = 0, \quad \text{dla} \quad i \neq j, \tag{18}$$

gdzie $D_{11} = D_{LL}$ to funkcja struktury drugiego rzędu liczona dla kierunku wzdłużnego, a $D_{22} = D_{33} = D_{NN}$ to funkcje struktury drugiego rzędu liczone dla kierunków poprzecznych. Prędkość wzdłużna określana jest wzdłuż kierunku wektora $\mathbf{r}$.

Z definicji zawartej w równaniu 15 można wywnioskować, że funkcja struktury trzeciego rzędu jest lepszą kandydatką do wyznaczania tempa dyssypacji ze względu na całkowitą potęgę ε i znaną wartość współczynnika C_n. Niestety trzecia potęga powoduje, iż funkcja struktury jest słabiej zbieżna i potrzeba dużej ilości danych, aby niepewność wyznaczenia ε była zadowalająco mała [48].

W praktyce pomiar prędkości dokonywany jest ze skończoną częstotliwością. Oznacza to, że wyznaczenie parametru ε czy L za pomocą definicji jest często niemożliwe. Zamiast tego trzeba korzystać z metod pośrednich. W pracy do wyznaczania tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε wykorzystano zarówno prawo skalowania spektrum energii, jak i funkcji struktury drugiego rzędu w przedziale inercyjnym. Praktyczne wymiary tego procesu zostaną omówione w rozdziale 4.

Badanie zjawisk pogodowych i klimatycznych w dużej mierze jest opisem cienkiej warstwy płynu na obracającej się sferze. W tym opisie należy oczywiście uwzględnić topografię, wpływy słońca, wielofazowość przepływu, procesy chemiczne i inne zjawiska. Dają one przyczynki do dynamiki przepływu w różnych skalach zarówno czasowych, jak i przestrzennych, oraz w różnych kierunkach. Turbulencja w przepływie zawierającym wiele zjawisk fizycznych, z reguły nie musi być ani w równowadze, ani homogeniczna ani izotropowa.

2.1.1. Anizotropia

Matematyczna definicja izotropii zakłada niezmienniczość pewnego obiektu matematycznego ze względu na translacje i obroty w przestrzeni. Pojęcie izotropii jest związane z pojęciem jednorodności. Jak już wcześniej wspomniano, izotropowa turbulencja, to taka, w której statystycznie jej właściwości są takie same we wszystkich kierunkach. Założenie o izotropowej turbulencji jest wygodne, gdyż znacznie upraszcza rozważania teoretyczne. Wymagane jest ono do wyprowadzenia np. prawa "-4/5" [49].

Stan izotropii w małych skalach jest przez układ stanem preferowanym. Jest to związane z oddziaływaniem ciśnienia z tensorem naprężeń [50], oraz z zachowaniem drugiej zasady termodynamiki [51]. W związku z tym, w małych skalach, oraz po wystarczająco długim czasie można spodziewać się, iż turbulencja osiągnie stan izotropii. Istnieją modele dotyczące tego zjawiska, zwane modelami "powrotu do izotropii".

Źródło anizotropii w przepływach związane jest z występowaniem efektów, które powodują, że układ nie jest niezmienniczy ze względu na obroty i translacje. Przykładem takiego efektu dla przepływów atmosferycznych w dużych skalach jest występowanie siły Coriolisa związanej z ruchem obrotowym Ziemi. Dla przepływów w mniejszych skalach efekt ten może być pominięty, niemniej jednak w przypadku chmur efekty związane z siłą wyporu, pionowymi gradientami prędkości poziomej odpowiadającymi za ścinanie mogą być źródłami anizotropii [52].

W dynamicznie ewoluującym układzie, jakim jest atmosfera badanie powrotu do izotropii w małych skalach jest ważne ze względu na teorię Kołmogorowa, jednak należy spodziewać się występowania anizotropii w średnich skalach, tj. większych od skali Kołmogorowa, a mniejszych od skali integralnej. Przez to założenie o lokalnej izotropii w turbulencji może zostać podane w wątpliwość, kiedy to dostępna informacja na temat przepływu nie obejmuje najmniejszych skal.

Badanie anizotropii w turbulencji zostało zapoczątkowane przez Batchelora od rozważania najprostszego przypadku, czyli turbulencji osiowosymetrycznej [53], a badania te kontynuował Chandrasekar [54]. Inne historyczne podejścia obejmują studiowanie wspomnianego wcześniej przejścia do izotropii. Jednym z osiągnięć w tym polu w ostatnich latach było rozważanie funkcji struktury drugiego rzędu w bazie harmonik sferycznych celem oddzielenia izotropii od anizotropowej poprawki

[55]. Wspomniane metody mają swoje ograniczenia, które powodują, że nie mogą być stosowane w analizach szeregów czasowych reprezentujących jednowymiarowe trajektorie zbierane z pokładu samolotu.

W tej pracy badanie anizotropii turbulencji opierać się o będzie o dwie metody. Pierwsza z nich obejmuje badanie współczynników związanych z wariancją prędkości bądź dyssypacją, zdefiniowanych jako:

$$A_u = \sqrt{\frac{2\overline{w'^2}}{\overline{u'^2} + \overline{v'^2}}}, \tag{19}$$

$$A_\varepsilon = \frac{2\varepsilon_w}{\varepsilon_u + \varepsilon_v} \tag{20}$$

gdzie linie poziome oznaczają średnią. Wartość współczynnika bliska 1 oznacza równy udział kierunków poziomych i pionowego, czyli izotropię bądź stan bliski izotropii. Wartość mniejsza od 1 oznacza dominację kierunku pionowego w turbulencji, a większa od 1 – kierunku poziomego. Metoda ta może być wsparta analizą jakościową i ilościową spektrów energii poszczególnych składowych wektora prędkości. Oferuje to wgląd w anizotropię w poszczególnych skalach przepływu.

Druga z metod obejmuje badanie właściwości anizotropowego tensora Reynoldsa a_{ij} [56], zdefiniowanego jako:

$$a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3}, \tag{21}$$

gdzie k to energia kinetyczna turbulencji, a δ_{ij} to delta Kroneckera. Poprzez diagonalizację macierzy a_{ij} otrzymujemy bazę i zestaw wartości własnych $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. Możemy wtedy zdefiniować 3 niezmienniki tensora a_{ij}:

$$I = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \tag{22}$$

$$II = \frac{-a_{ij}a_{ji}}{2} = \lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2 \tag{23}$$

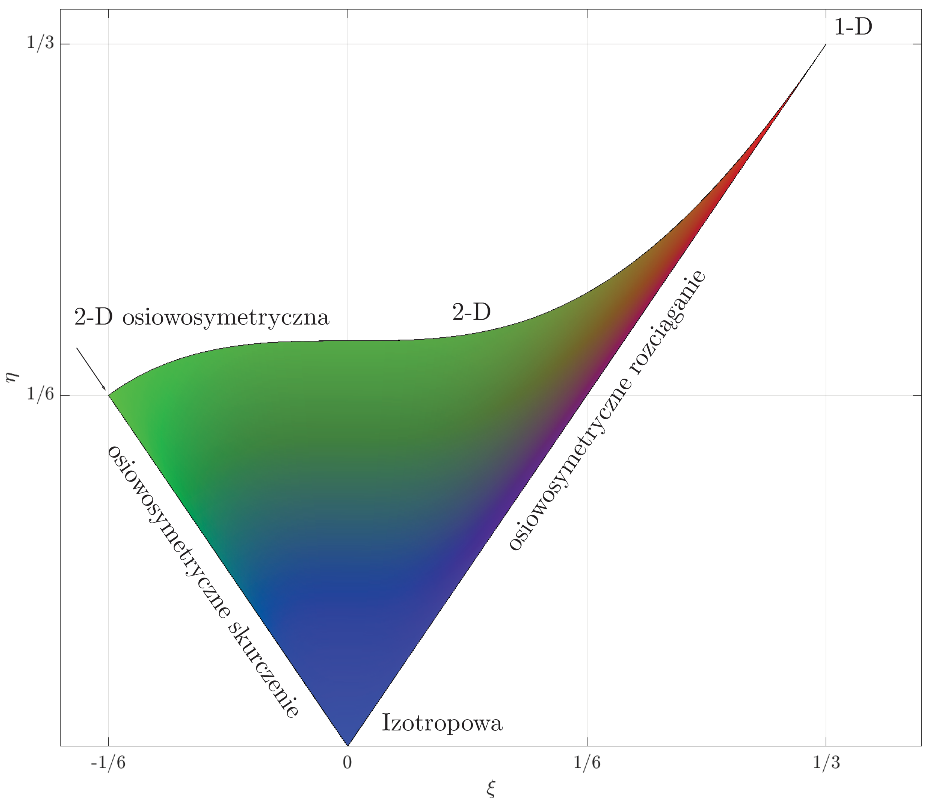
$$III = \frac{a_{ij}a_{jk}a_{ki}}{3} = -\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2) \tag{24}$$

Z konstrukcji tensora a_{ij} wynika, że żadna z jego wartości własnych nie może być mniejsza niż $-1/3$ i większa niż $2/3$. Z tego powodu wartości te ograniczone są do pewnego obszaru na dwuwymiarowym wykresie. Wykres ten znany jest pod nazwą mapy anizotropii turbulencji. Istnieje wariant mapy anizotropii turbulencji powstały w wyniku transformacji:

$$\xi^3 = \frac{III}{2} \tag{25}$$

$$\eta^2 = \frac{II}{3} \tag{26}$$

nazywany trójkątem turbulencji, ukazany na rysunku 2.1.2. Jego zaletą jest to, że obszar związany z powrotem do izotropii zajmuje więcej miejsca na rysunku, przez co wgląd w ten efekt jest ułatwiony.



Rysunek 2.1.2 Trójkąt turbulencji

Na rysunku wyróżnione są 3 punkty:

1. Punkt (0,0) reprezentujący turbulencję izotropową.
2. Punkt $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ reprezentujący turbulencję z przewagą jednej współrzędnej.
3. Punkt $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3})$ reprezentujący osiowosymetryczną turbulencję z przewagą dwóch współrzędnych.

A także 3 linie łączące te punkty reprezentują stany utożsamiane z:

1. Linia łącząca punkt 1 i 2 – osiowosymetrycznym rozszerzeniem.
2. Linia łącząca punkt 3 i 1 – osiowosymetrycznym skurczeniem.
3. Linia łącząca punkt 2 i 3 – turbulencją z przewagą dwóch współrzędnych.

Poprzez turbulencję izotropową rozumiemy stan, w którym trzy składowe prędkości mają podobne własności statystyczne. Turbulencja z przewagą jednej lub dwóch współrzędnych rozumiana jest jako turbulencja, w której jeden z kierunków dominuje lub jest zdominowany przez pozostałe dwa. Z kolei turbulencja osiowosymetryczna to taka, w której właściwości statystyczne turbulencji mają symetrię osiową. Potwierdzenie istnienia takiej turbulencji można znaleźć w pewnych eksperymentach laboratoryjnych [57]. Kolor wewnątrz figury określony jest przez trzy liczby z zakresu [0,1], związane z wartościami własnymi w następujący sposób [58]:

$$C_{a1} = \lambda_1 - \lambda_2 \tag{27}$$
$$C_{a2} = 2(\lambda_2 - \lambda_3) \tag{28}$$
$$C_{a3} = 3\lambda_3 + 1. \tag{29}$$

Liczby te są określone jednoznacznie i tworzą trójkę RGB [59] zgodnie ze wzorem:

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = C_{a1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_{a2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + C_{a3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Dzięki temu każdy punkt na figurze (określający stan turbulencji) posiada unikalny kolor. Metoda ta posiada jedną znaczącą wadę – poprzez diagonalizację macierzy tracona jest informacja na temat udziału poszczególnych kierunków. Z pomocą przychodzi analiza ilościowa współczynników zawartych w równaniach (19) i (20). Obie metody mogą być z powodzeniem stosowane w analizach szeregów czasowych pochodzących z pokładu samolotu.

W przeciwieństwie do metod wyznaczania ε czy L metody używane do badań anizotropii nie korzystają z żadnych założeń. W tym miejscu warto wspomnieć o badaniach niehomogeniczności. Zjawisko niehomogeniczności jest związane z przestrzenną zmiennością statystyk. Będzie ono częściowo analizowane za pomocą analizy rekurencji w rozdziale 2.2. Jak już wcześniej wspomniano, anizotropia w średnich skalach w przepływie atmosferycznym jest wynikiem występowania efektów fizycznych, których natura jest niestacjonarna, dynamiczna. W związku z tym pojęcie występowania anizotropii jest związane z efektami nierównowagowymi.

2.1.2. Nierównowaga

Konsekwencją zaproponowanego obrazu kaskady turbulencji jest to, że tempo transferu energii w przedziale inercyjnym jest stałe. Energia dostarczana przez większe struktury o rozmiarze L przekazywana jest coraz mniejszym skalom, aż w końcu zostaje zdyssypowana przez lepkość.

Badanie przepływu właściwości turbulencji opiera się o badanie zależności na podstawie liczby Reynoldsa charakteryzującej przepływy turbulentne zdefiniowanej jako:

$$\mathrm{Re}_\lambda = \frac{\lambda \sigma_{u'}}{\nu}, \tag{31}$$

gdzie:

$$\lambda = \sqrt{\frac{15\nu\sigma_{u'}^2}{\varepsilon}}, \tag{32}$$

nazywana jest mikroskalą Taylora [60], większą od skali Kołmogorowa, a $\sigma_{u'}^2$ jest odchyleniem standardowym fluktuacji. Jest to skala długości charakteryzująca przepływ turbulentny. Tak zdefiniowana mikroskala Taylora korzysta z założenia o izotropii. Jest ona użyteczna w momencie, gdy trudno wykazać jedną, stałą wartość charakterystycznej długości. Stałość przepływu energii objawia się tym, że jest on zdeterminowany tylko przez wpływ większych skal. Można dzięki argumentom wymiarowym zdefiniować tempo transferu energii na podstawie charakterystycznej prędkości – przyjętej jako odchylenie standardowe składowej prędkości, oraz charakterystycznej skali – przyjętej jako integralna skala długości:

$$\varepsilon = C_{\varepsilon} \frac{u'^{3/2}}{L}, \tag{33}$$

gdzie w tym obrazie C_{ε} jest stałą. Powyższe równanie można przekształcić do następującej postaci:

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{C_{\varepsilon}}{15} \mathrm{Re}_{\lambda}. \tag{34}$$

Równanie (34) opisuje zależność rozmiaru strefy inercyjnej danej przez stosunek skal do lokalnej liczby Reynoldsa. Zgodnie z eksperymentami laboratoryjnymi [61] prawdziwość powyższych stwierdzeń została podważona i poddana głębszej analizie.

Pojęcie równowagi w turbulencji jest pojęciem analogicznym do równowagi termodynamicznej. W momencie gdy zadziała pewien czynnik zewnętrzny, układ zostaje wyprowadzony z dotychczasowego stanu i próbuje osiągnąć nowy stan równowagi. Przykładem takiego czynnika w turbulencji generowanej w warunkach laboratoryjnych, w tunelach aerodynamicznych, mogą być zmieniające kształt kraty, przez którą przeprowadzane jest powietrze.

W teoretycznych rozważaniach [62] pokazano, iż w zależności od tego, czy turbulencja się rozwija czy zanika, wartość C_{ϵ} zmieniała się. W przypadku turbulencji poddanej zmiennym czynnikom zewnętrznym wpływającym na jej stan spektrum energii może zostać rozdzielone na spektrum równowagowe i poprawkę nierównowagową [62]:

$$E(\kappa,t) = \overline{E}(\kappa,t) + \widetilde{E}(\kappa,t), \tag{35}$$

gdzie $\overline{E}(\kappa,t) \gg \widetilde{E}(\kappa,t)$. Składnik $\overline{E}(\kappa,t)$ odpowiadający składowej równowagowej podlega skalowaniu zgodnie z teorią Kołmogorowa daną przez równanie (12), przy zauważeniu, że tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji może zmieniać się w czasie. Składnik $\widetilde{E}(\kappa,t)$ ma natomiast postać [62]:

$$\widetilde{E}(\kappa,t) = \frac{2C_K^2}{3} \frac{\dot{\varepsilon(t)}}{\varepsilon(t)^{2/3}} \kappa^{-7/3}, \tag{36}$$

gdzie C_K jest stałą Kołmogorowa równą ok. 1,5. Charakterystyczne wielkości związane z kaskadą energii mogą zostać przedstawione jako suma składników równowagowych i nierównowagowych:

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon} + \widetilde{\varepsilon}, \quad k = \overline{k} + \widetilde{k}, \quad L = \overline{L} + \widetilde{L}, \quad C_\varepsilon = \overline{C_\varepsilon} + \widetilde{C_\varepsilon}, \tag{37}$$

prowadzi to do następujących związków:

$$\frac{\widetilde{k}}{\overline{k}} = \frac{C_K}{3}\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}\frac{1}{\varepsilon^{1/3}\kappa_L^{2/3}} \tag{38}$$

$$\frac{\widetilde{\varepsilon}}{\overline{\varepsilon}} \ll \frac{\widetilde{k}}{\overline{k}}. \tag{39}$$

Wielkość $\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}$ jest dodatnia dla turbulencji rozwijającej się i ujemna dla turbulencji zanikającej. Dalszym efektem rozważań w referencji [62] jest następująca zależność:

$$\frac{C_\varepsilon}{\overline{C_\varepsilon}} \approx \left(\frac{\mathrm{Re}_{\lambda 0}}{\mathrm{Re}_\lambda}\right)^{15/14}, \tag{40}$$

gdzie $\mathrm{Re}_{\lambda 0}$ jest równowagową lokalną liczbą Reynoldsa. Wtedy:

$$\frac{L}{\lambda} \approx \frac{\overline{C_\varepsilon}}{15}\mathrm{Re}_{\lambda 0}^{15/14}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}_\lambda}\right)^{1/14}. \tag{41}$$

Wykładnik $1/14$ jest na tyle mały, że można przyjąć, iż stosunek integralnej skali długości do mikroskali Taylora jest w przybliżeniu stały. Jest to wynik różniący się od tego otrzymywanego w przypadku turbulencji równowagowej. Wyniki otrzymane w toku rozważań są zgodne z rozważaniami innych autorów [63].

Poprawka nierównowagowa do spektrum energii skaluje się jak $\kappa^{-7/3}$, jednak jej wartość jest mniejsza niż członu równowagowego, w związku z czym może być trudna do wykrycia. W przypadku pomiarów samolotowych wyznaczenie $\dot{\epsilon}$ jest zwykle trudne bądź niemożliwe. W związku z powyższym analiza zmienności C_ε może dostarczyć informacji na temat stanu turbulencji, a dokładnie tego, czy rozwija się, jest w równowadze bądź zanika. Warto zauważyć, że stany równowagowe mogą się od siebie różnić, jednak są charakteryzowane przez stałość C_ε.

Turbulencja jest aktywnym tematem badań od ponad stu lat, jednak nierozwiązanym. Nie istnieje jedna teoria opisu turbulencji, w której obecna jest zarówno niestacjonarność, anizotropia czy niehomogeniczność. W związku z tym na obecną chwilę, aby analizować jeden aspekt odejścia przepływu od teorii Kołmogorowa, należy korzystać z pewnych założeń. W przypadku wyznaczania odejścia od równowagi założeniem tym jest założenie o izotropii. Należy również pamiętać, iż badania laboratoryjne, w przeciwieństwie do badań atmosferycznych, mają zaletę reprodukowalności. W związku z tym przejście od rozważań teoretycznych na grunt badań laboratoryjnych jest zgoła inne niż przejście od rozważań teoretycznych na grunt badań środowiskowych.

2.2. Nieliniowość

Motywacja opisanych wcześniej metod analizy danych była zakorzeniona w fizyce układu, a same metody były umotywowane rozważaniami jakościowymi i ilościowymi. Istnieje inna klasa metod używanych w analizie szeregów czasowych, jednak jej motywacja opiera się na pojęciu *układów dynamicznych*. Układy takie, opisywane są najczęściej równaniami różniczkowymi, które jednoznacznie określają trajektorię punktu w przestrzeni fazowej na podstawie warunków początkowych.

W przypadku przepływów atmosferycznych mamy do czynienia z wieloma zjawiskami fizycznymi. Równania Naviera-Stokesa są równaniami różniczkowymi opisującymi zmienność prędkości wiatru, w zależności od sytuacji możliwe jest podanie równania stanu i równań opisujących inne efekty. W atmosferze takimi efektami mogą być np.: promieniowanie, wpływ reakcji chemicznych, przemiany fazowe, kinetyka. W przypadku przepływu w atmosferze łączna liczba równań jest większa niż 3, a równania są nieliniowe, więc można spodziewać się, iż układy te będą chaotyczne [42]. Co więcej, pojęcia chaosu i turbulencji są ze sobą bardzo silnie powiązane, jednak gdy w metodach badania turbulencji traktowano prędkość przepływu jako zmienną losową lub też pole stochastyczne, to w teorii chaosu bada się układy na podstawie ich trajektorii w przestrzeni fazowej. Badania chaosu deterministycznego zwykle polegają na badaniu układów o stosunkowo niskiej liczbie stopni swobody, turbulencja zaś posiada wiele stopni swobody [64]. Jedną z pierwszych i kluczowych prac wiążących problem turbulencji w ujęciu teorii chaosu jest praca Ruelle'a i Takensa [65]. Badania chaosu w systemach opierają się w głównej mierze na analizowaniu pewnych cech i zjawisk w układzie, między innymi:

1. Stabilności układu.
2. Występowania bifurkacji.
3. Obecności rekurencji.

W kontekście przepływów atmosferycznych każda z tych cech jest na swój sposób ważna. Koncepcja stabilności dotyczy np. kwestii stabilności hydrostatycznej atmosfery, kiedy to cząstka powietrza pod wpływem pionowego wychylenia z położenia równowagi może odczuwać siłę wyporu wyprowadzającą ją z położenia, lub też siłę ciężkości sprowadzającą ją z powrotem do położenia równowagi.

Bifurkacja z kolei to zmiana właściwości jakościowych układu przy zmianie parametrów. Jedną z wczesnych koncepcji powstawania turbulencji była teoria Landaua-Hopfa, zakładająca, że turbulencja powstaje wskutek nieskończonej serii bifurkacji, wprowadzającej nowe mody fourierowskie do spektrum energii, prowadząc do samopodobnej kaskady Richardsona-Kołmogorowa. Bifurkacje miałyby powstawać przy zwiększającej się liczbie Reynoldsa w przepływie. Wcześniej wspomniana praca Ruelle'a i Takensa, opublikowana ponad 20 lat po pracy Landaua, pokazuje, że przejście do turbulencji odbywa się po trzech bifurkacjach.

Pojęcie rekurencji z kolei zostało po raz pierwszy wprowadzone przez francuskiego matematyka Henriego Poincaré w 1890 roku [66]. Rekurencja jest to właściwość systemów dynamicznych, według której system może osiągnąć stan będący nieskończenie blisko wybranego stanu początkowego, w sensie pozycji w przestrzeni fazowej. Cecha ta jest widoczna np. w układzie Lorenza [67] opisującym uproszczony model konwekcji atmosferycznej, zdefiniowanym przez następujące równania:

$$\frac{\mathrm{d}x_L}{\mathrm{d}t} = \sigma_L(y_L - x_L), \tag{42}$$

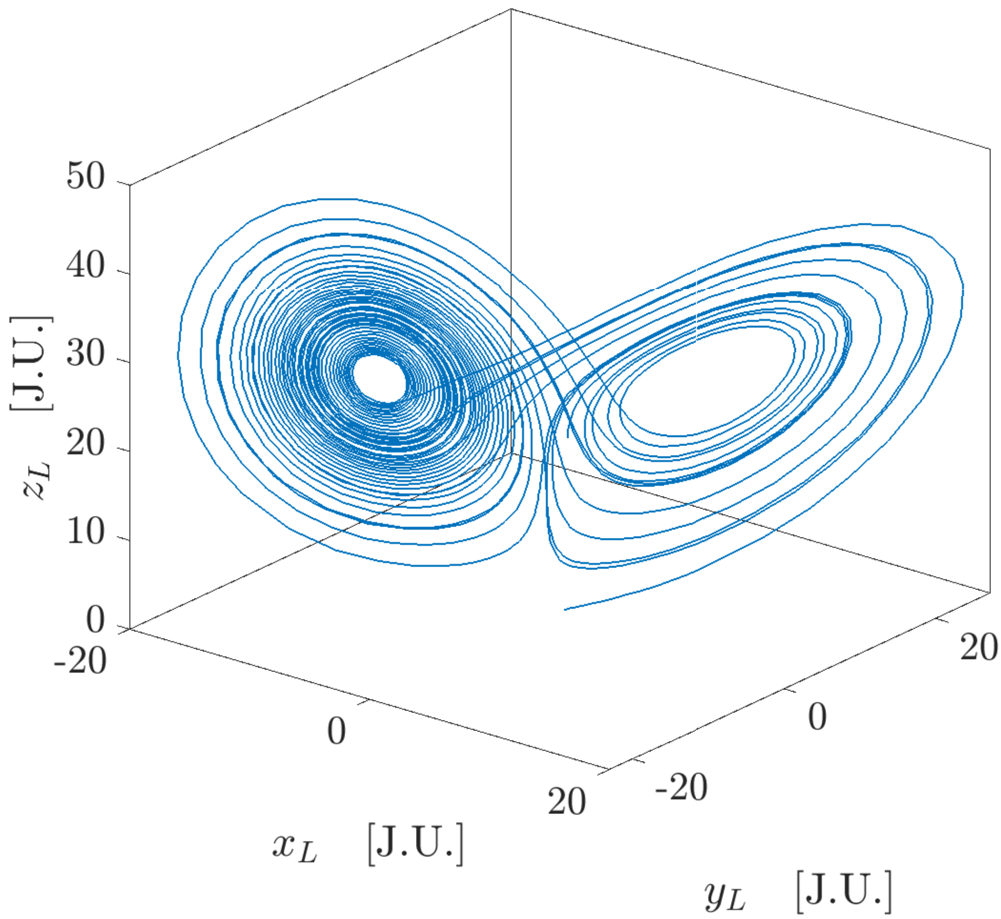
$$\frac{\mathrm{d}y_L}{\mathrm{d}t} = x_L(\rho_L - z_L) - y_L, \tag{43}$$

$$\frac{\mathrm{d}z_L}{\mathrm{d}t} = x_L y_L - \beta_L z_L, \tag{44}$$

gdzie, x_L jest proporcjonalny do tempa konwekcji, a y_L i z_L to zmiana temperatury odpowiednio w poziomie i w pionie. Stała σ_L jest odpowiednikiem liczby Prandtla związanej z dyfuzją termiczną i z lepkością, stała ρ_L jest odpowiednikiem liczby Rayleigha związanej ze stałymi czasowymi odnośnie dyfuzji i adwekcjci, a stała β_L związana jest z rozmiarem domeny. Rozwiązanie powyższego układu równań dla parametrów: $\rho_L = 28$, $\sigma_L = 10$ i $\beta_L = \frac{8}{3}$ daje tzw. atraktor Lorenza. Atraktor jest to stan, do którego dąży układ. Najprostszymi przykładami atraktorów w przestrzeni fazowej są punkt odpowiadający stanowi stacjonarnemu lub krzywa zamknięta odpowiadająca ruchowi okresowemu.

Rozwiązanie numeryczne dla powyższych wartości parametrów $\rho_L, \sigma_L, \beta_L$, w czasie $t = [40, 80]$ [J.U.] dla warunków początkowych $[x_L(1), y_L(1), z_L(1)] = [1, 1, 1]$ [J.U.], przedstawione jest na rysunku 2.2.1.

Część trajektorii stanowi ruch wokół dwóch punktów, jednak nie jest to ruch po krzywych zamkniętych. Trajektoria przebiega przez obszary bardzo do siebie zbliżone, co nazywane jest rekurencją. Przestrzeń fazowa jest zdefiniowana przez parametry, które nie są intuicyjne, jednak zauważenie faktu występowania rekurencji daje informacje o tym, że układ powraca do podobnych stanów.



Rysunek 2.2.1 Trajektoria układu Lorenza w przestrzeni fazowej

Układ Lorenza reprezentuje uproszczony model procesu konwekcji w atmosferze. Jego wrażliwość na parametry początkowe prowadzi do stwierdzenia, iż atmosfera, pogoda i klimat są chaotyczne. W przypadku tej pracy przykład układu Lorenza przytoczony został celem ilustracji zjawiska rekurencji, które można również badać ilościowo, a w kontekście przepływu i turbulencji w chmurach nie było dotąd stosowane.

Jednym ze sposobów analizy zachowań rekurencyjnych jest metoda macierzy rekurencji (ang. *recurrence matrix*). Jest to metoda po raz pierwszy opublikowana w 1987 roku przez Eckmanna [68], gdzie została zaproponowana jako metoda badania wzajemnej odległości punktów na trajektorii układu dynamicznego w przestrzeni fazowej. Znalazła zastosowanie dzięki możliwości wizualizowania zachowań rekurencyjnych w przestrzeniach fazowych o wymiarze większym niż 3, które są trudne bądź niemożliwe do graficznego przedstawienia.

Gdy odległość punktów na trajektorii w przestrzeni fazowej jest dostatecznie mała, może to oznaczać, że punkty leżą na tej samej orbicie i są po prostu punktami sąsiadującymi w sensie czasu, bądź też leżą na różnych odcinkach (orbitach) trajektorii, lecz te odcinki są położone dostatecznie blisko siebie.

Dla wektora $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_i, ...x_N)$ w przestrzeni fazowej, gdzie indeks i numeruje kolejne punkty na trajektorii, można skonstruować macierz odległości:

$$D^r_{ij} = |x_i - x_j|, \tag{45}$$

gdzie $|\cdot|$ oznacza normę[3]. Powstała macierz jest kwadratowa i symetryczna.

Próg, dla którego decyduje się, że odległość jest dostatecznie mała nazywamy, *progiem rekurencji* i oznaczamy jako ϵ. Wtedy konstruujemy macierz rekurencji zgodnie ze wzorem:

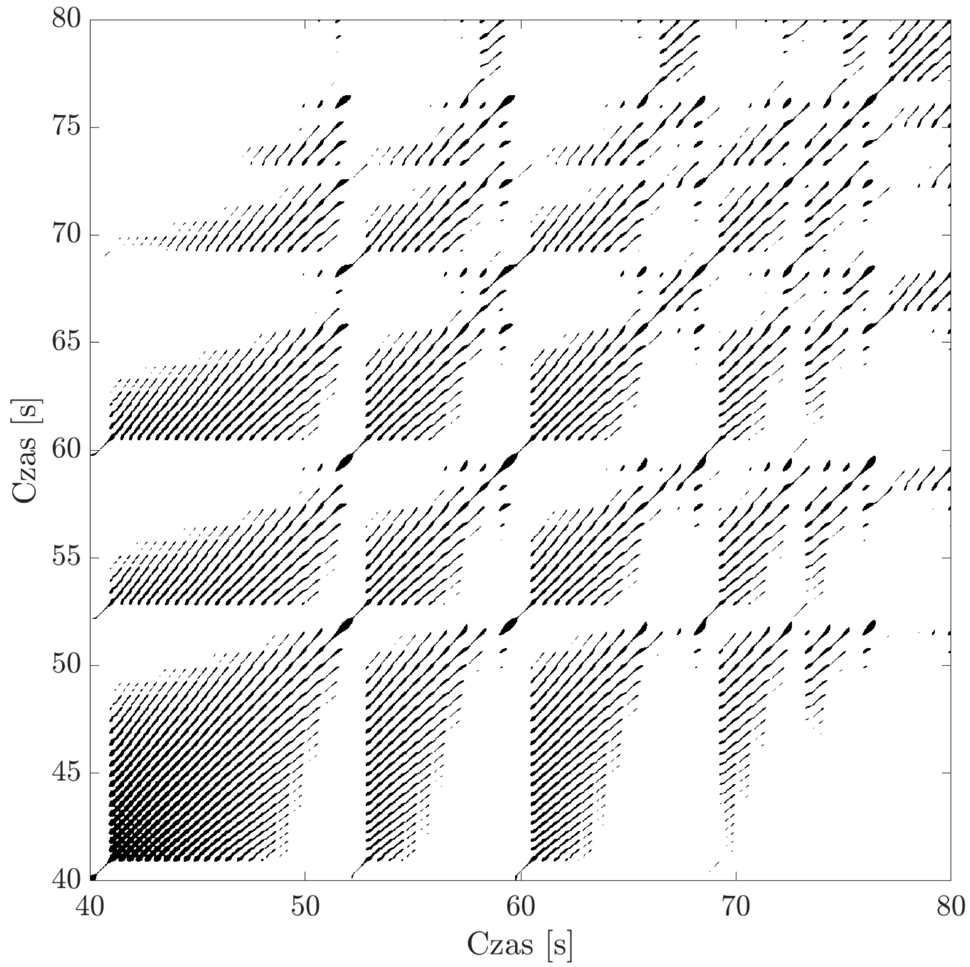
$$R_{ij} = \Theta(D^r_{ij} - \epsilon), \tag{46}$$

gdzie Θ oznacza funkcję Heavyside'a. Macierz zachowuje symetryczność. Gdy odległość punktu $\vec{x_i}$ od punktu $\vec{x_j}$ jest mniejsza niż ϵ, to macierz przyjmuje we współrzędnych (i,j) wartość 1, jeśli większa, przyjmuje wartość 0. Warto zauważyć, iż na diagonali macierzy rekurencji zawsze znajdują się jedności, gdyż różnica pozycji wektora w tych samych chwilach czasowych w przestrzeni fazowej jest równa zero. W pracy będą analizowane systemy, w których punkty na trajektorii są równo oddalone w czasie.

Parametr ϵ można interpretować jako promień hipersfery dookoła danego punktu. Punkty leżące w takiej hipersferze nazywamy punktami rekurencyjnymi. W ogólności, próg rekurencji nie musi być taki sam dla wszystkich punktów. Istnieje podejście, w którym próg ustalany jest na podstawie stałej liczby najbliższych sąsiadów. Wyboru ϵ można dokonać na kilka sposobów, jednak w tej pracy ϵ będzie równy około 10% maksymalnej średnicy przestrzeni fazowej, chyba że wskazano inaczej.

[3] W pracy używana będzie norma Euklidesowa, chyba że zaznaczono inaczej.

W celu zwizualizowania macierzy rekurencji, należy wykonać wykres, na którym jedynki w macierzy przedstawia się czarnymi punktami, a zera białymi, natomiast na osiach X i Y widnieje czas. Powstały rysunek nazywa się *wykresem rekurencji* (ang. *recurrence plot*, RP). Przykładowy wykres rekurencji dla układu Lorenza przedstawiono na rysunku 2.2.2.



Rysunek 2.2.2 Macierz rekurencji dla atraktora Lorenza z rysunku 2.2.1

Jak można zauważyć, na rysunku widnieją skośne linie o zmiennej długości i grubości. Odpowiadają one rekurencjom układu. Dodatkowo widać wyraźne białe odcięcia linii, wskazujące na zmianę punktu, wokół którego orbituje trajektoria.

Czarna linia $x = y$ wskazuje na odległość punktu od siebie samego.

Analiza jakościowa struktur występujących na wykresie rekurencji może pomóc w poznaniu dynamiki systemu. O ile w przypadku systemów o wymiarze 3 lub mniej możliwe jest wykonanie wykresu trajektorii w przestrzeni fazowej, o tyle dla systemów o wyższych wymiarach wykres rekurencji może być wyjątkowo użytecznym narzędziem, dzięki któremu wielowymiarowa zależność sprowadzana jest do analizy dwuwymiarowego rysunku. W ogólności, na wykresie rekurencji obecne mogą być struktury takie jak linie diagonalne, linie pionowe, pasy bieli, zamknięte pętle i pojedyncze, osamotnione punkty. Każda z tych struktur ma swoje odzwierciedlenie w tym, jak system zachowuje się w przestrzeni fazowej. Jako linię na wykresie rekurencji definiujemy co najmniej dwa czarne punkty znajdujące się w sąsiedztwie na jednej linii skośnej lub diagonalnej. Linie na wykresie rekurencji mogą być różnych długości, a struktury różnych wielkości. Interpretacje niektórych, wybranych struktur są następujące:

1. Pojedyncze osamotnione punkty – reprezentują szum w układzie lub rzadkie stany.

2. Linie pionowe – oznaczają, że układ znajduje się w pewnym obszarze przestrzeni fazowej przez dłuższy czas.

3. Linie diagonalne – w układzie występują rekurencje i oscylacje.

4. Zamknięte pętle – w układzie występują oscylacje.

5. Białe linie – w układzie nastąpiła nagła zmiana stanu i przejście do innego obszaru przestrzeni fazowej.

Jak wcześniej wspomniano, punkty leżące blisko siebie zarówno w czasie, jak i przestrzeni mogą być wychwytywane w macierzy jako rekurencje. Objawia się to obecnością wartości 1 w pobliżu diagonali - a na wykresie rekurencji jako pogrubienie diagonali. Należy również wspomnieć o tym, iż kiedy w układzie występuje trend, będzie się on objawiał zmienną gęstością punktów w miarę oddalania się w kierunku normalnym do diagonali.

Aby charakteryzować struktury w sposób ilościowy, stosuje się się tzw. *ilościową analizę rekurencji* (IAR, ang. *recurrence quantificaiton analysis*, RQA). Jej najważniejszym elementem jest wiedza o histogramie długości linii danego rodzaju.

Pierwszą wielkością jest *wskaźnik rekurencji* (ang. *recurrence rate*, RR). Jest to stosunek liczby czarnych punktów w wykresie rekurencji do wszystkich punktów i wyraża się wzorem:

$$RR = \frac{\sum_{i,j}^{N} R_{i,j}}{N^2}, \tag{47}$$

jest on miarą gęstości punktów rekurencyjnych na wykresie. Następną wielkością jest *determinizm* (ang. *determinism*, DET) i jest on zdefiniowany jako stosunek liczby punktów stanowiących linie o długości co najmniej l_{min} do wszystkich punktów w wykresie i wyraża się wzorem:

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{N} l \cdot P(l)}{\sum_{l=1}^{N} lP(l)}, \tag{48}$$

gdzie $P(l)$ jest histogramem linii diagonalnych, a l długością linii. Analogicznie definiuje się *laminarność* (ang. *laminarity*, LAM):

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{min}}^{N} v \cdot P(v)}{\sum_{i,j}^{N} R_{i,j}}, \tag{49}$$

gdzie $P(v)$ jest histogramem linii diagonalnych, a v długością linii. Im więcej punktów jest częścią zorganizowanych struktur w postaci linii, tym większa wartość parametru. Współczynnik LAM i jego zmiana, związane są z przejściami fazowymi w układzie [69].

W powyższych definicjach pojawił się parametr l_{min} (i analogicznie v_{min}). Jest on związany z ruchem stycznym w trajektorii i jego odpowiedni wybór usuwa analizę tego ruchu, niebędącego rekurencją.

Posiadając informację o rozkładzie linii skośnych lub pionowych, możliwe jest obliczenie ich średniej długości:

$$LL = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{N} l \cdot P(l)}{\sum_{l=1}^{N} P(l)}, \quad TT = \frac{\sum_{v=v_{min}}^{N} v \cdot P(v)}{\sum_{v=1}^{N} P(v)}. \tag{50}$$

LL jest interpretowana jako średni czas w którym dwa segmenty trajektorii przebywają blisko siebie. TT (ang. *trapping time*) oznacza średni czas przebywania trajektorii w jednym miejscu.

Jeszcze jedną wielkością stosowaną szerzej w literaturze jest $RATIO$, zdefiniowane jako stosunek DET do RR:

$$RATIO = N^2 \frac{\sum_{l=l_{min}}^{N} lP(l)}{(\sum_{l=1}^{N} lP(l))^2}. \tag{51}$$

Gdy liczba czarnych punktów jest stała, ale reorganizują się one w linie diagonalne, bądź linie diagonalne rozpadają się na pojedyńcze punkty, wartość $RATIO$ wzrasta bądź maleje.

Aby wyrobić intuicję czytelnika, w Tabeli 1 zamieszczono wartości wielkości zdefiniowanych powyżej dla wybranych systemów:

Tabela 1 Wartości zmiennych IAR dla różnych układów

Zmienna IAR	Liczby losowe	Układ Lorenza	Ruch periodyczny	Ruch Browna
l_{min}, v_{min}	2	10	52	20
RR	0,191	0,079	0,110	0,217
DET	0,346	0,894	0,398	0,581
LAM	0,362	0,403	0	0,702
LL	2,23	30,53	186,54	37,07
TT	2,30	12,30	0	41,54
$RATIO$	1,81	11,21	3,66	2,68

Należy zwrócić uwagę na zdecydowanie różne wartości współczynników DET i LAM w przypadku układu Lorenza i ruchu periodycznego, wskazujące na to, iż mamy do czynienia z rekurencjami. W przypadku zbioru liczb losowych, wartości te są do siebie zbliżone. Obecność struktur ukazuje się również w różnych wartościach LL i TT i ich odbieganiu od wartości l_{min} i v_{min}. Z kolei ruch Browna jest przykładem układu, w którym częściej występują stany laminarne niż rekurencje.

Istnieją również inne wielkości, które mogą dostarczyć więcej informacji na temat struktur, jednak wykraczają one poza tematykę pracy. Szerszy opis metody znajduje się we wcześniej cytowanym artykule [43].

W opisanej metodzie analizowany jest jeden wycinek czasu i otrzymuje się jeden wykres rekurencji wraz z zestawem wielkości otrzymanych przez wykonanie analizy ilościowej rekurencji. Jeśli natomiast domena czasowa jest wystarczająco duża, otrzymana macierz może osiągnąć rozmiary, które uniemożliwią jej konstrukcję ze względu na ograniczenia sprzętowe. W analizach systemów przez tak długi czas pomocną może się okazać modyfikacja metody, w której to macierz konstruowana jest dla wycinka trajektorii i przeprowadzana jest analiza jakościowa rekurencji. Następnie wybiera się nowy, późniejszy punkt na trajektorii i powtarza się procedurę. Tym sposobem otrzymuje się zależność czasową parametrów otrzymanych przez analizę jakościową rekurencji. W tej wersji metody, nazywanej czasowo zależną analizą ilościową rekurencji (ang. *time-dependent RQA*) traci się informację na temat oddziaływania między odległymi od siebie segmentami trajektorii kosztem dokładniejszej analizy zmian zachodzących w bliskim sąsiedztwie. Jest ona użyteczna dla badań przemian fazowych w układzie zmieniającym się w czasie.

Istnieją modyfikacje metody IAR polegające na zmianie definicji macierzy rekurencji danej przez równanie (46). Pierwszy typ modyfikacji odnosi się do wartości ϵ, na przykład poprzez zdefiniowanie górnej i dolnej granicy. Drugi typ modyfikacji polega na porównywaniu rekurencji dwóch różnych wektorów. Metody te jednak nie będą używane w pracy.

Metody macierzy rekurencji i IAR znalazły zastosowanie w badaniach wielu układów z wielu dziedzin, poczynając od fizjologii [69], lub innych, takich jak nauka o zdrowiu, matematyka, inżynieria, biochemia czy nauki społeczne [70]. Dla zainteresowanych podany zostaje odnośnik do strony internetowej zawierającej listę wszystkich publikacji korzystających z metody macierzy rekurencji lub IAR [71]. Metody te nie zostały jak dotąd zastosowane w badaniach chmur i turbulencji atmosferycznej.

3. Dane

Rozdział ten zawiera informacje na temat zebranych danych, używanych w dalszej części pracy. Omawia on sposób ich zebrania, strukturę, sytuację meteorologiczną panującą podczas pomiarów oraz napotkane problemy.

W poprzednim rozdziale omówiono metody analizy danych pod kątem mieszania turbulencyjnego w chmurach, wraz z innymi metodami. Aby uzyskać informacje na temat dynamiki przepływu w mniejszych skalach, korzystając z danych doświadczalnych, należy przede wszystkim dokonywać pomiarów z odpowiednio wysoką częstotliwością próbkowania f_s. Gdy $f_s = 1$ Hz, wówczas dla prędkości samolotu ok. 60 m/s pomiary zbierane są co ok. 60 m, co dla przelotu przez chmurę o wielkości np. 300 m daje ok. 5–6 punktów pomiarowych. Jest to liczba niewystarczająca do wyciągnięcia jakichkolwiek wniosków na temat struktur turbulentnych. Z tego powodu odpowiedni zestaw danych winien posiadać szeregi czasowe zbierane z jak największą częstotliwością, przy jednocześnie możliwie niskiej prędkości obiektu pomiarowego.

Motywuje to przeprowadzanie eksperymentów, w których częstotliwość pomiarów jest wysoka, a samolot lub inny obiekt pomiarowy wykonuje wiele penetracji chmur. Między innymi przez to zdecydowano się przeprowadzić kampanię pomiarową ElUcidating the RolE of Cloud—Circulation Coupling in ClimAte (EUREC^{4}A) w okolicach wyspy Barbados [35].

3.1. Cele i motywacja

Przeprowadzenie kampanii pomiarowej EUREC^{4}A początkowo było umotywowane badaniem sprzężeń zwrotnych związanych z chmurami oraz zebraniem danych będących wzorcem dla modeli pogodowych i klimatycznych nowych generacji.

Wybór miejsca umotywowany był faktem, iż wyspa ta jest położona w strefie klimatu subtropikalnego podrównikowego, w strefie pasatów. Atmosfera dookoła Barbadosu obfituje w chmury za sprawą położenia we wcześniej wspomnianej intertropikalnej strefie konwergencji. Na wyspie znajduje się laboratorium związane z obserwacją chmur (Barbados Cloud Observatory), w którym w ostatnich latach udoskonalano sposoby przeprowadzania pomiarów atmosferycznych [72].

Pierwotnie w ramach kampanii zakładano użycie samolotu *High Altitude and*

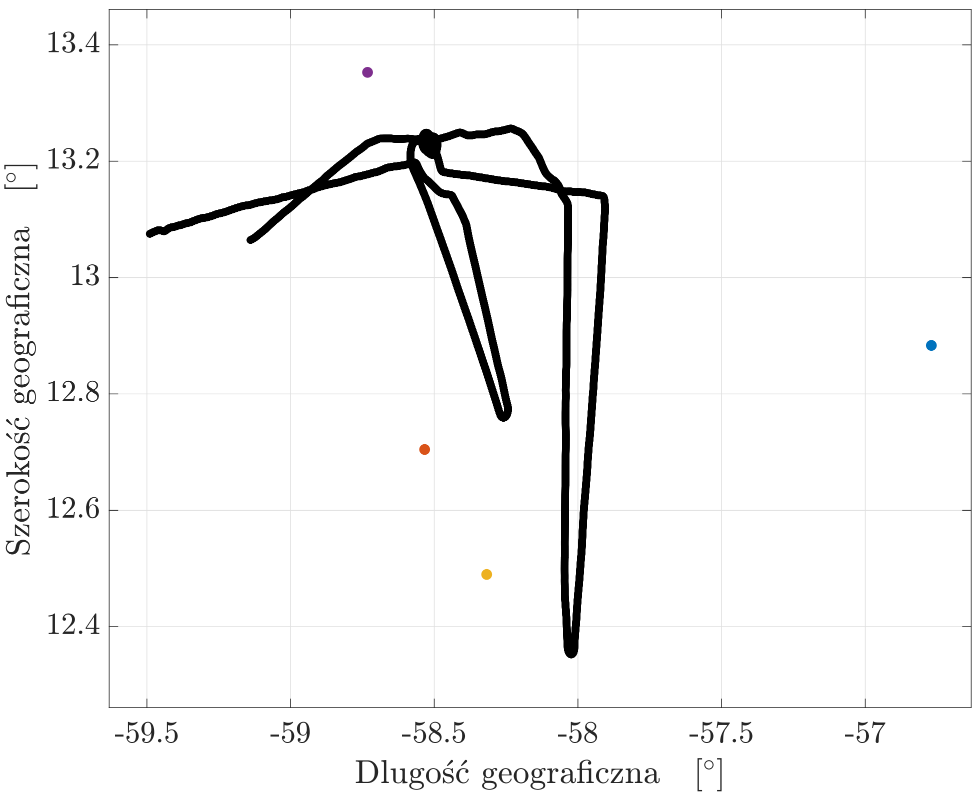
Long Range Research Aircraft (HALO), którego zadaniem było przeprowadzenie pomiarów na wysokości około 10 km [45]. Samolot ten dokonywał pomiarów zdalnych oraz poprzez zrzucanie sond. Dodatkowo pomiary uzupełniał samolot *SAFIRE ATR42 research aircraft* (ATR) wykonujący pomiary na kilku poziomach, w zdecydowanej większości w pierwszym kilometrze atmosfery [73], oraz statek pływający R/V Meteor dokonujący dodatkowych pomiarów.

Rysunek 3.1.1 Zdjęcie samolotu pomiarowego Twin-Otter podczas kampanii EUREC^{4}A

W trakcie formowania zadań badawczych stwierdzono, iż wcześniej postawione pytania motywują postawienie kolejnych. W ten sposób cel projektu rozszerzył się o próbę oszacowania wpływu czynników mikro i makro na powstawanie deszczu, oszacowanie czynników wpływających na bilans energii, pędu i masy w podchmurnej warstwie granicznej oraz inne zadania związane z badaniem dynamiki górnej warstwy oceanu. W projekcie zaangażowanych było setki naukowców z całego świata. Pomiary wykonywane były również na kilku dodatkowych statkach pomiarowych (zarówno powietrznych, jak i wodnych). Między innymi był to samolot

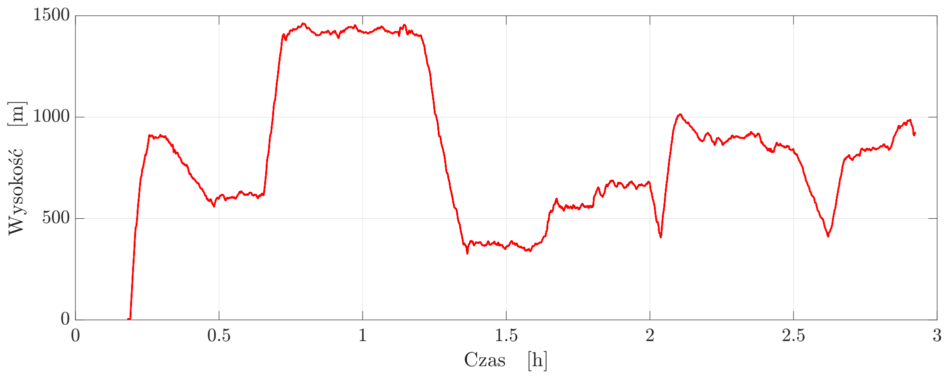
Twin-Otter należący do British Antarctic Survey (BAS). Jego zdjęcie przedstawione jest na rysunku 3.1.1. Kampania została przeprowadzona w styczniu i lutym 2020 roku. W pracy doktorskiej wykorzystywano dane zebrane na pokładzie tego samolotu, a także z profili zmierzonych przez samolot HALO.

Twin-Otter wykonywał loty na różnych wysokościach, priorytetyzując penetracje chmur w obszarze długodystansowych lotów ATR. Z tego powodu trudno zdefiniować reprezentatywną trajektorię. Trajektorie wszystkich lotów zawierały się w obszarze ograniczonym okręgiem, po którym latał samolot HALO. Przykładowa trajektoria samolotu Twin-Otter przedstawiona została na rysunku 3.1.2.



Rysunek 3.1.2 Przykładowa trajektoria samolotu TO podczas kampanii EUREC^{4}A. Kolorowymi punktami zaznaczono lokalizacje sond

Trajektoria składa się zarówno z odcinków prostych, jak i z odcinków, w których samolot krążył wokół jednego miejsca. Na tę samą trajektorię można spojrzeć z perspektywy zmiany wysokości samolotu w czasie, taki wykres przedstawiony jest na rysunku 3.1.3.



Rysunek 3.1.3 Wykres wysokości samolotu nad poziomem lotniska w czasie

Przebieg ten zawiera odcinki, w czasie których samolot znajdował się na stałej wysokości. Takie odcinki wybierane są do dalszej analizy.

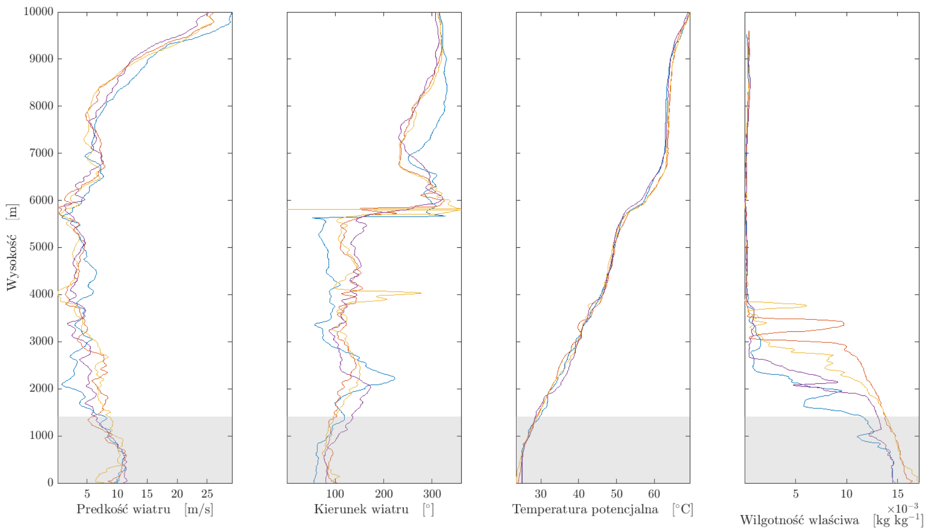
3.2. Sytuacja meteorologiczna

Znajomość sytuacji meteorologicznej, a więc stanu atmosfery w skali większej niż skala pojedyńczych chmur, jest ważna pod kątem ogólnych warunków, w jakich dokonywany jest pomiar. Środowisko oceaniczne w obrębie wyspy Barbados jest dobrym laboratorium, gdyż pogoda jest tam stosunkowo stabilna. Objawia się to dużą i konsekwentną pokrywą chmurową, oraz małymi różnicami temperatur między dniem i nocą. Warstwa podchmurna jest dobrze wymieszana wskutek konwekcji wywołanej znacznymi strumieniami ciepła, a warstwa chmurowa jest stabilna.

Informacja o strukturze pionowej atmosfery, czyli w szczególności informacja o zmienności temperatury i prędkości wiatru z wysokością można w przypadku kampanii EUREC^{4}A otrzymać na dwa sposoby. Pierwszym ze sposobów jest informacja pochodząca bezpośrednio z lotów, jednak jest ona ograniczona maksymalną wysokością, na którą wzniósł się samolot, i pochodzi ona z obszaru lotu. Drugim sposobem są dane pochodzące z sond zrzucanych przez samolot HALO w okręgu dookoła obszaru badawczego. Dane z tych sond są dostępne publicznie oraz opisane w zacytowanej publikacji [45]. Instrumenty te były zrzucane co mniej więcej

5 minut, przez co dostępna jest informacja na temat pionowej struktury atmosfery w czasie na tym obszarze [45].

Profile prędkości, kierunku wiatru, temperatury i wilgotności dla czterech punktów zaznaczonych na rysunku 3.1.2, zaprezentowane są na rysunku 3.2.1.

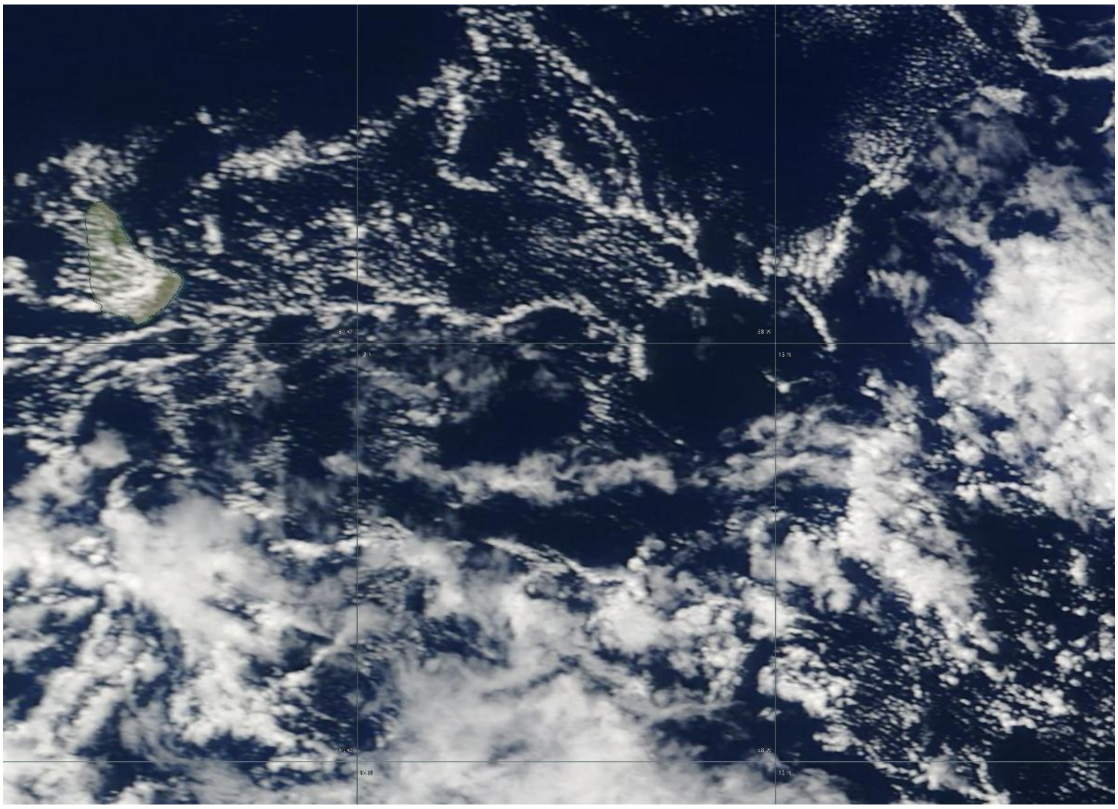


Rysunek 3.2.1 Profile wielkości zmierzonych przez sondy. Od lewej do prawej: prędkość pozioma wiatru, kierunek wiatru, temperatura, wilgotność względna. Szarym prostokątem zaznaczono obszar lotu.

Na rysunku przedstawiono 4 profile pochodzące z zakresu czasowego lotu. Sondy, spadając, dryfowały, a mediana ich dryfu dla całego eksperymentu wynosiła 2,5 km. Można założyć, iż reprezentują informację pochodzącą z obszaru o niewielkiej rozpiętości poziomej.

Profile na trzech pierwszych panelach nie różnią się znacząco pod względem jakościowym między punktami. Jest to widoczne zwłaszcza na rysunku przedstawiającym profil temperatury. Z kolei profil wilgotności różni się między punktami. Oczywiście rysunek przedstawia przykładowe profile z jednego lotu, a w praktyce sytuacja z dnia na dzień mogła być zmienna. Niemniej jednak warunki, przynajmniej pod kątem temperatury były podobne podczas trwania całego eksperymentu [45]. Z kolei pokrywa chmurowa, rodzaj chmur, prędkość wiatru zmieniały się z dnia na dzień.

Inną informacją, jaką można uzyskać z zewnętrznych źródeł, są zdjęcia satelitarne. W tym przypadku zdecydowano się na skorzystanie ze zdjęć z platformy *Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer* (MODIS) [74]. Jest to instrument zainstalowany na pokładzie satelity Terra [75]. Dziennie wykonuje ona ok. 14 obrotów wokół Ziemi. Tym sposobem mniej więcej codziennie satelita dokonuje skanu znacznej części powierzchni naszej planety. Dzięki temu możliwe jest odzyskanie archiwalnych zdjęć z czasu trwania eksperymentu, przedstawiających pokrywę chmurową w okolicach Barbadosu. Fragment takiego zdjęcia przedstawiony jest na rysunku 3.2.2:



Rysunek 3.2.2 Fragment zdjęcia satelitarnego nad wyspą Barbados z dnia 23 stycznia 2020 roku. Zdjęcie pozyskane za pomocą platformy Worldview [76]

Ze względu na fakt, iż satelita przechodzi przez równik w okolicach 10.30 czasu lokalnego, a Barbados położony jest stosunkowo blisko równika, można sądzić, iż zdjęcie przedstawia sytuację podobną do tej panującej w trakcie przelotu. Struktury obecne na zdjęciu odpowiadają chmurom cumulus. W praktyce korzystanie ze zdjęć satelitarnych ma tylko charakter jakościowy, gdyż loty nie zawsze pokrywały się z przelotem satelity. Niemniej jednak zdjęcie zostało przedstawione celem dopełnienia ogólnej sytuacji meteorologicznej. Najważniejszym komponentem danych są te zbierane przez instrumenty zainstalowane na pokładzie samolotu.

3.3. Instrumenty

Do analizy wybrano dane z samolotu Twin-Otter, ponieważ dokonywał on pomiarów z częstotliwością 50 Hz. Powoduje to, że dane zebrane z jego pokładu są dobrym kandydatem do badania właściwości turbulencji w chmurach. Z drugiej zaś strony na samolocie został zainstalowany czujnik temperatury: *Ultra Fast Thermometer* (UFT) [77], stanowiący wkład grupy badawczej z Instytutu Geofizyki Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego w kampanię EUREC^{4}A.

Na pokładzie Twin-Ottera zainstalowane były również inne urządzenia, dokonujące pomiaru wielkości będących przedmiotem zainteresowania pod kątem turbulencji w chmurach. Zbiór tych urządzeń został przedstawiony w tabeli 2, a pełna instrumentacja opisana jest w broszurze [78].

Tabela 2 Wybrane instrumenty pomiarowe na pokładzie samolotów

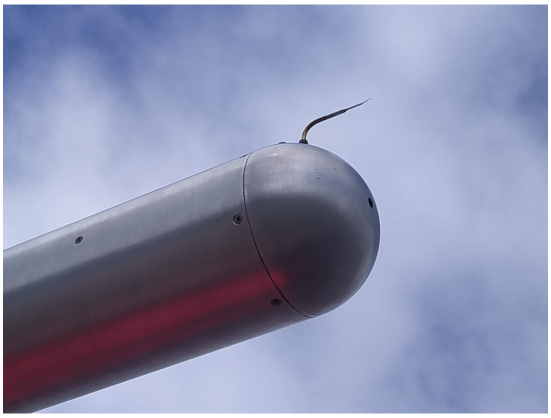
Wielkość	Nazwa instrumentu	f_s
Prędkość wiatru	NOAA/ARA BAT probe [79]	50 Hz
Temperatura	Rosemount 102AU1AG	1 Hz
	UFT [77]	20 kHz
Rozkład i wielkość kropel	F-FSSP [80]	50 Hz
	CDP [81]	1 Hz
GPS	JAVAD 4-antenna [82]	10 Hz
Wysokość n.p.m. i prędkość wiatru	rurka Pitota	5 Hz

Prędkość wiatru była mierzona za pomocą czujnika Best Aircraft Turbulence (BAT). Składa się on z półkuli oraz ze stożka o łącznej długości ok. 1 metra. Na półkuli znajduje się dziewięć otworów do pomiaru ciśnienia. Na podstawie zmian w ciśnieniu przy założonym modelu przepływu wokół czujnika otrzymuje się informacje na temat prędkości wiatru, korzystając z tej samej zasady co w rurce Pitota. Poruszające się powietrze naciska na słup płynu w otworze, zmieniając wysokość słupa płynu. Tym sposobem, znając relację między prędkością przepływu a zmianą wysokości słupa płynu, można dokonywać pomiaru prędkości za pomocą pomiaru zmian ciśnienia.

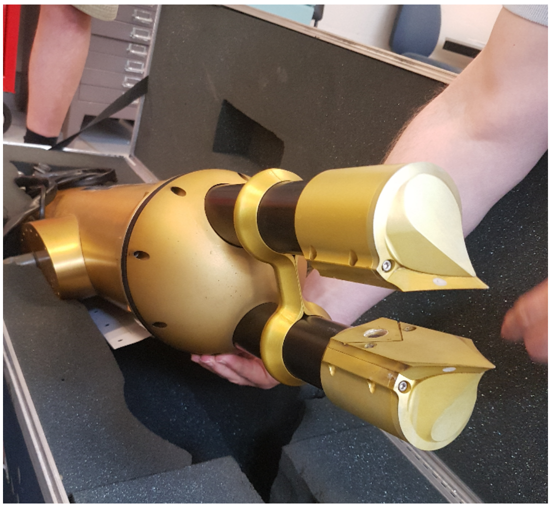
Temperatura z kolei była mierzona za pomocą wcześniej wspomnianego czujnika UFT, opracowanego w Instytucie Geofizyki Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Składa się on z cieńkiego drucika o grubości ok. 5 μm zamocowanego na podporze. Przez drucik cały czas przepływa prąd, a opływające powietrze, zmieniając temperaturę druta, tym samym zmienia jego opór. Zakładając, iż mierzone napięcie jest związane liniową relacją z temperaturą, otrzymuje się jej pomiar. Do tej procedury potrzebny jest inny przyrząd mierzący temperaturę, może ją mierzyć ze znacznie niższą częstotliwością, gdyż do kalibracji potrzebny jest generalny przebieg, bez informacji o drobnoskalowych fluktuacjach. W tym wypadku korzystano z czujnika Rosemount, działającego w podobny sposób jak UFT.

W końcu, rozkład liczby i wielkości kropel był mierzony za pomocą kilku czujników, jednak ze względu na dostępność danych w pracy korzystano z pomiarów wykonywanych przez dwa z nich: Cloud Droplet Probe (CDP) oraz Fast Forward-Scattering Spectrometer Probe (FFSSP). Oba z nich działają na podobnej zasadzie poprzez pomiar rozproszenia światła przez krople. Podczas lotu krople w atmosferze przelatują przez objętość pomiarową czujnika, będącą strefą, gdzie świeci laser. Kiedy kropla natrafi na wiązkę lasera, rozprasza go, przez co czujnik po drugiej stronie nie rejestruje tego samego sygnału co bez kropli. Na tej podstawie zbiera się informacje na temat rozkładu liczby kropel.

Zdjęcia wspomnianych czujników umieszczone są na rysunku 3.3.1.



(a) Czujniki BAT i UFT



(b) Czujnik FFSSP

Rysunek 3.3.1 Zdjęcia czujników (materiały prywatne)

3.4. Zebrane dane

Jak już wcześniej wspomniano, brytyjski TO wykonywał loty, skupiając się na penetracjach pojedynczych chmur, jednak wśród jego trajektorii można wyróżnić odcinki proste. Twin-Otter należący do BAS jest samolotem przeznaczonym głównie do badań atmosfery w rejonach polarnych. Pierwotnie do badań miał zostać użyty Twin-Otter należący do Center for Interdisciplinary Remotely-Piloted Aircraft Studies (CIRPAS) [83], przystosowany do pomiarów w cieplejszych szerokościach geograficznych. Ze względu na problemy finansowe nie doszło do tego, przez co nowy samolot, BAS Twin-Otter, nie mógł być przygotowany do kampanii z odpowiednim wyprzedzeniem. Podczas kampanii przeprowadzono 25 lotów pomiarowych, lecz w toku obróbki danych zidentyfikowano kilka problemów, przez co użyteczną okazała się tylko ich część. Podczas pomiarów samolot zbierał dane z częstotliwościami 1 Hz i 50 Hz, a do analizy danych wykorzystano głównie dane o wyższej z częstotliwości.

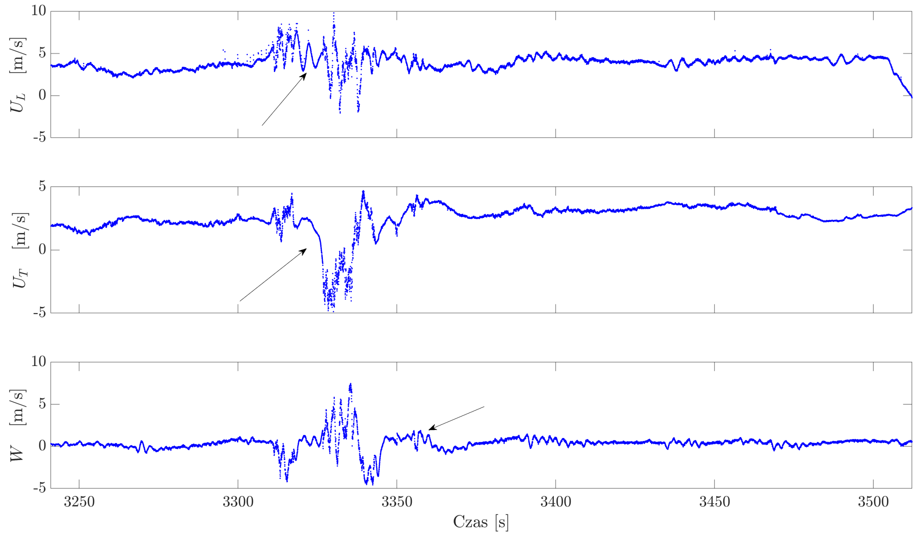
Pierwszy problem dotyczy danych o tzw. mikrofizyce, czyli o rozkładzie liczby i wielkości kropel. Nie wszystkie czujniki działały podczas każdego z lotów. Niemniej jednak zainstalowane na pokładzie czujniki miały uzupełniać swoje niedoskonałości, przez co dla analizowanych lotów informacja na temat zawartości wody była dostępna, aczkolwiek dla niektórych lotów częstotliwość próbkowania wynosiła 1 Hz i odbiegała od standardowej częstotliwości 50 Hz.

Dodatkowo, ze względu na brak komunikacji i współpracy między zespołami badawczymi, sygnatura czasowa danych nie została ujednolicona. Synchronizacji obu zestawów danych dokonano w ramach pracy za pomocą korelacji z obecnością wysokich wartości prędkości pionowej, lub też obecności charakterystycznych sygnatur w temperaturze. W związku z tym w niektórych lotach dokładność wyznaczenia pozycji chmury zmniejsza się do 1 s, w przeciwieństwie do reszty lotów, gdzie dokładność lokalizacji chmur to 0,02 s.

W przypadku niektórych lotów czujnik UFT zastępował standardowy czujnik temperatury, a do kalibracji danych z ultraszybkiego termometru użyto temperatury zbieranej z częstotliwością 1 Hz. Ze względu na delikatną konstrukcję dochodziło do zerwania drucika przy kontakcie z kroplami chmurowymi. Ostatecznie dane o ultraszybkiej temperaturze pochodzą z 7 lotów, przy czym podczas 5 z nich dokonano penetracji chmur. W pozostałych lotach dostępne są jedynie dane na temat temperatury zbieranej z częstotliwością 1 Hz.

Drugim napotkanym problemem jest słaba jakość danych o prędkości wiatru, objawiająca się spadkiem częstotliwości sygnału spowodowanym zatykaniem rurek czujnika przez wodę[4]. Z tego powodu dla danych odcinków lotu, w których dokonywano penetracji chmury, niemożliwe było wyznaczenie wielkości za pomocą statystyk, np. integralnej skali długości L lub tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε. Zmniejszyło to liczbę dostępnych penetracji chmurowych, które zostały poddane dalszej analizie. Przykładowy wycinek szeregu czasowego ilustrującego ten problem przedstawiony jest na rysunku 3.4.1.

[4]Korespondencja prywatna z prof. Tomem Lachlanem-Copem



Rysunek 3.4.1 Przykładowa seria czasowa trzech składowych prędkości wiatru, zaprezentowana celem wyróżnienia niewłaściwych danych

Jak można zauważyć, w przypadku prędkości pionowej W i wzdłużnej U_L obecne są wygładzone, niepostrzępione fluktuacje naprzemiennie z realnie wyglądającym przebiegiem o większej wariancji. Występowanie takich wygładzonych segmentów jest niejednorodne i trudne do przewidzenia, co dodatkowo utrudnia selekcje danych dobrej jakości.

Układ współrzędnych związany z instrumentem pomiarowym odpowiada osi Y skierowanej na północ, osi X skierowanej na wschód, oraz osi Z skierowanej do góry, czyli wzdłuż osi wektora przyśpieszenia grawitacyjnego. Ze względu na uproszczenie rachunków i ich interpretacji, osie X i Y zostały obrócone tak, aby nowa oś X' reprezentowała kierunek wzdłuż samolotu, skierowany ku jego przodowi, oś Y' reprezentowała kierunek w poprzek samolotu, skierowana w jego prawą stronę.

Selekcja odcinków używanych w analizie spośród podzbioru stanowiącego odcinki poziome i odcinki chmurowe przy uwzględnieniu spadku częstotliwości odbywała się w sposób subiektywny. Odcinek poziomy i prosty definiowany jest jako segment lotu, w którym wysokość pozostawała na stałym poziomie, a samolot nie zakręcał. Wysokość samolotu na danym poziomie jest w praktyce zmienna, jednak nie posiada ona długotrwałego trendu, tj. jej średnia jest stała w czasie. Z kolei chmurą nazywamy obszar, w którym zawartość ciekłej wody jest powyżej pewnego poziomu, tutaj $5 \cdot 10^{-4}$ g/m^3. Czujniki zainstalowane na samolocie dokonują pomiaru rozkładu rozmiaru kropel chmurowych, skąd można wyprowadzić zawartość ciekłej wody zgodnie z równaniem (5). W praktyce seria czasowa ciekłej wody posiada pewien poziom szumu, a także może posiadać wartość na poziomie szumu w środku chmury, co może być związane z pomiarem małej przestrzeni międzychmurowej, lub też wciągniętego powietrza. W związku z tym obszary oznaczające chmury były ze sobą spajane, jeśli były oddalone o mniej niż sekundę.

Mimo problemów opisanych powyżej, zbiór danych zebranych przez Twin-Ottera podczas kampanii EUREC^{4}A zawiera cenne informacje na temat dynamiki w chmurach i dookoła nich. Podsumowanie danych na temat odcinków, które zostały poddane dalszym analizom, zostało zawarte w tabeli 3:

Tabela 3 Metadane. N_o – liczba odcinków, ΣT_o – sumaryczna długość odcinków w minutach, zaokrąglona do jedności, N_c – całkowita liczba chmur w odcinkach. Przerywaną linią oddzielono loty zawierające dane o temperaturze (330–336) od tych, które nie zawierają jej w satysfakcjonującej rozdzielczości (341–349).

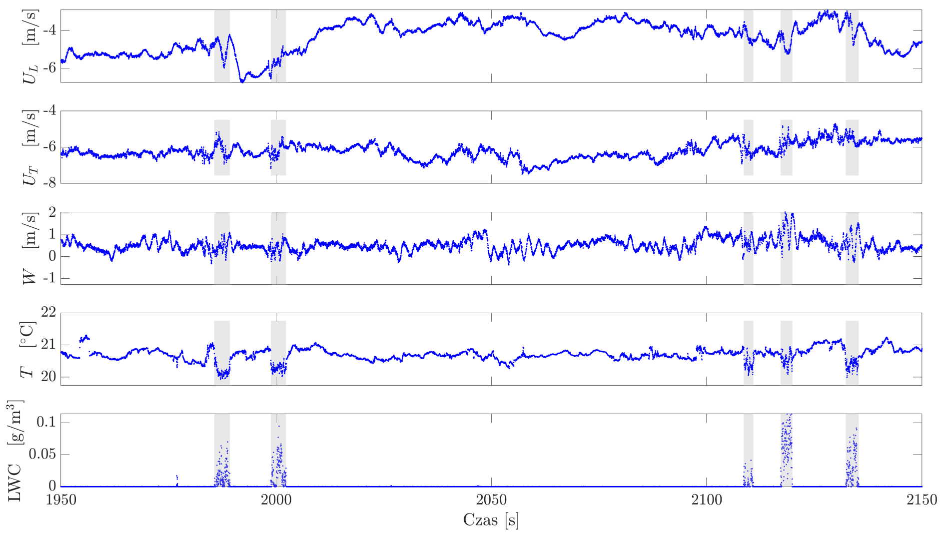
Lot	Data	N_o	ΣT_o [min]	N_c
330	24.01	8	58	22
331	24.01	3	20	0
334	28.01	5	35	4
336	30.01	5	25	4
341	5.02	1	8	0
342	6.02	4	21	0
343	7.02	2	22	0
344	7.02	1	10	0
349	11.02	5	38	19

W następnym rozdziale zostaną zaprezentowane wyniki analiz. Będą one zawierały w dużej mierze przebiegi pewnych wielkości w czasie. W związku z tym z dostępnego zestawu danych wybrane zostaną 4 odcinki reprezentujące odmienne sytuacje występujące w szeregach.

Odcinki zawierają:

1. Kilka chmur z lotu 330 na wysokości ok. 600 m.
2. Przelot przez chmurę z lotu 330 na wysokości ok. 1400 m.
3. Przelot przez prawdopodobnie wierzchołek chmury z lotu 349 na wysokości ok. 2100 m.
4. Przelot przez bezchmurną warstwę graniczną z lotu 334 na wysokości ok. 480 m.

Odcinki pochodzą z trzech różnych dni, więc potencjalnie nie reprezentują tej samej sytuacji meteorologicznej. Niemniej jednak mają one charakter poglądowy. Szeregi czasowe wielkości zostały przedstawione na rysunku 3.4.2:



Rysunek 3.4.2 Szeregi czasowe (od góry do dołu): panele 1–3: trzech składowych prędkości wiatru, panel 4: temperatury, panel 5: zawartości ciekłej wody. Szarymi prostokątami zaznaczono obszary chmurowe

Jak można zauważyć, obecność chmury zaznaczona szarym prostokątem koreluje ze spadkami temperatury oraz z obszarami o zmiennej, fluktuującej prędkości. Podobne rysunki dla pozostałych trzech odcinków znajdują się w dodatku D.

4. Wyniki

Wstęp

Weryfikacja hipotez badawczych zawartych w rozdziale 1 zostanie przeprowadzona na podstawie opisanych wcześniej metod zastosowanych do omówionych danych. Postępowanie jest kilkuetapowe, a każdy z nich wymaga poświęcenia pewnej uwagi i wyjaśnienia kwestii powstałych w toku analizy. Później zaprezentowane zostaną wyniki dotyczące właściwości turbulencji. Następnie przeprowadzona zostanie ilościowa analiza rekurencji, wraz z propozycją podziału odcinków ze względu na ich właściwości dynamiczne.

Pierwsza kwestia dotyczy praktycznego wymiaru obliczania wielkości, których teoretyczne ujęcie zostało poprzednio omówione. Do tych wielkości należą tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε oraz integralna skala długości L.

Drugą kwestią jest wpływ pewnych parametrów na otrzymane wyniki, zarówno pod kątem jakościowym, jak i ilościowym. Parametry te to m.in. wielkości okna, szerokość przedziału inercyjnego, próg rekurencji, rozmiar macierzy rekurencji. Dzięki zrozumieniu wpływu parametrów możliwe jest osadzenie dyskusji nad wynikami w konkretnych ramach. Dobór niektórych z parametrów jest arbitralny i motywowany przesłankami jakościowymi, niemniej jednak przez swój wpływ na wyniki jest to jedna z najważniejszych procedur.

Analiza danych została podzielony na następujące etapy:

1. Znalezienie sygnatur czasowych poziomych i prostych odcinków lotu.

2. Wydzielenie danych z tych odcinków.

3. Zbadanie wpływu parametrów na wyniki.

4. Obliczenie statystyk turbulencji.

5. Obliczenie parametrów analizy ilościowej rekurencji.

6. Przeprowadzenie statystyki warunkowej.

W tym rozdziale zostaną przedstawione wyniki analizy w kontekście zaprezentowanego schematu działania. Jako pierwsze zostały wydzielone odcinki poziome i proste na podstawie sygnału GPS. Ręcznie wyselekcjonowano segmenty, w których samolot poruszał się w linii prostej na płaszczyźnie długość–szerokość geograficzna, a także kiedy jego wysokość nad poziomem morza nie zmieniała się o więcej niż 15 m. Będąc na ustalonym poziomie, samolot zmieniał nieznacznie swoją wysokość, jednak kryterium wyboru odcinków poziomych opierało się na braku trendu czasowego.

Jak wcześniej wspomniano, samolot zbierał dane z częstotliwością 50 Hz i średnią prędkością ok. 65 m/s. W związku z tym punkty pomiarowe oddalone są od siebie o ok. 1,3 m w przestrzeni rzeczywistej. Odległości pomiędzy punktami nie są znacząco różne ze względu na znikome odchylenie prędkości samolotu od średniej ($\pm 5\%$). W pracy do oznaczania szerokości okna używano liczby punktów, co oznacza że okno o szerokości 100 punktów odpowiada około 130 metrom w przestrzeni rzeczywistej.

Z kolei aby przejść z przestrzeni do czasu, korzysta się z hipotezy Taylora [84], lub inaczej hipotezy o zamarzniętych wirach. Hipoteza Taylora, mówi o tym, iż ze względu na dużą prędkość wiatru, przepływ nie ulega zmianie w skali czasowej pomiaru. Innymi słowy, wielokrotny pomiar w jednym punkcie w czasie może zostać zamieniony na pojedynczy pomiar w przestrzeni. Badania sugerują, iż hipoteza ta jest prawdziwa, gdy stosunek fluktuacji prędkości do prędkości zmiennej jest mniejszy niż 10%, lub inaczej $\frac{u'}{U} < 10\%$. W przypadku analizowanych danych warunek ten jest spełniony. Dlatego też segment poziomy może być odcinkowo traktowany jako pojedynczy pomiar stanu atmosfery.

Należy również wspomnieć, iż w tym rozdziale będą prezentowane szeregi czasowe wielkości otrzymanych wskutek przeprowadzenia operacji na pewnym segmencie sygnału jednej ze składowych prędkości. Szereg czasowy wielkości ζ_j posiada składowe w czasie $(\zeta_j^{(1)}, \zeta_j^{(2)}, ...\zeta_j^{(n)})$, gdzie indeksy górne oznaczają chwile czasowe, a $\zeta_j^{(i)}$ jest otrzymane wskutek przeprowadzenia pewnej operacji na segmencie prędkości u'_j w przedziale symetrycznym, tj. $[{u'_j}^{(i-\tau_a/2)}, {u'_j}^{(i+\tau_a/2)}]$. Tutaj τ_a nazywane jest oknem do obliczania statystyk.

4.1. Turbulencja

4.1.1. Zależność wyników od parametrów wejściowych

Tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji

Wyznaczanie tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji jest podstawową czynnością przeprowadzaną w analizie turbulencji. Obliczenie tego parametru z definicji jest w przypadku analizy danych samolotowych niemożliwe, gdyż niemożliwe jest wyznaczenie pochodnych z zadowalającą dokładnością w przypadku danych o skończonej rozdzielczości.

Na szczęście istnieją metody pośrednie, korzystające z założenia istnienia kaskady Richardsona i samopodobieństwa spektrum energii opisane równaniami (12) i (17). Obie metody są do siebie podobne, a ich sposób wykorzystania zostanie pokrótce omówiony.

W pierwszej kolejności korzysta się z definicji spektrum energii lub funkcji struktury drugiego rzędu:

$$E(f) = C_f \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \tag{52}$$

$$D_{11}(r) = C_2 (\varepsilon r)^{2/3}. \tag{53}$$

W pierwszym z równań spektrum energii skaluje się zgodnie z hipotezą Kołmogorowa, ale w przestrzeni częstotliwości. Aby przejść z przestrzeni liczb falowych do przestrzeni częstotliwości, stosuje się zamianę za pomocą średniej prędkości samolotu, oraz korzysta z innej stałej proporcjonalności, wyznaczonej doświadczalnie. Wartość spektrum energii jest obliczana za pomocą algorytmu Welcha. W tym algorytmie sygnał dzielony jest na nachodzące na siebie segmenty, na które nakłada się funkcje okna (domyślnie okno Hamminga) następnie na nich obliczana jest transformata Fouriera. Kwadrat otrzymanych współczynników rozkładu jest uśredniany po oknach, co powoduje zmniejszenie szumu wywołanego niedoskonałością sygnału, a każda wartość odpowiada pewnemu wąskiemu przedziałowi częstotliwości. Wadą tego algorytmu jest to, że traci się informacje na temat niższych częstotliwości wskutek podziału sygnału na okna.

Wartość funkcji struktury drugiego rzędu można policzyć wprost z definicji. Warto przy tym zauważyć, że dla wysokich wartości r liczba punktów wchodzących do średniej jest mała, dlatego wartość funkcji struktury wyznacza się do np. $r = \tau_a/2$.

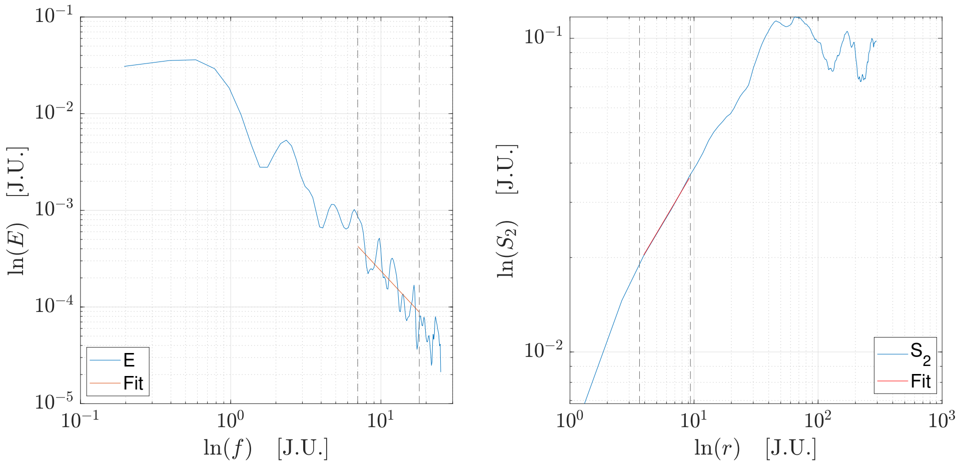
Po otrzymaniu zadanych wielkości należy obliczyć logarytm tych równań:

$$\ln(E) = -\frac{5}{3}\ln f + \ln(C_f \varepsilon^{2/3}), \tag{54}$$

$$\ln(D_{11}) = \frac{2}{3}\ln r + \ln(C_2 \varepsilon^{2/3}). \tag{55}$$

Są to równania prostej po przekształceniu układu współrzędnych ze skali liniowej na skalę logarytmiczną. Wtedy poprzez dopasowanie linii prostej do danych w przedziale inercyjnym, otrzymuje się współczynnik b, z którego można otrzymać ε za pomocą prostego przekształcenia. W pracy prosta dopasowywana jest metodą najmniejszych kwadratów. Niepewność ε można wyznaczyć za pomocą niepewności dopasowania prostej, co jest przedstawione w dodatku A. Dodatkowo zakładamy, iż w przedziale inercyjnym dane skalują się zgodnie z równaniami (54) i (55), a więc poszukujemy tylko współczynnika b. Można dodatkowo założyć dowolność współczynnika a (ang. *free-slope*). Odstępstwo współczynnika a od wartości teoretycznej informuje o nierównowadze w turbulencji, ale jego nieprawidłowa wartość może być wynikiem niskiej rozdzielczości rozdzielczości i niewystarczającej liczby punktów. W pracy wyznaczanie ε opierać się będzie na założeniu, iż współczynnik a jest stały i zgodny ze skalowaniem teoretycznym. Przedstawione równania dotyczą w tym wypadku pionowej składowej prędkości wiatru, dla pozostałych składowych procedura różni się wybranym kierunkiem oraz wartościami stałych C_f i C_2.

Przykładowy wykres ilustrujący dopasowanie prostej do krzywej otrzymanej za pomocą wspomnianych równań został przedstawiony na rysunku 4.1.1. Obie niebieskie krzywe otrzymano na podstawie tego samego wycinka szeregu czasowego prędkości pionowej o długości 450 punktów. Na podstawie powyższego rysunku, przebieg niebieskich krzywych w zakresie oznaczonym przez przerywane linie może zostać przybliżony zależnością potęgową, czyli prostą w skali logarytmicznej. Nachylenie obu prostych jest zbliżone, przy czym niepewność wyznaczenia w przypadku spektrum energii jest większa. W tym przykładzie $\varepsilon_{PSD} = 1{,}84(0{,}15) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2 s^{-3}}$, a $\varepsilon_{SF} = 1{,}5308(0{,}0084) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2 s^{-3}}$.



Rysunek 4.1.1 Po lewej: niebieska krzywa – wykres logarytmu gęstości spektralnej mocy od logarytmu częstotliwości, czerwona prosta – prosta o nachyleniu –5/3 w skali logarytmicznej, po prawej – analogiczna sytuacja, z tym że niebieską krzywą oznaczono logarytm funkcji struktury drugiego rzędu względem logarytmu odległości. Przerywanymi liniami oznaczono zakres, w którym dopasowywano proste.

Tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji oblicza się na podstawie wybranego odcinka szeregu czasowego składowej prędkości wiatru. Wtedy ten odcinek zlokalizowany w czasie reprezentuje wartość ε odpowiadającą odcinkowi $[t_0 - \tau_a/2, t_0 + \tau_a/2]$.

W obu metodach jednym z parametrów wejściowych jest przedział inercyjny, w którym dokonujemy dopasowania. Jest on ściśle związany z częstotliwością próbkowania czujnika. Jego wybór mógłby być dokonywany dla każdego segmentu z osobna, jednak byłoby to wysoce niepraktyczne i czasochłonne, dlatego zdecydowano się na stałe wartości. Wybór tych wartości dokonywany jest na podstawie jakościowej analizy wykresu danej zmiennej, aby wybrać miejsce, gdzie kształt przebiegu jest podobny do linii prostej, tak jak jest to widoczne na prawym panelu rysunku 4.1.1. Z jednej strony trzeba wziąć pod uwagę coraz gorszą statystykę przy obliczaniu funkcji struktury dla coraz większych separacji r, z drugiej strony trzeba odrzucić przebieg dla małych separacji ze względu na korelacje bliskozasięgowe. W przypadku metody korzystającej ze spektrum energii trzeba zwrócić uwagę na zjawisko aliasingu w częstotliwościach bliskich częstotliwości Nyquista. W związku z charakterem spektrum energii w pracy zdecydowano się na wyznaczanie ε na podstawie funkcji struktury drugiego rzędu. Dodatkową zaletą tego wyboru jest potencjalnie mniejsza niepewność wyznaczenia ε. W przykładzie stanowi ona ok. 0,5%, lecz jej wartość może się różnić. Dyskusja na ten temat zawarta jest w dodatku A.

Integralna skala długości

Zgodnie z równaniem (8) do obliczenia integralnej skali długości stosuje się funkcję autokorelacji $\mathcal{R}_{ij}$. Zakładając izotropię, przy obrocie układu współrzędnych korelacje mieszane prędkości zerują się. Wtedy izotropowy tensor drugiego rzędu, jakim jest na przykład funkcja autokorelacji $\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{r},t)$, może być wyrażony poprzez dwie funkcje $f(\mathbf{r},t)$ i $g(\mathbf{r},t)$ w następujący sposób:

$$\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{r},t) = u'^2\big(g(\mathbf{r},t)\delta_{ij} + [f(\mathbf{r},t) - g(\mathbf{r},t)]\frac{r_i r_j}{r^2}\big). \tag{56}$$

Jednowymiarowa trajektoria $\mathbf{r} = \mathbf{e}_1 r$ implikuje:

$$\frac{\mathcal{R}_{11}}{u'^2} = f(r,t), \quad \frac{\mathcal{R}_{22}}{u'^2} = \frac{\mathcal{R}_{33}}{u'^2} = g(r,t). \tag{57}$$

Wtedy funkcje $f(r,t)$ i funkcję $g(r,t)$ nazywamy odpowiednio wzdłużną i poprzeczną funkcją autokorelacji. Dla izotropowej turbulencji funkcje te związane są jednym równaniem:

$$g(r,t) = f(r,t) + \frac{1}{2}r\frac{\partial}{\partial r}f(r,t). \tag{58}$$

Dalej zakłada się, iż funkcja $f(r,t)$ maleje eksponencjalnie, tj:

$$f(r,t) = \exp\Big(-\frac{r}{L}\Big). \tag{59}$$

Wówczas funkcja $g(r,t)$ przyjmuje postać:

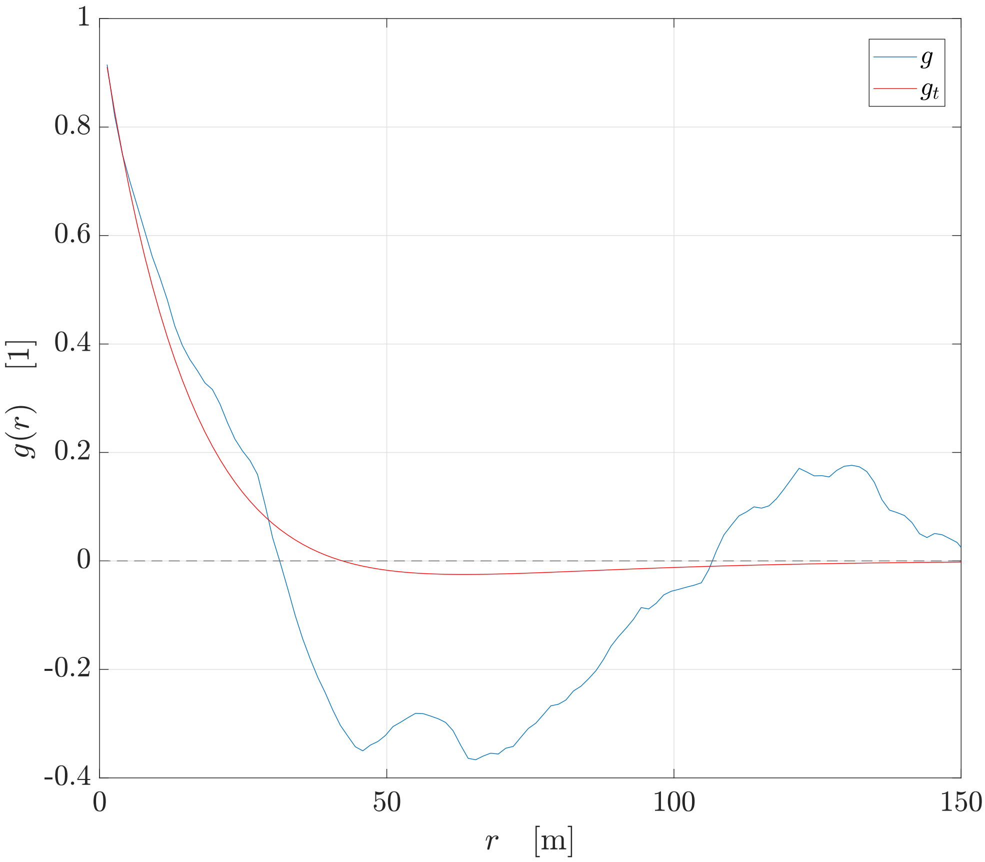
$$g(r,t) = \exp\Big(-\frac{r}{L}\Big)\Big(1 - \frac{1}{2}\frac{r}{L}\Big). \tag{60}$$

Funkcja ta posiada zero dla $r = 2L$. Całkowanie jej w przedziale od 0 do $2L$ daje:

$$\int_0^{2L} g(r,t) = \frac{L}{2}\Big[1 + e^{-2}\Big] \approx 0{,}57L. \tag{61}$$

Równanie to pozwala na wyznaczenie L dla kierunków poprzecznych. W tym celu dokonuje się estymacji $g(r,t)$ z definicji, po czym szuka się takiego r_0, dla którego $g(r_0,t) = 0$. Następnie całkuje się $g(r,t)$ od zera do r_0, a wynik dzieli się przez 0,57. Dla składowej wzdłużnej zakłada się, że w praktyce $f(r,t)$ ma miejsce zerowe, a całka z $f(r,t)$ od zera do miejsca zerowego jest integralną skalą długości L_U.

Schemat postępowania został przedstawiony na rysunku 4.1.2:



Rysunek 4.1.2 Wykres funkcji autokorelacji od dystansu (niebieska krzywa), teoretyczny przebieg według formy danej równaniem (60) (czerwona krzywa)

Wykres przedstawia zależność funkcji autokorelacji od dystansu, która została obliczona dla analogicznego odcinka jak przykładzie zilustrowanym na rysunku 4.1.1. W przedstawionym przedziale funkcja ta zmienia znak w dwóch miejscach, a pierwsze przecięcie osi X ma miejsce dla $r = 31{,}43$ m. Postać teoretyczna funkcji g zakłada, że miejsce to odpowiada dwukrotności integralnej skali długości, a całkowanie obszaru zakreskowanego odpowiada integralnej skali długości podzielonej przez 0,57. W tym wypadku $L = 21{,}13$ m.

Należy przypomnieć, podczas obliczania L, zakładamy izotropowość turbulencji. W takim wypadku spodziewane jest, iż integralne skale długości w każdym kierunku będą w przybliżeniu równe. Odstępstwo od tej równości może oznaczać niespełnienie założenia o izotropii.

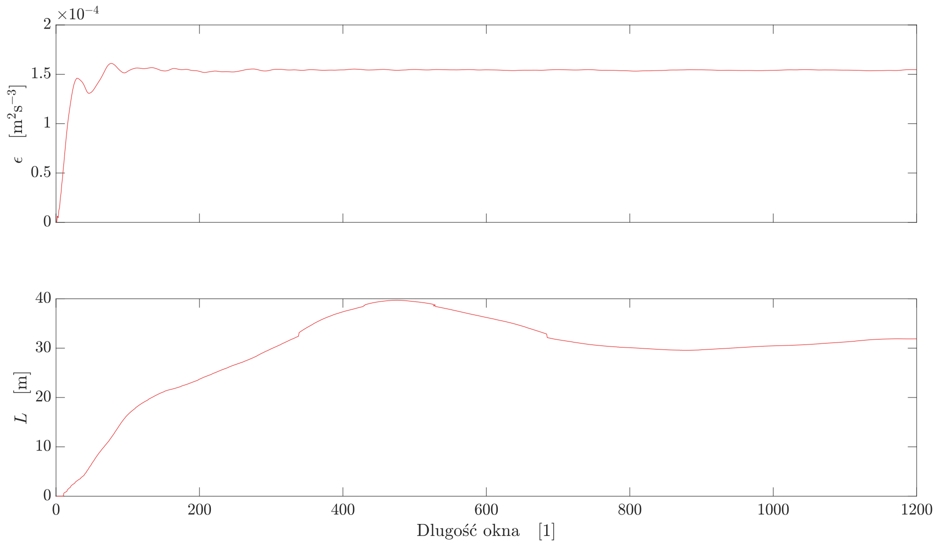
W pracy przeprowadzono całkowanie numeryczne metodą trapezową. Aby obliczyć wartość autokorelacji dla danego przemieszczenia, należy obliczyć średnią po zespole statystycznym. Rola wielkości tego zespołu jako parametru zostanie omówiona w następnej sekcji.

Wpływ rozmiaru okien

Wspomniane wcześniej wielkości obliczane są na podstawie fluktuacji prędkości w przepływie. Do jej otrzymania wykorzystuje się uśrednianie Reynoldsa, które wymaga zdefiniowania długości przedziału τ_d, po którym dokonuje się obliczania średniej do odjęcia.

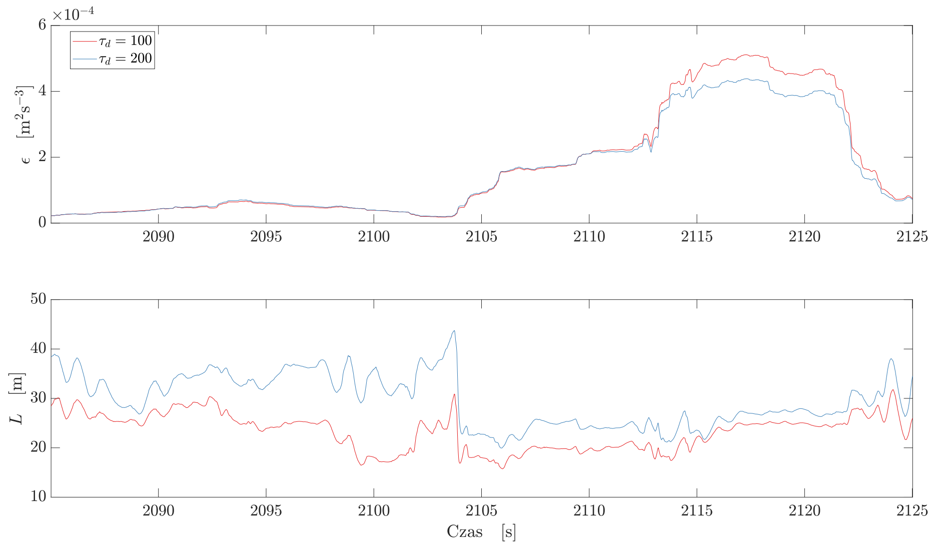
Obliczona średnia jest średnią biegnącą. Efekt tej operacji można przyrównać do efektu filtru dolnoprzepustowego o skończonej odpowiedzi impulsowej, którego częstotliwość odcięcia jest odwrotnie proporcjonalna do okresu uśredniania τ_d. Wtedy odjęcie średniej będzie odpowiadało filtrowi górnoprzepustowemu. Z sygnału usuwana jest informacja na temat niższych częstotliwości odpowiadająca informacji na temat największych struktur i przepływu średniego. W przypadku wybrania zbyt dużego przedziału, fluktuacje będą przeszacowane i nieregularności w głównym składniku przepływu zostaną uznane za fluktuacje. Z drugiej strony, zbyt mały przedział spowoduje niedoszacowanie wartości fluktuacji. Rozmiar okna ma również wpływ na wyznaczanie tempa dyssypacji oraz integralną skalę długości.

Przykład wpływu wyboru szerokości okna do obliczania średniej biegnącej został przedstawiony na rysunku 4.1.3, gdzie obie wartości były obliczane na podstawie tego samego wycinka szeregu czasowego prędkości pionowej. Jak można zauważyć, tempo dyssypacji energii kinetycznej zmienia się dla małych wartości okna do dekompozycji Reynoldsa, następnie od wielkości okna ok. 80 punktów przebieg wypłaszcza się, wskazując na słabą zależność. Z drugiej strony integralna skala długości zależy niemonotonicznie od szerokości okna, aczkolwiek dla wyższych wartości charakterystyka wypłaszcza się, chociaż jest to słabsze wypłaszczenie niż w przypadku ε. W związku z tym wielkość okna do dekompozycji Reynoldsa na pewno powinna być dobrana tak, aby wartość ε nie zmieniała się.



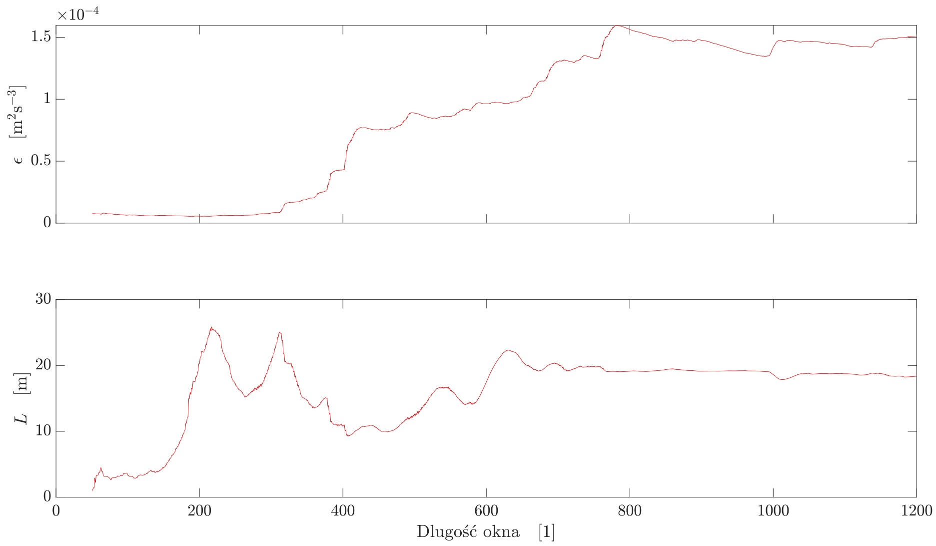
Rysunek 4.1.3 Górny panel: zależność wartości tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji od wielkości okna używanego do dekompozycji Reynoldsa. Dolny panel: zależność wartości integralnej skali długości od wielkości okna używanego do dekompozycji Reynoldsa

Wpływ okien na wartości wybranych wielkości został przedstawiony również na rysunku 4.1.3, jednak w tym wypadku podane są wartości tych wielkości na pewnym odcinku, dla dwóch różnych okien. Dla wyższych wartości ε wpływ okna jest większy niż dla mniejszych wartości, jednak jest on jednoznaczny, tj. większe okno odpowiada wyższej wartości ε, a charakterystyka przebiegu jest zachowana. Dla integralnej skali długości dla większego okna wartość się obniża, jednak jej przebieg nie jest zachowany, co ma miejsce np. w chwili czasowej $t = 2098$ s.



Rysunek 4.1.4 Górny panel: wartość tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji od czasu dla dwóch różnych okien. Dolny panel: zależność wartości integralnej skali długości od czasu dla dwóch różnych okien

Każda wielkość pochodna obliczana na podstawie statystyk innej wielkości pierwotnej korzysta z pewnego wycinka szeregu czasowego tej wielkości. Wybór długości tego wycinka, nazywanego tutaj oknem do obliczania statystyk i oznaczanego jako τ_a jest ważny, rozmiar okna ma wpływ na otrzymane wyniki. Wpływu tego nie można jednoznacznie określić, bowiem zależy on od konkretnego przebiegu danych. W ogólności większe okno będzie równoznaczne ze zmniejszonym błędem oszacowania danej wielkości, jednak w środowisku zmiennym efekt pojedynczych i krótkotrwałych zjawisk będzie zniwelowany i uśredniony. Z drugiej strony zbyt małe okno skutkować będzie dużym błędem oszacowania oraz w przypadku ε nieuchwyceniem choćby niższych częstotliwości. Przykładowy wpływ rozmiaru okna do obliczania statystyk został przedstawiony na rysunku 4.1.5.

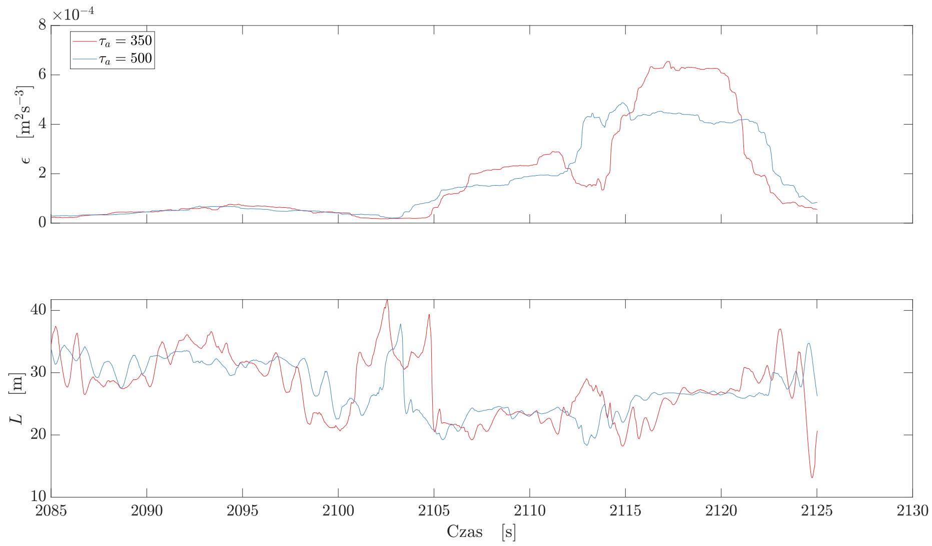


Rysunek 4.1.5 Górny panel: zależność wartości tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji od wielkości okna używanego do obliczania statystyk. Dolny panel: zależność wartości integralnej skali długości od wielkości okna używanego do obliczania statystyk.

Dla ε mamy do czynienia z zależnością w większości niemalejącą, spowodowaną najprawdopodobniej sąsiedztwem z przebiegiem o wyższej zmienności. Z tego powodu coraz większe okno obejmuje coraz więcej odcinka o wyższym poziomie fluktuacji, zawyżając wartość tempa dyssypacji energii kinetycznej. Z drugiej strony zmienność integralnej skali długości jest niemonotoniczna, w tym wypadku z obecnymi dwoma szpicami, obniżeniem, a potem wypłaszczeniem, oraz gwałtownym skokiem dla wyższych wartości.

Analogicznie jak w przypadku okna do dekompozycji Reynoldsa – wpływ okien do obliczania statystyk na wartości wybranych wielkości został przedstawiony również na rysunku 4.1.6, jednak w tym przypadku podane są wartości tych wielkości na pewnym odcinku, dla dwóch różnych okien.

W przypadku ε czerwona krzywa odpowiada spłaszczonej, acz "rozlanej" niebieskiej krzywej, co ma związek z zachowaniem średniej biegnącej. Wyższe wartości otaczane przez niższe są spłaszczane, kosztem zwiększenia wartości otaczających, przez co skok jest mniej zlokalizowany w czasie. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku integralnej skali długości, np. w chwili czasowej $t = 2102$ s.



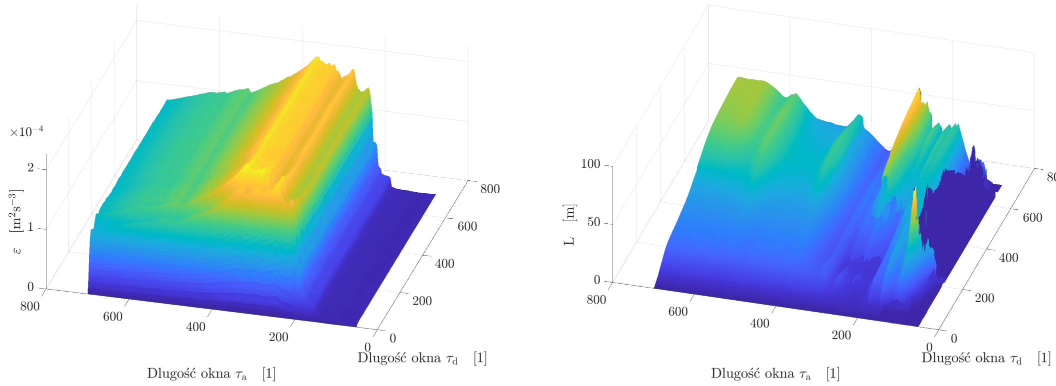
Rysunek 4.1.6 Górny panel: wartość tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji od czasu dla dwóch różnych okien. Dolny panel: zależność wartości integralnej skali długości od czasu dla dwóch różnych okien.

Powyższe rozważania nie dają jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, jaka powinna być dobra wielkość okna do obliczania statystyk. W kontekście pracy wybór obu wspomnianych okien jest szczególnie istotny w związku z typowym rozmiarem chmury cumulus i liczbą punktów w szeregu czasowym reprezentującą chmurę i jej otoczenie. Rozkład wielkości chmur w danych opiera się o dane o zbyt małej liczebności, aby wysnuć konkretny wniosek.

Na rysunku 4.1.7 przedstawiono wykres, w którym dla wybranego wycinka danych zmienia się rozmiar obu okien, przedstawionych na osiach X i Y. Na osi Z znajduje się wartość parametru ε lub L. Wtedy, wcześniej przedstawione rysunki są jednowymiarowym przecięciem przez tę płaszczyznę dla ustalonego rozmiaru jednego z okien.

W przypadku ε mamy do czynienia z jego maksymalizacją dla wybranej kombinacji parametrów. Maksymalna wartość parametru oznacza wystarczającą wartość obu okien, dla których obserwowane jest lokalne zjawisko. Podobnie, dla integralnej skali długości L, mamy do czynienia z jej minimalizacją. Jest to kryterium przyjęte w pracy, w związku z czym w analizach korzystano z następujących wartości parametrów: $\tau_d = 150$, $\tau_a = 350$, co odpowiada kolejno ok. 195 m i ok. 455 m.

W związku z tym, że dekompozycja Reynoldsa działa jak filtr górnoprzepustowy, ważne jest, aby okno do obliczania statystyk było kilka razy większe od okna za pomocą którego dokonywane jest filtrowanie.

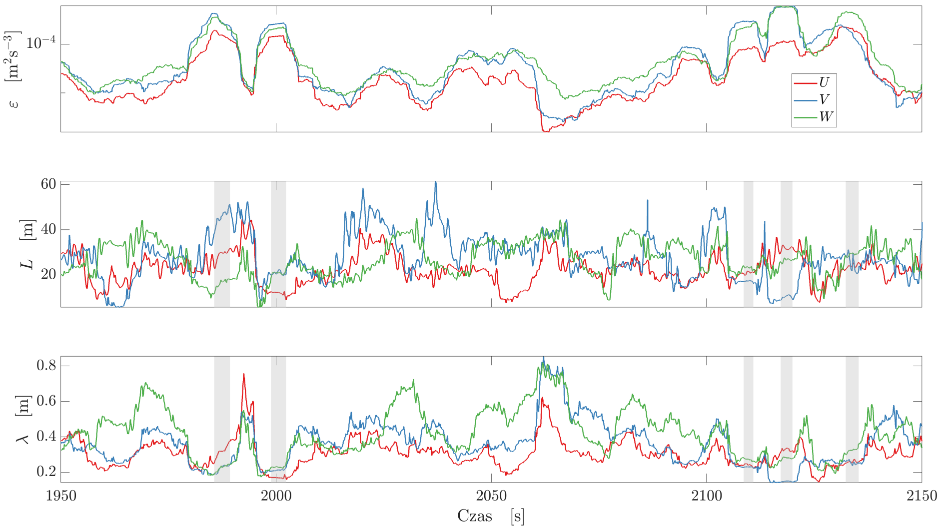


(a) ε (b) L

Rysunek 4.1.7 Zależność wielkości od okien τ_d oraz τ_a

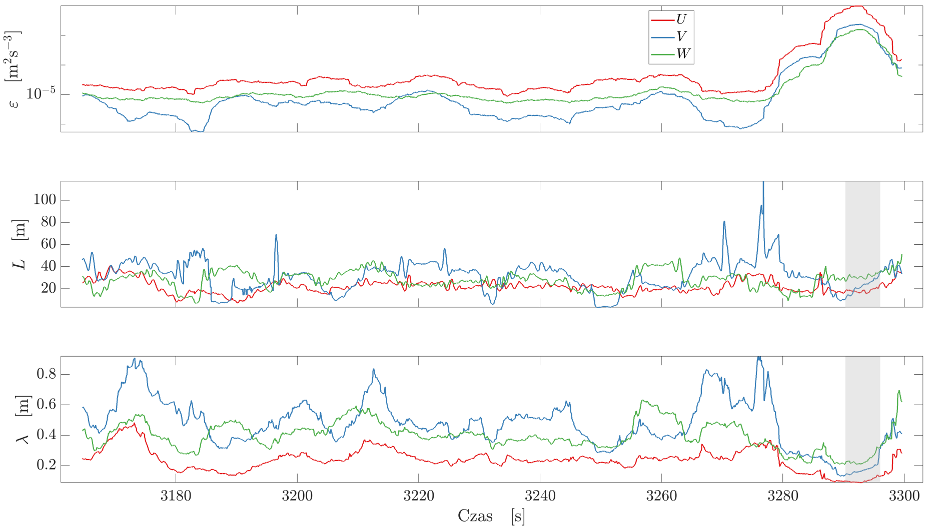
4.1.2. Podstawowe wielkości

Biorąc pod uwagę opisany wyżej wpływ parametrów na wyniki analiz, można przystąpić do obliczenia wielkości charakteryzujących turbulencję wzdłuż odcinka lotu. W tej sekcji zaprezentowane zostaną szeregi czasowe następujących parametrów: ε, L, λ. Są to parametry podstawowe, charakteryzujące kaskadę energii i przepływ energii między skalami. Przebiegi czasowe tych wielkości zostały przedstawione na rysunkach 4.1.8, 4.1.9, 4.1.10 i 4.1.11 i odpowiadają kolejności wymienionej pod koniec rozdziału 3.



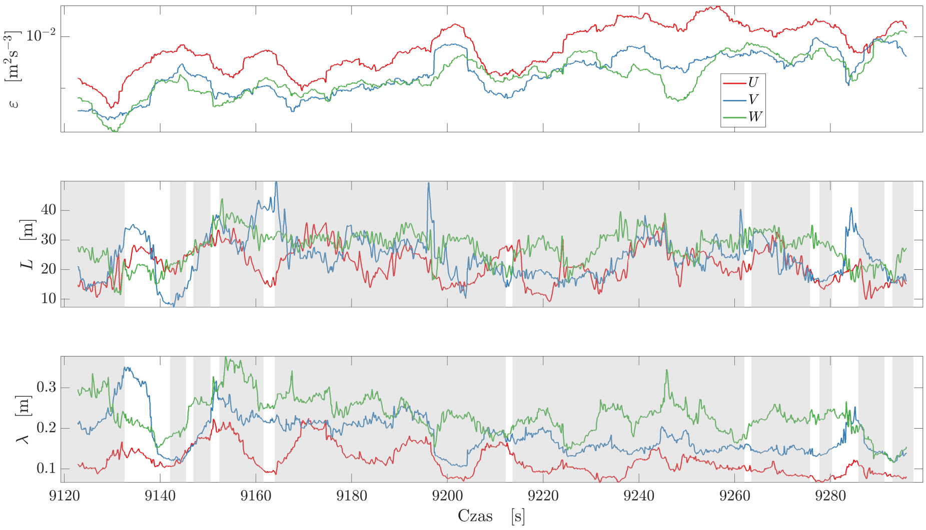
Rysunek 4.1.8 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 1 znajdującego się na wysokości ok. 620 m. Górny panel – tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, środkowy panel – integralna skala długości, dolny panel – skala Taylora. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur

Jak można zauważyć na rysunku 4.1.8, ε dla wszystkich składowych ma bardzo zbliżony przebieg, jednak różniący się w wielu miejscach co do wartości, np. po 2100 sekundzie, gdzie składowa pionowa jest wyraźnie większa. Integralna skala długości fluktuuje między 20 a 40 metrów i nie wykazuje podobieństwa między składowymi. Mikroskala Taylora na pierwszy rzut oka ma podobny przebieg dla składowych, jednak w wielu miejscach przebieg ten różni się. Jej obniżona wartość koreluje z obecnością chmur.



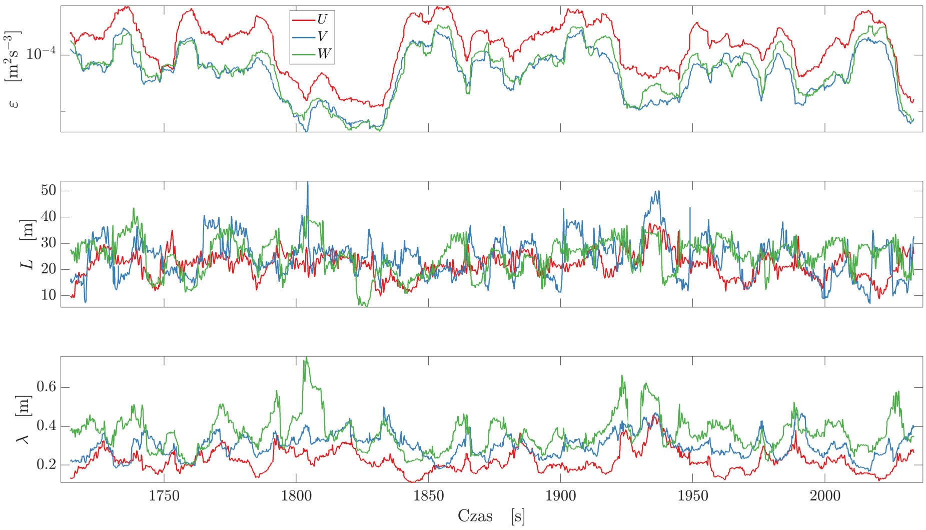
Rysunek 4.1.9 Rysunek analogiczny jak dla rysunku 4.1.8, ale dla odcinka nr 2 znajdującego się na wysokości ok. 1410 m

W relatywnie krótkim odcinku przedstawionym na rysunku 4.1.9 widać, że ε jest na stałym poziomie z wyjątkiem obszaru chmury i jej okolic. Przebieg L dla pionowej i wzdłużnej składowej jest w miarę stały, a przebieg skali Taylora dla trzech składowych wykazuje podobieństwa, zwłaszcza w okolicach chmury.



Rysunek 4.1.10 Rysunek analogiczny jak dla rysunku 4.1.8, ale dla odcinka nr 3 znajdującego się na wysokości ok. 2000 m

W odcinku przedstawionym na rysunku 4.1.10 tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji dla składowej wzdłużnej jest zdecydowanie większe. Przebieg ε różni się między poszczególnymi składowymi. Integralna skala długości fluktuuje, a poszczególne składowe różnią się między sobą w większości odcinka. Skala długości Taylora ma różny przebieg dla trzech składowych oraz nie przekracza 0,3 m.



Rysunek 4.1.11 Rysunek analogiczny jak dla rysunku 4.1.8, ale dla odcinka nr 4 znajdującego się na wysokości ok. 480 m

W bezchmurnym odcinku przedstawionym na rysunku 4.1.11 mamy do czynienia z wyższą wartością tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji dla składowej wzdłużnej. Przebieg ε jest podobny dla wszystkich trzech składowych i mocno fluktuuje. Posiada on obszary zarówno o niższej wartości ε, jak i wyższej. Integralna skala długości zachowuje się w tym przypadku podobnie jak poprzednio.

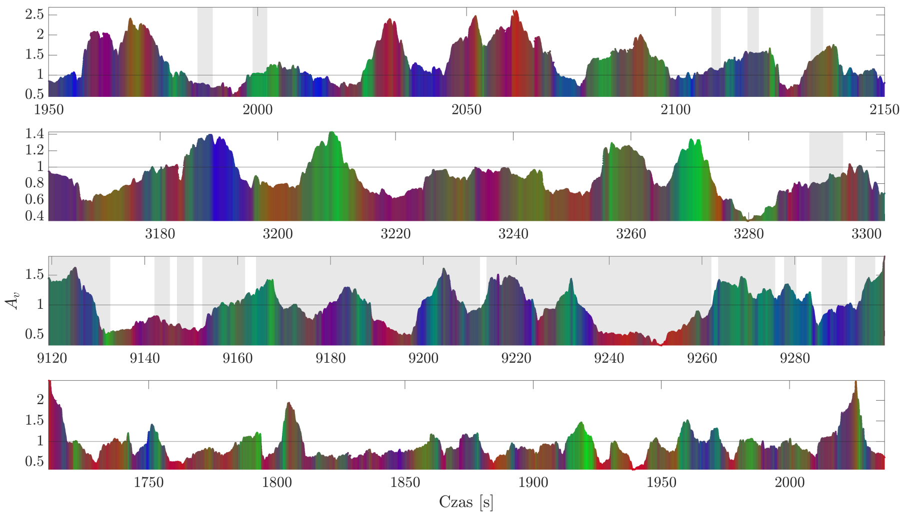
We wszystkich zaprezentowanych przypadkach lokalizacja chmur koreluje z podwyższoną wartością ε, obniżoną wartością L oraz obniżoną wartością λ. Jest to związane z podwyższoną intensywnością turbulencji, kiedy to zwiększony jest transfer między skalami, a istnienie dużych struktur w przepływie jest utrudnione. Obszary o takim charakterze występują też poza chmurami, na przykład w przelocie przez warstwę graniczną na wysokości ok. 480 m ε osiąga wartości w okolicach 10^{-5} m^{2}s^{-3} w obszarach nieturbulentnych, natomiast w chmurach osiąga wartość między 10^{-4} a 10^{-3} m^{2}s^{-3}. Rzeczą dotychczas pominiętą w rozważaniach była mikroskala Kołmogorowa. Zgodnie ze wzorem (9), przy założeniu stałej lepkości, zależy ona wyłącznie od tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji. W przypadku wszystkich czterech odcinków jej wartość wynosiła między 1 a 5 cm.

Jak również można zauważyć, w wielu partiach odcinków mamy do czynienia z różnymi wartościami ε oraz L między składowymi, co może być sugerować anizotropię.

4.1.3. Anizotropia

Analiza anizotropii w kontekście danych samolotowych odbywa się dwutorowo. Z jednej strony przeprowadzono analizę stosunku uśrednionego kwadratu fluktuacji prędkości, która daje informacje na temat dominującego kierunku w turbulencji, a stosunek różnych składowych tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji może dostarczyć informacji na temat kierunku jej intensywności. Z drugiej strony anizotropowy tensor naprężeń Reynoldsa zdefiniowany za pomocą równania (21) dostarcza informacji na temat struktury geometrycznej, bez informacji o kierunku.

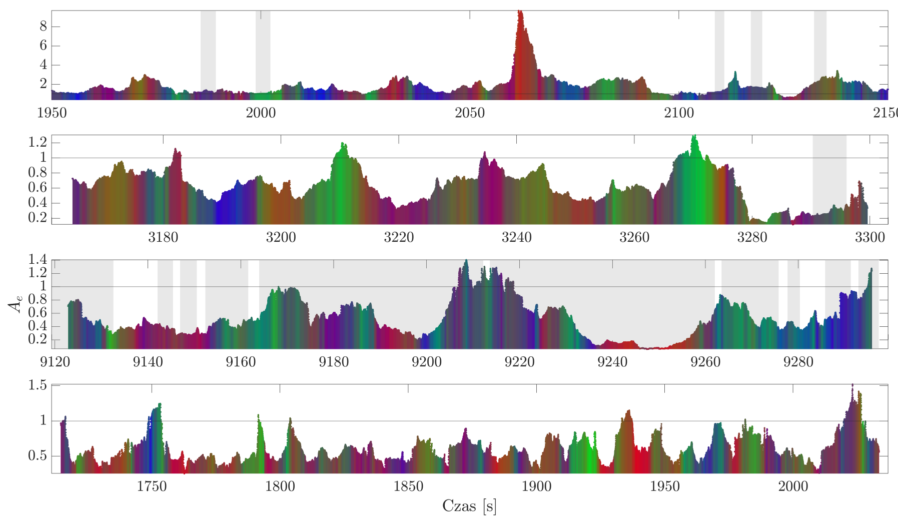
Obie metody niejako uzupełniają się wzajemnie. W związku z tym proponowane jest ich połączenie, poprzez przedstawienie szeregów czasowych współczynników. Kolor punktów zależy od stanu turbulencji w sensie geometrycznym, zgodnie z mapą ukazaną na rysunku 2.1.2. Zdecydowano się na przedstawienie dwóch rysunków. Pierwszy z nich zawiera szeregi czasowe współczynnika A_v dla czterech odcinków i został pokazany na rysunku 4.1.12.



Rysunek 4.1.12 Szeregi czasowe współczynnika A_v dla czterech wymienionych odcinków 1–4 (od góry do dołu). Kolory pod krzywą odpowiadają stanowi turbulencji zgodnie z rysunkiem 2.1.2. Szare prostokąty oznaczają lokalizację chmury. Pozioma linia oznacza $A_v = 1$

Wartość współczynnika zawiera się między ok. 0,4 a ok. 2,5. Kolor punktów sugeruje, iż turbulencja osiąga wiele stanów w trakcie przelotu. Niebieskie punkty występują dla wartości współczynnika bliskiego 1, co jest zgodne z przewidywaniami. W przebiegu występują również obszary, gdzie współczynnik A_v osiąga wartość różną od 1 co w połączeniu z kolorem czerwonym lub zielonym, wskazuje na odejście turbulencji od izotropii. Co więcej, nie występuje korelacja między obecnością chmury a konkretnym stanem turbulencji. Również warto zauważyć, że nigdzie nie mamy do czynienia z występowaniem określonego stanu przez dłuższy czas, punkty osiągają różne kolory na krótkie odcinki. Najczęściej punkty o kolorze czerwonym odpowiadają wartościom ekstremalnym, oznaczającym dominację jednej ze składowych w przepływie turbulentnym.

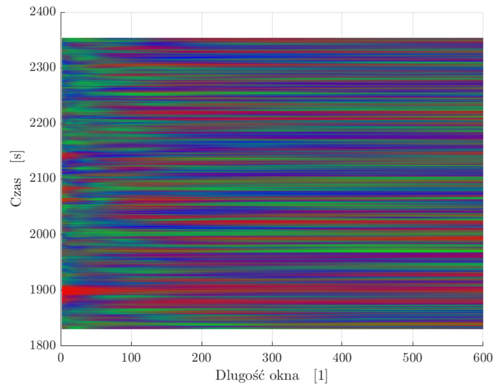
Z kolei analogiczny wykres dla współczynnika A_ε dla czterech odcinków został przedstawiony na rysunku 4.1.13:



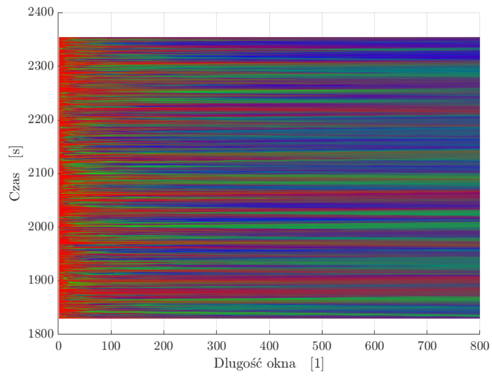
Rysunek 4.1.13 Szeregi czasowe współczynnika A_ε dla czterech wymienionych odcinków 1-4 (od góry do dołu). Kolory pod krzywą odpowiadają stanowi turbulencji zgodnie z rysunkiem 2.1.2. Szare prostokąty oznaczają lokalizację chmury. Pozioma linia oznacza $A_v = 1$.

Przebiegi zmienności współczynnika A_ε są bardzo podobne do przebiegów współczynnika A_e. Różnica polega na tym, że współczynnik ten znacznie częściej przyjmuje wartość mniejszą od 1, mimo iż w tym samym miejscu współczynnik A_v jest albo większy od 1, albo po prostu większy od współczynnika A_e. W odcinku 1 widać moment, w którym występuje znacząca dominacja ε dla składowej pionowej nad składowymi poziomymi, co zwiększa zakres osi Y. Podobny, lecz mniejszy efekt jest widoczny dla współczynnika A_v.

Obliczenie współczynnika A_v wiąże się z obliczeniem odpowiednich średnich kwadratów fluktuacji oraz elementów tensora a_{ij}. Obie te wielkości wymagają wyboru odpowiedniego okna do obliczania średniej biegnącej używanej do dekompozycji Reynoldsa, oraz okna do obliczania statystyk. Wpływ tych okien na kolor punktów został pokazany na rysunku 4.1.14.



(a) Okno do obliczania średniej biegnącej



(b) Okno do obliczania statystyk

Rysunek 4.1.14 Kolor punktów odpowiadający stanowi turbulencji, w zależności od długości okien

W obu przypadkach, dla mniejszych wielkości okien kolory współczynników zmieniają się silnie, a powyżej określonej wielkości zmieniają się słabiej. Wybór obu parametrów we wcześniejszych rysunkach odpowiada wyborowi parametrów w przypadku obliczania ε oraz L, to jest okno do obliczania średniej wynosi 150 punktów, a okno do obliczania statystyk wynosi 350 punktów. Wybór ten gwarantuje, iż przedstawione przebiegi są niezależne, lub też słabo zależne od parametrów.

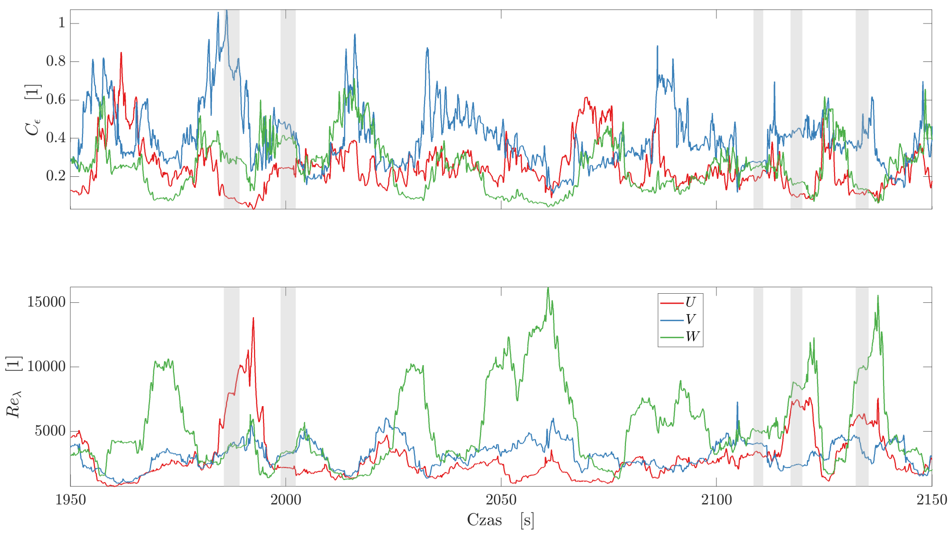
Wartości współczynników wraz z kolorami punktów wskazują na odejście od anizotropii w przyjętych skalach. Może być to związane z występowaniem efektów wyprowadzających turbulencję ze stanu równowagi.

4.1.4. Nierównowaga

Po obliczeniu wielkości podstawowych w turbulencji, można przejść do obliczenia wielkości pochodnych związanych z przedstawioną wcześniej teorią turbulencji nierównowagowej. Wielkości te obejmują liczbę Reynoldsa Re_λ oraz współczynnik C_ε. Obliczone zostały one dla każdej z trzech składowych, korzystając z odpowiednich wielkości dla danej składowej, np.:

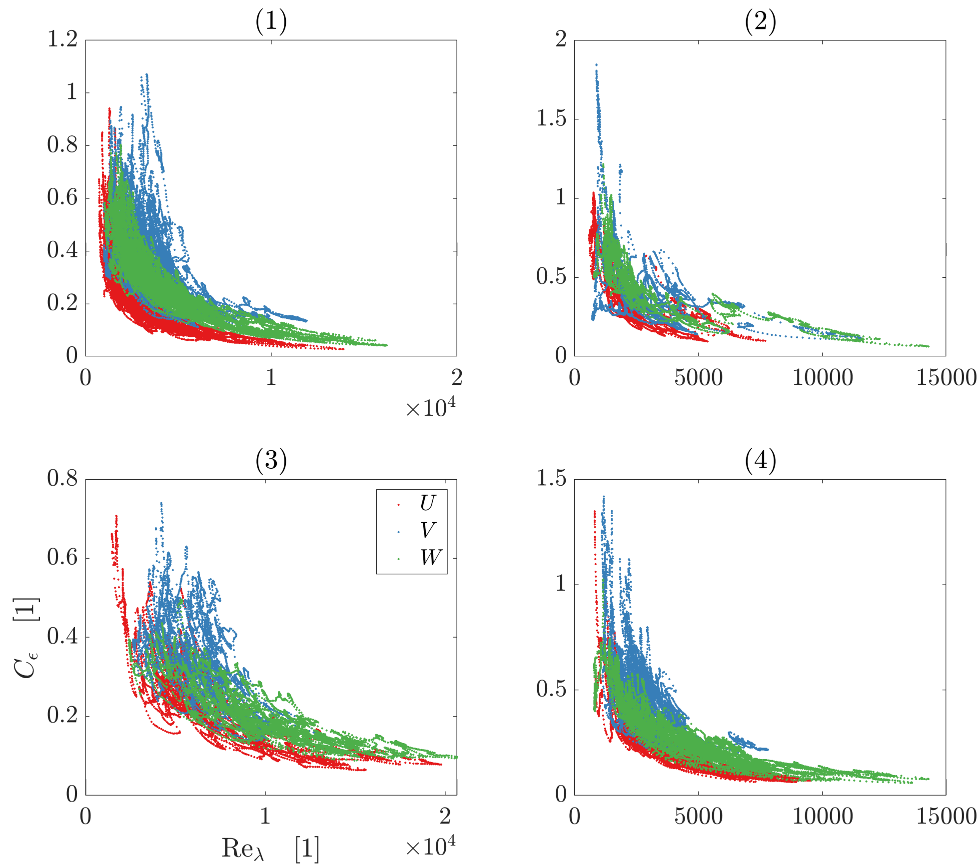
$$C_{\varepsilon_{u'}} = \frac{\varepsilon_{u'} L_{u'}}{\sigma_{u'}^3}. \tag{62}$$

W tym wypadku zamiast z fluktuacji u' skorzystano z odchylenia standardowego. Efektywnie odchylenie standardowe jest miarą średniej fluktuacji, a liczone jest z oknem τ_a. Szeregi czasowe wielkości C_ε i Re_λ dla odcinka pierwszego zostały zaprezentowane na rysunku 4.1.15:



Rysunek 4.1.15 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 1. Górny panel – współczynnik C_ϵ, dolny panel – liczba Reynoldsa na podstawie mikroskali Taylora. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur.

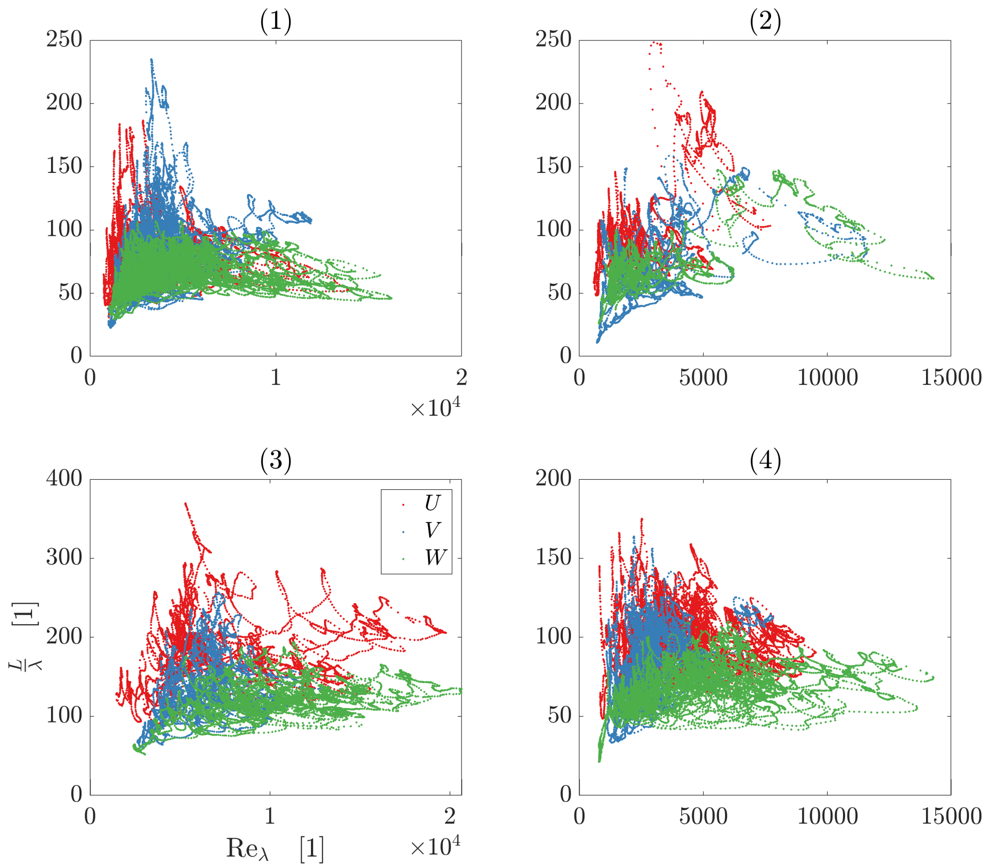
Wartości obu zmiennych fluktuują, i na pierwszy rzut oka trudno dojść do jednoznacznej konkluzji. W ogólności, w miejscach gdzie współczynnik C_ε jest wyższy, liczba Reynoldsa jest niższa. Podwyższenie wartości Re_λ koreluje z obecnością chmur. W niektórych miejscach przebiegi tych wielkości są do siebie podobne, a w niektórych różnią się znacząco między składowymi. Dla pozostałych odcinków sytuacja wygląda podobnie, dlatego też dla czytelności przebiegi te nie zostaną zaprezentowane. Pomocniejszym okazuje się być wykres na podstawie relacji zdefiniowanej równaniem (40), między Re_λ a C_ε. Takie wykresy zostały przedstawione na rysunku 4.1.16.



Rysunek 4.1.16 Wykres zależności współczynnika C_ε od liczby Reynoldsa dla czterech odcinków. Kolorami zaznaczono zależności dla trzech składowych prędkości. Numerki nad wykresami oznaczają odpowiadający odcinek

Na wszystkich panelach wykresu możemy zauważyć punkty układające się wzdłuż hiperboli. Dla wysokich liczb Reynoldsa ramię hiperboli może być potraktowane jako odcinek o stałej wartości C_ϵ, jednak dla mniejszych wartości C_ϵ zmienia się. Hiperboliczna zależność występuje dla wszystkich odcinków i wszystkich składowych prędkości. Współczynnik hiperboli nie był wyznaczany, a jest związany z równowagową lokalną liczbą Reynoldsa oraz równowagowym współczynnikiem $\overline{C_\varepsilon}$. W tym kontekście główną kwestią jest sama hiperboliczna zależność, współczynniki równowagowe nie mają prostej interpretacji.

Dodatkowo sporządzono wykres zależności stosunku integralnej skali długości do mikroskali Taylora od liczby Reynoldsa. Stosunek $\frac{L}{\lambda}$ określa rozmiar strefy inercyjnej.



Rysunek 4.1.17 Wykres zależności stosunku integralnej skali długości do mikroskali Taylora od liczby Reynoldsa dla czterech odcinków. Kolorami zaznaczono zależności dla trzech składowych prędkości. Numerki nad wykresami oznaczają odpowiadający odcinek

Zależności te różnią się między odcinkami, oraz między składowymi wewnątrz odcinka. Dla odcinków 1 i 4 zmienność rozmiaru strefy inercyjnej dla składowej pionowej jest najmniejsza, natomiast dla składowej poprzecznej jest największa. Dla odcinków 2 i 3 rozmiar strefy inercyjnej zdaje się rosnąć wraz z liczbą Reynoldsa zgodnie ze wzorem (34), natomiast dla pozostałych odcinków dla wyższych liczb Reynoldsa zależność ta wypłaszcza się sugerując istnienie turbulencji nierównowagowej.

4.2. Badanie rekurencji

Analiza szeregów czasowych z wykorzystaniem metod używanych w badaniach układów dynamicznych będzie opierała się o metodę ilościowej analizy rekurencji.

W niniejszym rozdziale w pierwszej kolejności przedstawiony zostanie wpływ parametrów na wyniki, tj. na macierze rekurencji oraz na wielkości uzyskiwane w metodzie IAR, a dokładnie jej czasowozależnej wersji. Następnie zaprezentowane zostaną wyniki otrzymane wskutek zastosowania czasowozależnej metody IAR do szeregów czasowych. Na koniec zostanie zaprezentowana propozycja wykorzystania wyników do rozdzielenia poszczególnych sekcji danych na podstawie statystyki warunkowej.

Na procedurę otrzymania szeregów czasowych zmiennych w IAR składa się:

1. Obliczenie wartości wektora dla całego przebiegu.
2. Wydzielenie częśc trajektorii o długości N ze środkiem w punkcie $t_0 + N/2$.
3. Wyznaczenie macierzy rekurencji, a na jej podstawie wielkości z IAR.
4. Przesunięcie odcinka o jeden punkt.
5. Powtórzenie kroków 2-4, aż do osiągnięcia punktu $n - N/2$.

Treść tego rozdziału będzie w dużej mierze opierała się na analizach zawartych w publikacji autora [85], z tą różnicą, że przytoczone tutaj przykłady odzwierciedlają wyniki na podstawie danych z innego lotu, a same analizy będą pogłębione i rozszerzone.

4.2.1. Wybór i wpływ parametrów

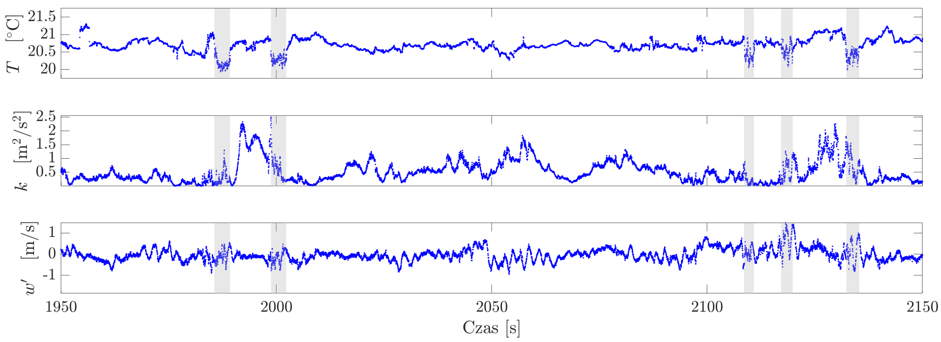
W ogólności metoda analizy ilościowej rekurencji nie posiada tak silnych ograniczeń jak w przypadku metod analizy turbulencji. Poza samym wektorem, do obliczenia macierzy rekurencji potrzebne są w istocie, dwa parametry: próg rekurencji i rozmiar macierzy. Zawartość macierzy rekurencji wpływa na wyniki analizy ilościowej rekurencji, w której stosowany jest jeszcze jeden parametr, minimalna długość linii używanej w obliczaniu DET, LAM, L i TT.

4.2.1.1 Wektor

Wektor, którego rekurencje bada się w metodzie IAR, powinien dobrze charakteryzować badany układ. Z pokładu samolotu dokonuje się pomiaru wielu zmiennych, jednak nie wszystkie z nich są użyteczne dla analiz dynamiki powietrza chmurowego. Niektóre, na przykład wysokość nad poziomem morza, służą celom diagnostycznym. Prędkość przepływu i temperatura są dobrymi kandydatami, jednak nie wszystkie składowe prędkości dostarczają tyle samo przydatnych informacji. W związku z ruchami konwekcyjnymi, siłą wyporu i rolą strumieni ciepła i wilgotności, pionowa składowa prędkości wyróżnia się na tle dwóch pozostałych. Fluktuacja temperatury jest miarą mieszania chmury z otoczeniem, związana jest z jej stadium rozwoju. Biorąc pod uwagę powyższe, do analizy IAR szeregów czasowych zdefiniowano następujący wektor $\vec{x}$:

$$\vec{x} = [T, w', k], \tag{63}$$

gdzie T to temperatura, w' to fluktuacja prędkości pionowej, a k to energia kinetyczna turbulencji. Do obliczenia fluktuacji i energii kinetycznej turbulencji potrzebny jest dobór szerokości okna do dekompozycji Reynoldsa. Energia kinetyczna turbulencji jest prostym kwantyfikatorem siły turbulencji w przepływie, niewymagającym założeń i parametrów innych niż wspomniana szerokość okno. W tym przypadku k jest liczone jako połowa sumy kwadratów fluktuacji trzech składowych prędkości, a średnia do obliczania fluktuacji jest obliczana po całym odcinku poziomym. Przebiegi składowych wektora dla odcinka pierwszego zostały przedstawione na rysunku 4.2.1. Wartość energii kinetycznej turbulencji jest podwyższona w chmurach, jednak w tym wypadku osiąga największe wartości między chmurami.

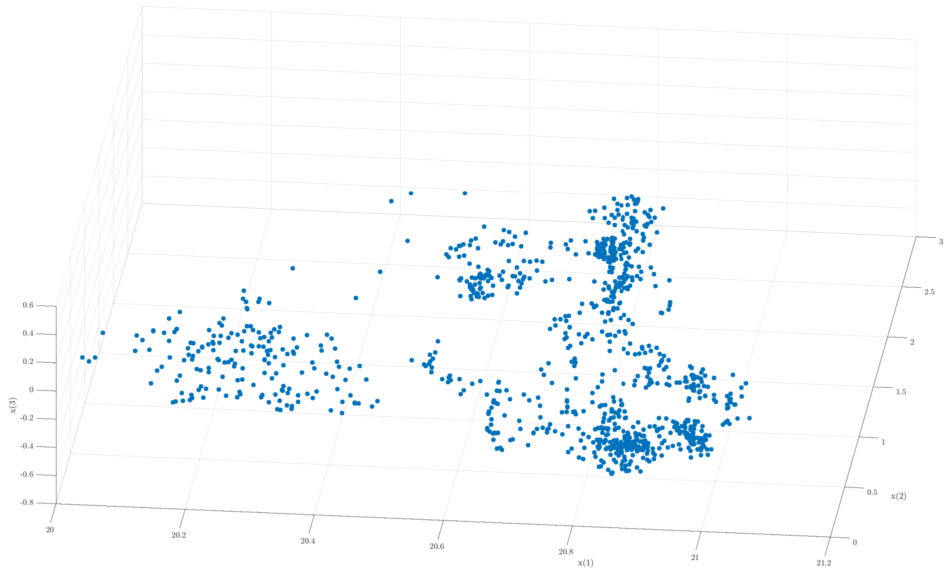


Rysunek 4.2.1 Szeregi czasowe składowych wektora, górny panel: temperatura, środkowy panel: fluktuacja prędkości pionowej, dolny panel: energia kinetyczna turbulencji. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur

Można przyjąć, że przepływy atmosferyczne opisywane są przez układ wielu równań, w skład których wchodzą równania Naviera-Stokesa, równanie stanu oraz równania opisujące pozostałe procesy. Wtedy tak zdefiniowany wektor prezentuje stan w podprzestrzeni fazowej, gdzie została ona wydzielona wskutek dostępności danych. Trzeba tutaj zaznaczyć, iż nie ma podstaw sądzić aby powstała podprzestrzeń była ortogonoalna. Jest ona przestrzenią stanów wektora $\vec{x}$, ale nie spełnia założeń dla przestrzeni fazowej układu dynamicznego.

W momencie gdy nie ma dostępnej informacji na temat dynamiki układu w pełnej przestrzeni fazowej, jej struktura może zostać odzyskana za pomocą procedury osadzania (ang. *embedding*). Jest ona często [43] stosowana do konstrukcji wektora w analizie ilościowej rekurencji i polega na sztucznym zwiększeniu wymiaru wektora o jego kopie przesunięte w czasie. W tym wypadku nie zostanie zastosowana, gdyż wykracza ona poza zakres pracy, oraz zakłada się, że wybrany wektor oddaje dynamikę układu. Przeprowadzenie analizy IAR w oparciu o jedną ze składowych zaproponowanego wektora, ale poddaną procedurze osadzania stanowi potencjalny kierunek przyszłych analiz.

Fundamentem analizy rekurencji jest charakterystyka ewolucji wektora. Pomocnym w tym wypadku może się tu okazać narysowanie trajektorii wektora w przestrzeni fazowej, co jest możliwe ze względu na wymiar wektora. Taką przykładową trajektorię przedstawia rysunek 4.2.2.



Rysunek 4.2.2 Trajektoria wektora w przestrzeni fazowej. Każdy punkt odpowiada innej chwili czasowej

Punkty zlokalizowane są w pewnych formacjach. Skupione w jednym mniejszym obszarze, jak np. po prawej części rysunku, odpowiadają za stan ustalony z pewnymi fluktuacjami. Tworzące krzywą odpowiadają przejściu z jednego stanu do innego. Rozproszone na większym obszarze lub odizolowane odpowiadają fluktuacjom szeregów czasowych.

4.2.1.2 Próg rekurencji

W przypadku tak zdefiniowanego wektora próg rekurencji określa promień sfery wokół danego punktu w czasie. Punkty trajektorii leżące wewnątrz tej sfery są punktami rekurencji wobec punktu środka sfery i odpowiadają czarnym punktom na wykresie rekurencji.

Wybór wartości progu umotywowany jest chęcią uchwycenia odpowiedniej liczby punktów. Odbywa się on na kilka sposobów, jednak większość z nich związana jest ze ściśle zdeterminowanymi układami dynamicznymi. W przypadku tej pracy wielkość progu rekurencji będzie określana jako 10% maksymalnej średnicy przestrzeni fazowej. Dla wektora zdefiniowanego za pomocą równania (63) jest ona liczona jako średnica sfery, w której zawierają się wszystkie punkty wektora w czasie, w danym odcinku poziomym. Ta z kolei zależy od zakresu zmienności składowych wektora w czasie, który w ogólności jest różny dla każdej ze składowych. Średnia temperatura w przebiegach jest na poziomie kilkunastu °C i w ramach jednego odcinka waha się ona o kilka stopni. Maksymalna amplituda fluktuacji pionowej składowej prędkości wiatru jest rzędu kilku $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ i zależy od długości okna do dekompozycji. Wartość energii kinetycznej turbulencji, która jest dodatnio określona i jej wartości dochodzą do kilkunastu $\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$ również zależy od długości okna do dekompozycji. W przypadku analiz w tej pracy okno do dekompozycji wykorzystywane do obliczania składowych wektora używanego w metodzie IAR będzie równe długości całego odcinka poziomego.

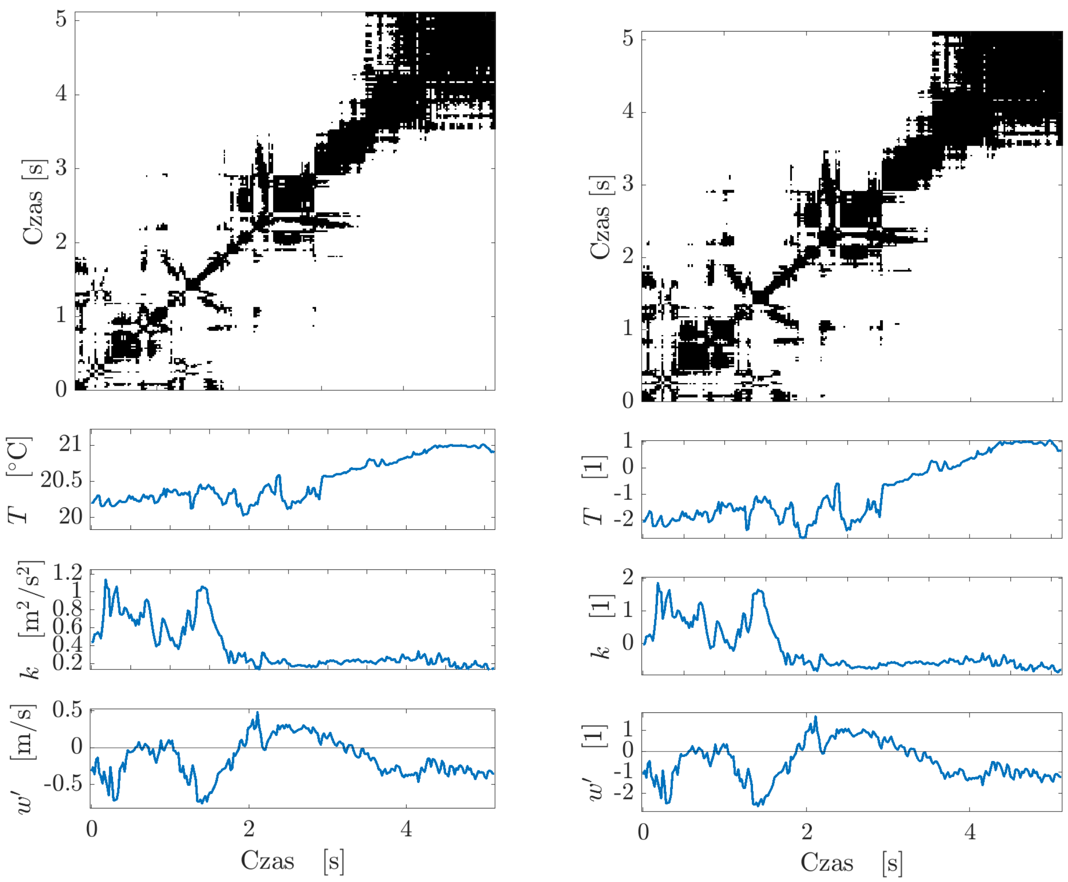
Aby jednakowo uchwycić zmienność tych składowych, są one normalizowane. Dzięki temu odległości między punktami we wszystkich trzech kierunkach odpowiadać będą tym samym odchyleniom od średniej. Zaproponowana normalizacja wyraża się następującym wzorem:

$$X_n = \frac{x_n - \mu_{x_n}}{\sigma_{x_n}}, \tag{64}$$

gdzie μ_{x_n} to średnia danej składowej x_n, a σ_{x_n} to jej odchylenie standardowe. Zarówno średnia, jak i odchylenie standardowe mogą być liczone względem zespołu statystycznego o pewnej wielkości, która może być proporcjonalna do pozostałych okien lub równa całej szerokości odcinka. W pracy obie wielkości są obliczane na podstawie całego poziomego odcinka lotu, z którego pochodzą dane, co umotywowane jest faktem iż temperatura na danej wysokości jest zazwyczaj stała, pomijając wpływy lokalne (np. chmury). Szeregi czasowe mają wtedy średnią równą zero, a ich odchylenie standardowe może być różne, jednak w większości przypadków wartości zmiennych zawierają się w przedziale $[-5{,}5]$. Z tego powodu zdecydowano się na wybranie progu rekurencji równego 1. Efekt takiej normalizacji na wygląd macierzy rekurencji został przedstawiony na rysunku 4.2.3.

Macierz rekurencji po lewej stronie, obliczona dla nieznormalizowanego wektora, składa się z mniejszej ilości czarnych punktów. Widoczne są białe pasy, których obecność wynika głównie z fluktuacji k. Macierz po prawej posiada trochę więcej punktów czarnych widocznych jest też więcej struktur, jak np. prostych czarnych linii. Odcinek został dobrany tak, aby uwzględniał przelot przez chmurę i jej brzeg oraz otaczające powietrze, gdzie oczekiwana jest bogata dynamika.

Warto zauważyć, iż wartość ϵ w przypadku lewej macierzy wynosi 0,25 a w przypadku prawej 1. Dla znormalizowanego odcinka próg rekurencji pozostałby na stałym poziomie, a dla nieznormalizowanego odcinka musiałby być dostosowywany. Taki próg nie mógłby być interpretowany jako promień sfery, a pewien charakterystyczny rozmiar elipsoidy.



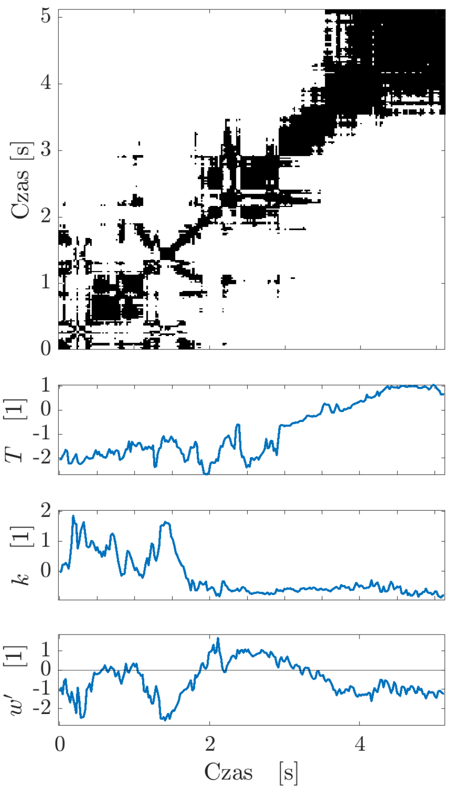
(a) Brak normalizacji, $\epsilon = 0{,}25$ (b) Normalizacja, $\epsilon = 1$

Rysunek 4.2.3 Macierze rekurencji wraz z przebiegami składowych wektora $\vec{x}$, dla wycinka szeregów czasowych o długości 256 punktów

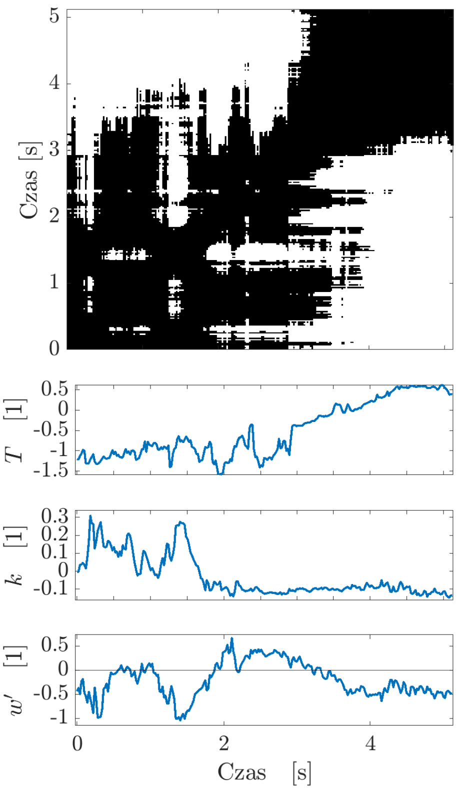
Taka normalizacja jest wadliwa w przypadku odcinków na różnych wysokościach odpowiadających różnym stanom fizycznym. Dla odcinków bezchmurnych, o relatywnie gładkim przebiegu wielkości, dowolna mała fluktuacja będzie przeszacowana w porównaniu do fluktuacji w odcinku z chmurami. W związku z tym należy zachować czujność, chcąc porównywać wyniki analizy między różnymi odcinkami lotu, a definicja zawarta w równaniu (64) powinna brać pod uwagę szerszy kontekst pomiarów. Proponowany jest inny sposób normalizacji, biorący pod uwagę tę samą średnią w stosunku do danego odcinka, jednak ze zmienionym odchyleniem standardowym, które zmienia objętość przestrzeni fazowej. Proponowane jest zastosowanie efektywnego odchylenia standardowego obliczanego jako średnia ważona odchyleń standardowych zmiennych w odcinkach zawierających chmury:

$$\sigma_{x_n,eff} = \frac{1}{NN} \sum^{b} \sigma_{x_n,b} \cdot NN_b, \tag{65}$$

gdzie b to indeks odcinka, NN_b to liczba punktów w odcinku, a NN to liczba punktów we wszystkich odcinkach. Co za tym idzie, w zależności od tego, czy $\sigma_{x_n,eff}$ będzie większe lub mniejsze od σ_{x_n} dla danego odcinka poziomego, nastąpi kurczenie lub rozszerzanie przestrzeni fazowej, jednak jej objętość pozostanie taka sama dla wszystkich odcinków. Wpływ wykorzystania nowej definicji (65) na przykładowy segment danych został przedstawiony na rysunku 4.2.4.



(a) Stara normalizacja

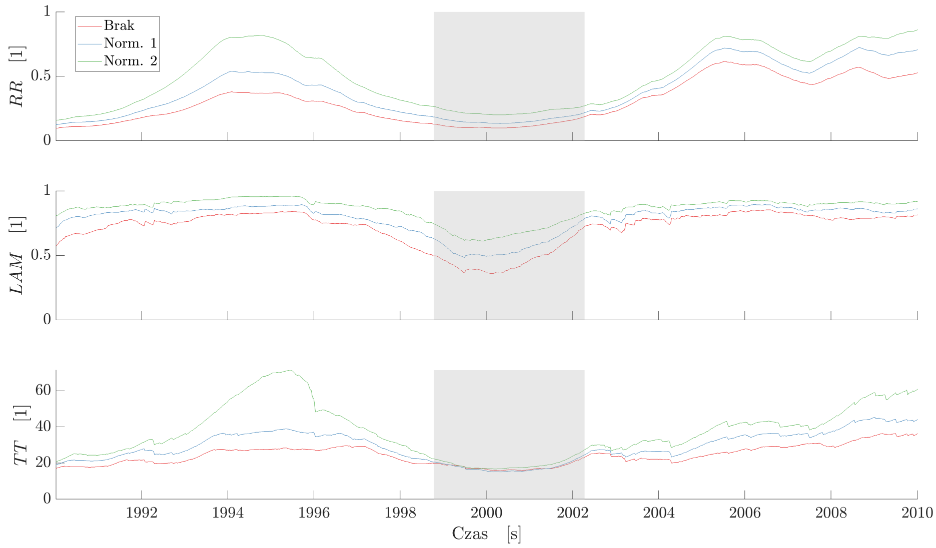


(b) Nowa normalizacja

Rysunek 4.2.4 Rysunek analogiczny jak 4.2.3, ale porównujący dwie normalizacje

Efekt jest subtelniejszy od wcześniej przedstawionego, gdzie nowa normalizacja ukazuje więcej czarnych punktów oraz linii w miejscach, w których ich wcześniej nie było lub były obecne ich zalążki. Normalizacja ma wpływ na macierze, a co za tym idzie, na czasowozależną analizę ilościową rekurencji, co zostało zaprezentowane na rysunku 4.2.5.

Dla wszystkich trzech wybranych zmiennych ich wartości są najmniejsze przy braku normalizacji, a największe dla normalizacji danej za pomocą wzoru 65. Wybór normalizacji nie wpływa znacząco na przebieg zmiennych, a zielona krzywa ukazuje efekty związane z podwyższonym parametrem RR i TT. Oba te fakty są bezpośrednio związane z gęstością czarnych punktów, która z kolei wynika z liczby punktów zawartej w sferze z powodu zmiennej objętości przestrzeni fazowej.



Rysunek 4.2.5 Przebieg zmienności wielkości RR (górny panel), LAM (środkowy panel) i TT (dolny panel) dla trzech różnych normalizacji. Szarym kolorem zaznaczono obszar chmury

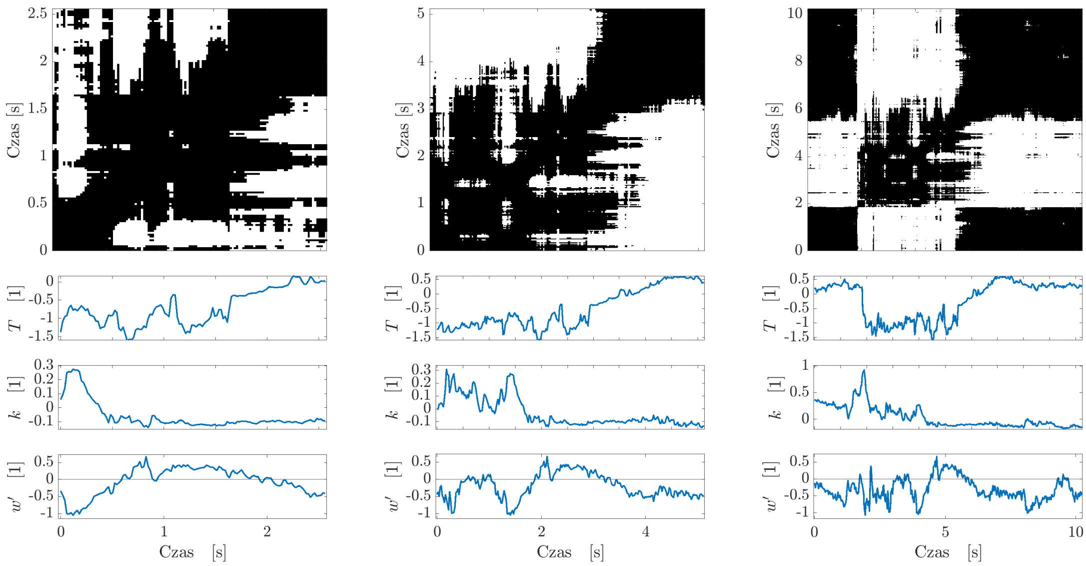
Normalizacja jest konieczna, aby porównywać odcinki danych między lotami. Użycie nowej normalizacji w zaprezentowanych przypadkach zdaje się zawierać dostatecznie dużo czarnych punktów, aby w miejscach podejrzanych o bogatą dynamikę macierze posiadały mnogość struktur. W ostateczności współczynniki normalizujące wektor zależą od zebranych danych, jednak w obrębie jednego zestawu danych są, według autora, uczciwą reprezentacją ich zmienności.

Zakres zmienności składowych wektora w obu normalizacjach jest zbliżony, przez co zdecydowano się na wybranie $\epsilon = 1$. W tym miejscu należy zaznaczyć, iż ze względu na niejednorodną naturę szeregów czasowych, ich rozkład może po normalizacji mieć szeroki zakres, wpływający na próg rekurencji. W tym przypadku w szeregach czasowych obecne są chmury, które wpływają na rozkład zmiennych, poszerzając zakres ich zmienności. W przypadku gdy mielibyśmy do czynienia z przelotem przez odcinek bezchmurny, można spodziewać się mniejszej zmienności temperatury oraz niższej wariancji prędkości wiatru. To również wpływałoby na wartość progu rekurencji, dlatego należałoby potraktować wszystkie z nich jednakową normalizacją, korzystającą z pewnych charakterystycznych wariancji aby porównywać różne odcinki wewnątrz lotu. Wyznaczenie takowych z zadowalającą dokładnością wymagałoby większego zestawu danych. Autorzy prac o analizie ilościowej rekurencji wspominają również o innych metodach wyboru progu rekurencji, które mogą zostać wykorzystane w przyszłych analizach.

4.2.1.3 Rozmiar macierzy

Drugim parametrem wejściowym potrzebnym do skonstruowania macierzy rekurencji jest jej rozmiar, tj. długości wycinka trajektorii wektora. W rozważaniach teoretycznych można pokusić się o obliczenie macierzy dla 30-minutowego odcinka danych. W praktyce wiąże się to ze skonstruowaniem macierzy 90000×90000, a w wyniku dalszej analizy ilościowej rekurencji otrzymuje się jeden zestaw liczb. Z kolei jak wcześniej wspomniano, czasowo zależna IAR korzysta z wycinków trajektorii do otrzymania zależności parametrów w czasie. Kosztem tego jest utrata informacji na temat związku między punktami trajektorii oddalonych o więcej niż N punktów. Wybór rozmiaru macierzy powinien być po pierwsze podyktowany charakterystycznym rozmiarem analizowanych struktur. W przypadku danych samolotowych, taką strukturą jest chmura, która ma zwykle długość kilkuset punktów.

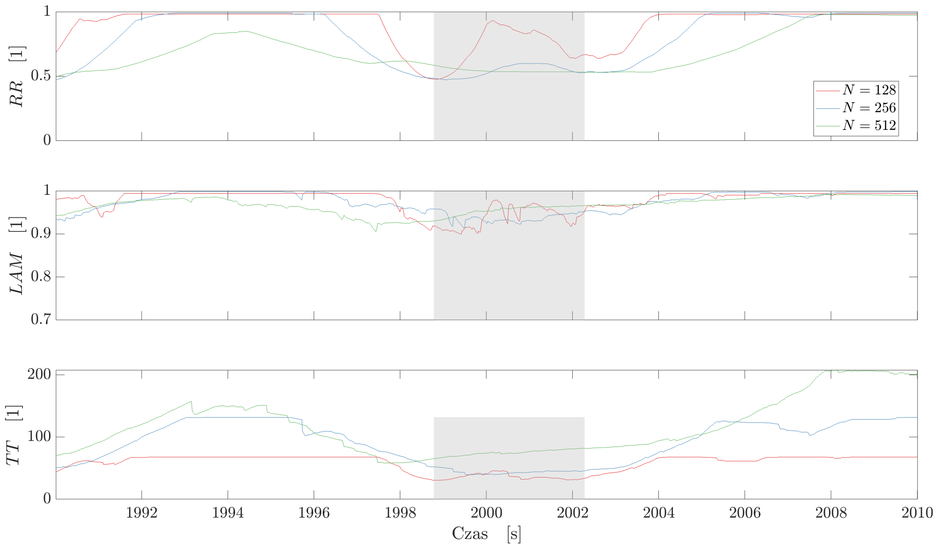
Analogicznie do poprzedniego parametru na rysunku 4.2.6 zaprezentowano wpływ długości wektora na macierz rekurencji. W tym wypadku macierze od lewej do prawej reprezentują coraz większy wycinek wektora, a co za tym idzie, macierz lewa zawiera się w środkowej, a środkowa w prawej. Zawieranie coraz większych wycinków może spowodować istnienie wcześniej niewystępujących struktur na rogach macierzy i wzdłuż diagonali, co z kolei wpływa na wielkości w IAR. Wpływ ten został przedstawiony na rysunku 4.2.7.



(a) $N = 128$ (b) $N = 256$ (c) $N = 512$

Rysunek 4.2.6 Macierze rekurencji oraz przebiegi towarzyszących im zmiennych dla trzech różnych długości wycinków wektora

Zwiększanie rozmiaru macierzy we wszystkich trzech przypadkach wygładza krzywą i zmienia jej monotoniczność. Powoduje to, iż dla obiektów takich jak mniejsze chmury jedna wartość obliczona np. jej środku będzie posiadała mocne wpływy powietrza pozachmurowego i nie zostanie uchwycona jako zmiana dynamiki układu. Analogiczna sytuacja będzie miała miejsce dla powietrza pozachmurowego, gdzie wpływ powietrza chmurowego zaniży wartości parametrów. Z kolei dla zbyt małej wielkości macierzy przebieg jest poszarpany, a macierz nie zawiera efektów występujących wewnątrz chmury oddalonych od siebie o N. W niniejszej pracy zdecydowano się na rozmiar równy 256, chyba że wskazano inaczej. Jest to umotywowane wybraniem wartości "pośrodku", która analogicznie do okna do uśredniania powoduje, że macierze zawierają wystarczająco bogatą dynamikę, ale nie powodują homogenizacji i wygładzenia szeregów czasowych.

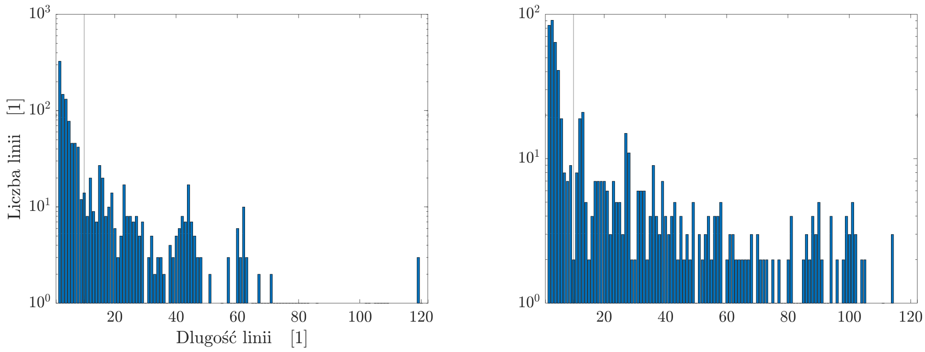


Rysunek 4.2.7 Przebieg zmienności wielkości RR (górny panel), LAM (środkowy panel) i TT (dolny panel) dla trzech różnych normalizacji. Szarym kolorem zaznaczono obszar chmury.

4.2.1.4 Minimalna długość linii v_{min}

Parametr v_{min} (i analogicznie l_{min}) używany jest w definicji wielkości korzystających z histogramu długości linii w macierzy rekurencji. Interpretacja parametru l_{min} upraszcza się, gdy spojrzy się na histogram linii w macierzy. Taki histogram dla macierzy z poprzednich przykładów został ukazany na rysunku 4.2.8.

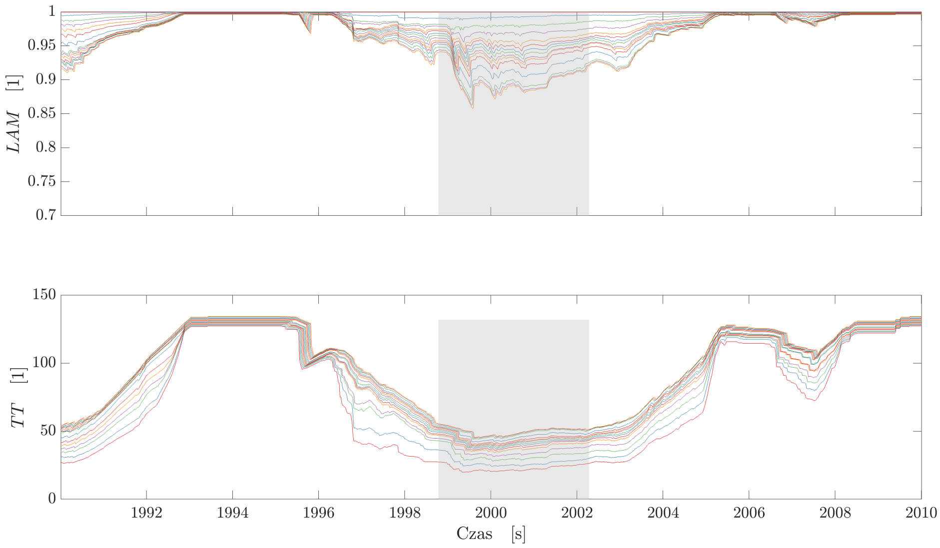
Liczba linii o długości mniejszej niż 10 jest znacznie większa niż liczba pozostałych linii. Cytując pracę [43], wyboru l_{min} dokonuje się podobnie jak okna Theilera [86], z tą różnicą, że histogram $P(l)$ może się rozrzedzić przy zbyt dużym l_{min} co zmniejszy rzetelność DET.



Rysunek 4.2.8 Przykładowy histogram długości linii skośnych (lewy panel) i pionowych (prawy panel) w macierzy rekurencji. Pionową linią zaznaczono linię odpowiadającą $l_{min} = v_{min} = 10$

Okno Theilera to obszar, w którym zawarte są sąsiadujące punkty na trajektorii, w sensie zarówno przestrzeni fazowej, jak i czasu. Okno to można wyznaczyć na przykład poprzez *wykres rozdziału czasu i przestrzeni* (ang. *space-time separation plot*, STP) [87]. Sposób jego otrzymania i interpretację zawarto w dodatku B. Na podstawie wykresu rozdziału czasu i przestrzeni zdecydowano się na wybranie $v_{min} = l_{min} = 10$. Wpływ wyboru l_{min} na wybrane parametry IAR pokazany został na rysunku 4.2.9.

Wpływ l_{min} na wielkości otrzymywane w IAR jest jednoznaczny, tj. im mniejsza wartość l_{min}, tym więcej linii jest brane pod uwagę, co podwyższa wartość DET i LAM, aż do wartości granicznej $l_{min} = 1$, gdzie z definicji oba te parametry są równe jeden. Z kolei obniżanie l_{min} obniża wartość LL i TT.



Rysunek 4.2.9 Przebieg zmienności parametrów LAM i TT w zależności od wartości parametru v_{min}. Ze względu na jednoznaczny wpływ pominięto legendę, a krzywe odpowiadają wartościom kolejno od $v_{min} = 1$ do $v_{min} = 15$: od góry do dołu (górny panel), od dołu do góry (górny panel)

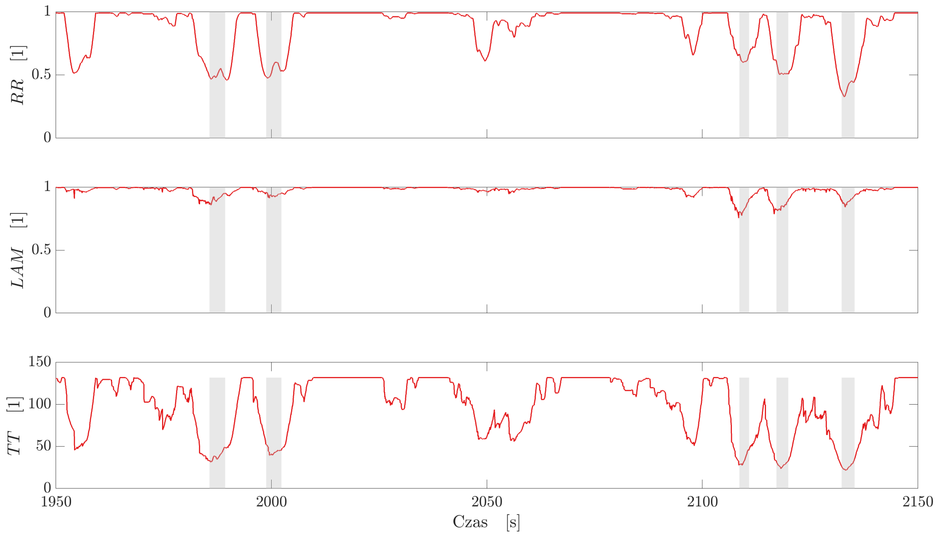
4.2.2. Analiza czasowozależna

Mając do dyspozycji szeregi czasowe wielkości tworzących wektor można przeprowadzić czasowozależną analizę ilościową rekurencji dla całego odcinka poziomego. Do analizy wybrano pierwszy z czterech dostępnych odcinków. W tym miejscu należy zaznaczyć, iż ze względu na brak danych o temperaturze z częstotliwością 50 Hz dla późniejszych lotów niemożliwe było wykonanie analizy IAR dla odcinków w tych lotach, w tym dla odcinka nr 3.

Na pojedynczych macierzach, na podstawie których obliczane są wartości w IAR, obecne są różne struktury, niektóre z nich zostały wspomniane wcześniej w rozdziale 2.2. Ze względu na dużą liczbę macierzy, nie będą one poszczególnie analizowane, a główny nacisk zostanie położony na wartości otrzymywane wskutek analizy ilościowej rekurencji, która bierze pod uwagę określone typy struktur, takie jak linie skośne i poziome.

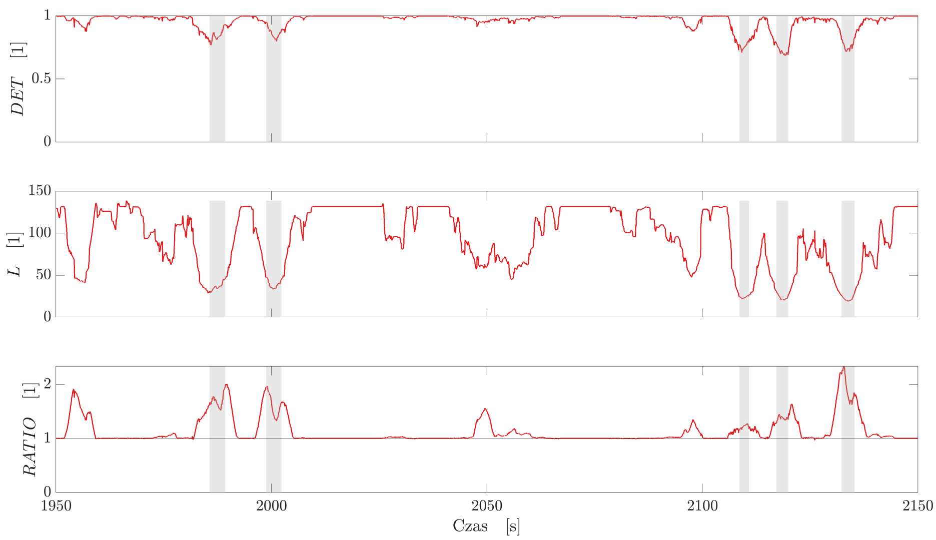
Przebieg wszystkich wielkości dla odcinka został przedstawiony na rysunkach

4.2.10 i 4.2.11.



Rysunek 4.2.10 Szeregi czasowe wielkości: Recurrence Rate (górny panel), laminarności LAM (środkowy panel), czasu uwięzienia TT (dolny panel), dla odcinka pierwszego. Szarymi prostokątami zaznaczono obszar występowania chmury

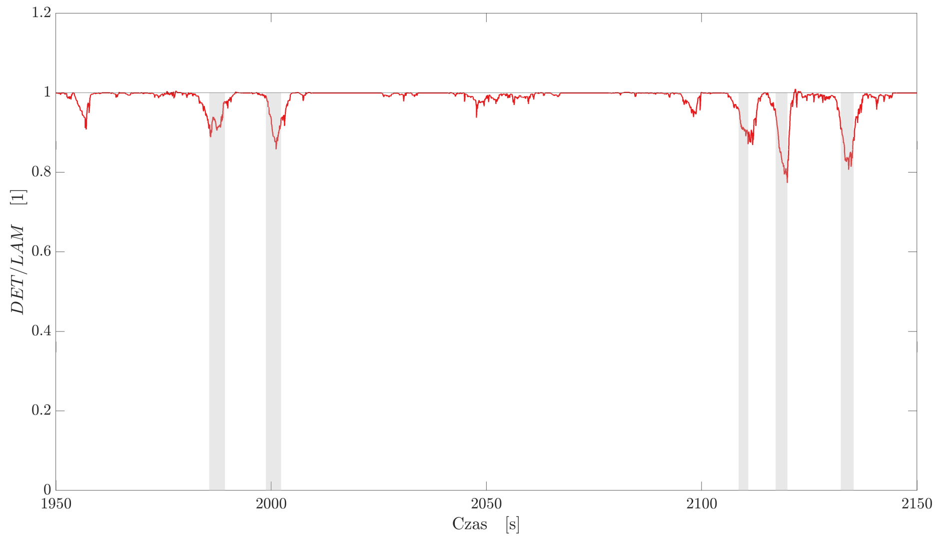
Rysunki dostarczają mnóstwa wartościowych informacji pomimo, że niektóre zmienne nie są niezależne. Stosunek rekurencji fluktuuje, wskazując na to, iż macierze mogą posiadać od ok. 15% do 100% punktów czarnych. Organizacja punktów w linie określona jest przez zmienność LAM i DET, przebiegającą bardzo podobnie, co może wskazywać na występowanie czarnych prostokątów, w których obecne są zarówno linie diagonalne, jak i pionowe. Przebieg wielkości TT i LL pokazuje, że kiedy DET i LAM pozostają na stałym poziomie, wartości TT i LL mogą się zmieniać, co mówi o tym, iż punkty organizują się w linie o większej długości. Przebieg zmienności $RATIO$ wskazuje na zmiany jakościowe w dynamice układu, gdzie dla stałych wartości DET, wartość RR zmniejsza się.



Rysunek 4.2.11 Szeregi czasowe wielkości: RR (górny panel), laminarności LAM (środkowy panel), czasu uwięzienia TT (dolny panel), dla odcinka pierwszego. Szarymi prostokątami zaznaczono obszar występowania chmury.

Warto również zauważyć, iż zmiany w przebiegach tych wielkości korelują z miejscami występowania chmur. Obecność chmury jest zaburzeniem, w którym punkty na trajektorii fluktuują, co wpływa na mniejszą liczbę punktów czarnych w macierzy, a to wiąże się z niższymi wartościami badanych wielkości.

Wielkością pozwalającą na rozróżnienie zmienności DET i LAM może być ich stosunek, ukazany na rysunku 4.2.12.



Rysunek 4.2.12 Szereg czasowy stosunku DET do LAM. Szarymi prostokątami zaznaczono obszar występowania chmury.

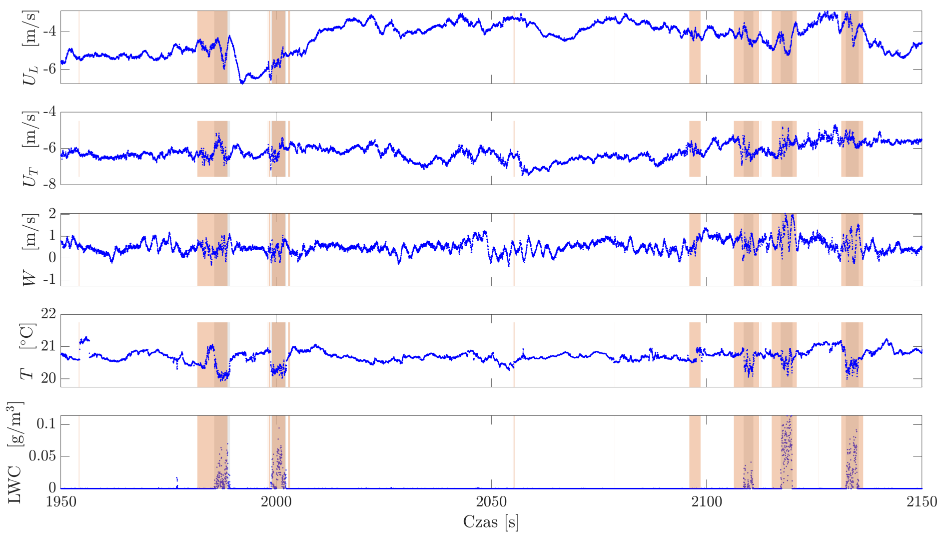
Stosunek ten jest mniejszy od 1 dla całego odcinka, z wyjątkiem kilku punktów. Oznacza to, że punkty w macierzy organizują się częściej w linie poziome niż diagonalne.

W ogólności otrzymywane wartości parametrów niekoniecznie muszą być związane z występowaniem rekurencji. W przykładzie, w którym analizowano układ Lorenza, wartości parametrów miały bezpośrednie przełożenie na zjawisko rekurencji. W przypadku odcinków chmurowych wartości parametru zmieniają się, sugerując zmianę dynamiki układu jako takiej. Dzięki temu można badać przebiegi wielkości otrzymywanych w IAR jako wyznaczników przemian w układzie.

4.3. Statystyki warunkowe

Przebieg zmienności parametrów DET i LAM koreluje z obecnością chmur i obszarów turbulentnych. Z tych dwóch zmiennych LAM ma bezpośredni związek z występowaniem obszarów o ustalonym stanie, mającym interpretację przepływu laminarnego lub obszarów występowania intermitencji. Dodatkowo, linie pionowe występują częściej niż poziome.

Dokonano podziału szeregów czasowych lotu ze względu na wartości LAM. Poprzez wybranie pewnego poziomu tej wielkości, można wyróżnić na segmenty o większej zmienności (tutaj nazywane turbulentnymi), i segmenty o mniejszej zmienności, oba ukazane na rysunku 4.3.1.



Rysunek 4.3.1 Przebiegi, od góry do dołu: panele 1–3 – trzech składowych prędkości wiatru, panel 4 – temperatury, panel 5 – zawartości wody chmurowej. Pomarańczowymi prostokątami zaznaczono obszary, w których $LAM < 0{,}95$

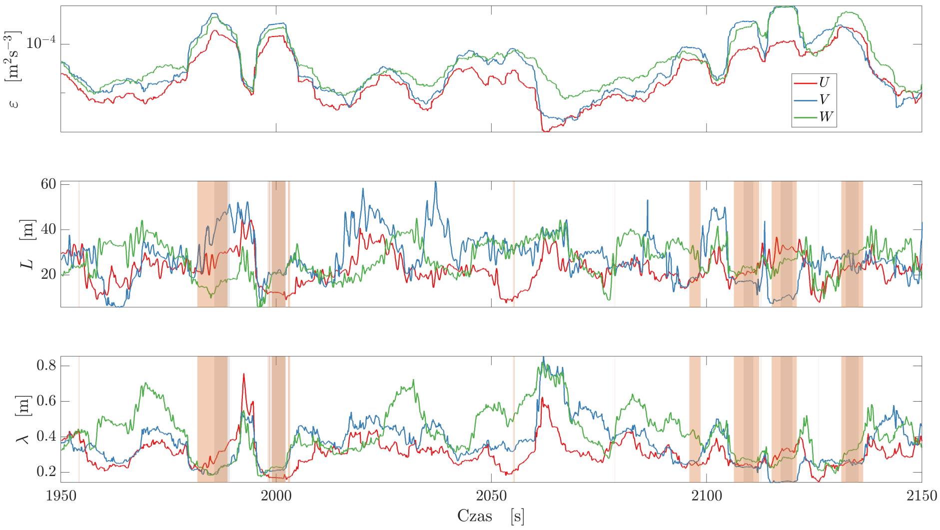
Jak można zauważyć, obniżony parametr LAM wydziela trzy typy obszarów: okolice chmury, turbulentne obszary i krótkie fluktuacje. Te ostatnie związane są z naturą przebiegu i mogą być większym obszarem turbulentnym, który nie został wykryty przez zadany poziom LAM.

Z punktu widzenia chmur wydzielenie ich wykrycia otoczenia przez poziom LAM określa “dynamiczną granicę chmury”. Jest to obszar, w którym zawartość wody chmurowej jest poniżej poziomu definiującego chmurę, ale występują zaburzenia dynamiczne związane z prędkością pionową, fluktuacjami temperatury lub podwyższoną wartością energii kinetycznej turbulencji.

W tym miejscu należy zaznaczyć, iż macierz rekurencji skanująca symetryczny obszar dookoła punktu może wykryć zmienność na brzegu przedziału. Wpływa to na wartość parametrów w ilościowej analizie rekurencji, a jej wartości mogą być efektem numerycznym. Wydzielenie tego efektu nie jest łatwe, gdyż podczas lotu występuje wiele innych wpływów. Trzeba mieć na uwadze jego wpływ, ale np. w przypadku przedstawionego odcinka metoda ta nie wykrywa "prawego" brzegu pierwszej chmury, idąc od początku lotu ($t \sim 1980$ s). Gdyby obniżona wartość współczynnika LAM była jedynie efektem numerycznym, spodziewane byłoby zaobserwowanie jej w tym miejscu.

Powyższe rozważania można zastosować także dla szeregów czasowych wielkości otrzymanych w analizie turbulencji. Tym sposobem można nałożyć swoistą maskę, która docelowo powinna rozdzielać obszary turbulentne od nieturbulentnych, czyli na przykład obszary o podwyższonej wartości ε od tych o mniejszej wartości. Przedstawia to rysunek 4.3.2.

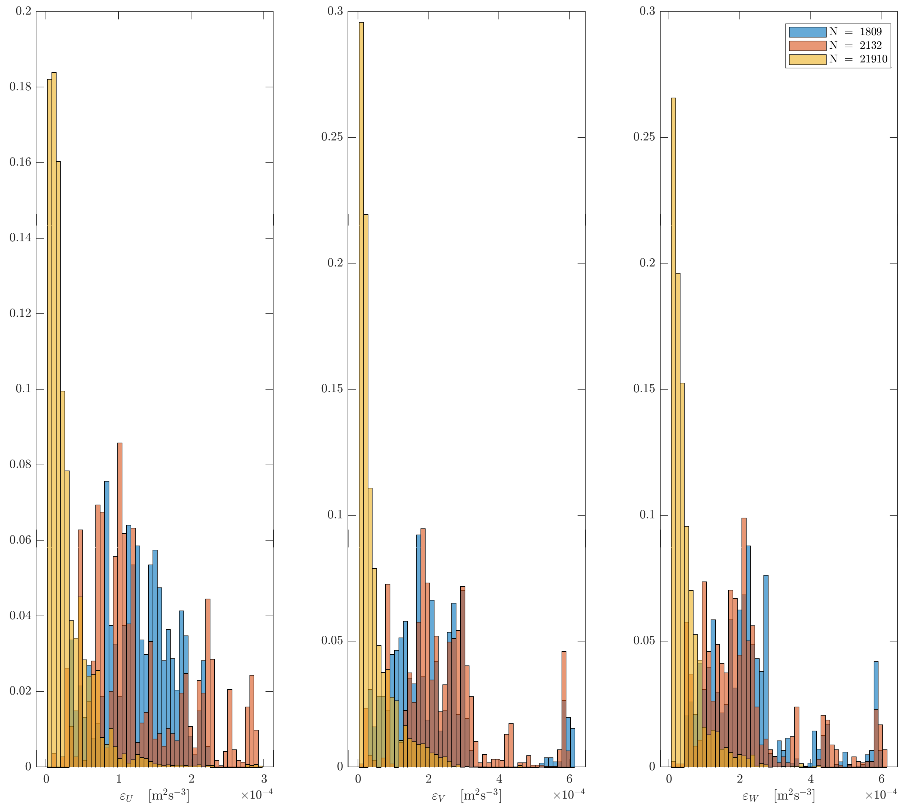
Ze względu na niską liczebność zbioru danych trudno jest jednoznacznie oszacować rozmiar obszaru turbulentnego dookoła chmury, wykrywanego przez metodę IAR. Niemniej jednak będzie on rósł wraz z obniżaniem krytycznej wartości LAM. Spodziewane jest również jego zwiększanie wraz ze zmniejszaniem rozmiaru pojedynczej macierzy.



Rysunek 4.3.2 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 1 znajdującego się na wysokości ok. 620 m. Górny panel – tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, środkowy panel – integralna skala długości, dolny panel – skala Taylora. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur. Pomarańczowymi prostokątami zaznaczono obszary w których LAM jest mniejsze niż 0,95

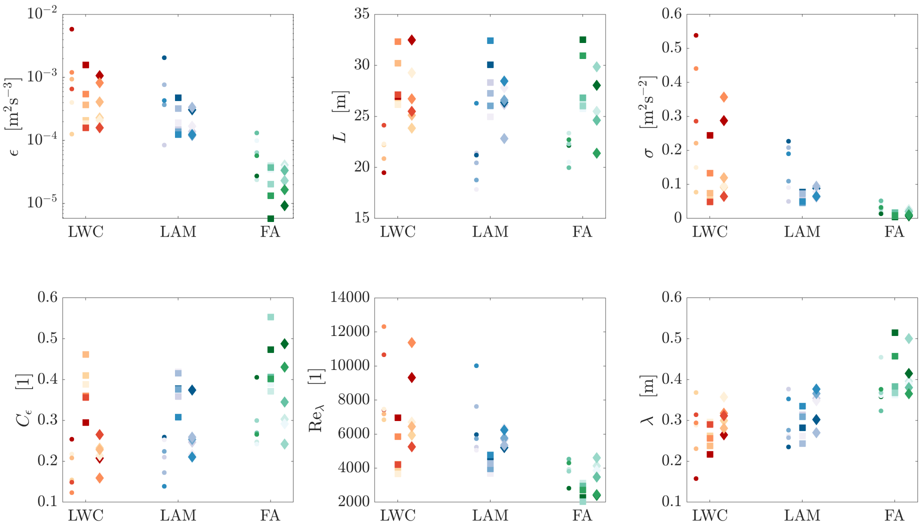
Obszary o obniżonym LAM korelują z obecnością chmury, a co za tym idzie, z podwyższoną wartością ε. Podział rozkładów ε dla tego odcinka w zależności od przynależności do danego obszaru został ukazany na rysunku 4.3.3.

Zastosowanie masek dla rozkładu ε rozdziela ten histogram na 3 różne obszary. Mają one różne własności, w szczególności wartość średnią. Histogramy odpowiadające rozkładowi ε w obszarach chmurowych bądź też w obszarach o obniżonej wartości LAM mają zdecydowanie większą średnią od średniej histogramu odpowiadającemu reszcie punktów. Ta zależność występuje dla wszystkich trzech składowych.



Rysunek 4.3.3 Histogramy ε dla trzech składowych prędkości wiatru (od lewej do prawej). Różnymi kolorami zaznaczono histogramy odpowiadające ε w różnych obszarach: niebieski - LWC, czerwony - LAM, żółty - pozostałe punkty (FA)

Taki podział może zostać wykonany dla pozostałych zmiennych. Rysunek 4.3.4 przedstawia średnie wartości poszczególnych parametrów dla danego odcinka, dla trzech typów obszarów. Dla danego obszaru, średnie parametrów obliczone zostały dla trzech składowych prędkości z osobna. Typy obszarów obejmują fragmenty chmurowe (na wykresie zaznaczone jako LWC), fragmenty o wartości współczynnika *LAM* poniżej wartości krytycznej, ale nieobejmującej obszarów chmurowych (LAM), oraz pozostałe fragmenty odcinka, w domyśle odpowiadające słabo turbulentnej atmosferze (FA). Wybrane odcinki obejmują loty, w których dostępne są dane o temperaturze, oraz w których obecne były chmury. Takich odcinków jest sześć, przy czym trzy z nich odpowiadają zaprezentowanym uprzednio odcinkom.



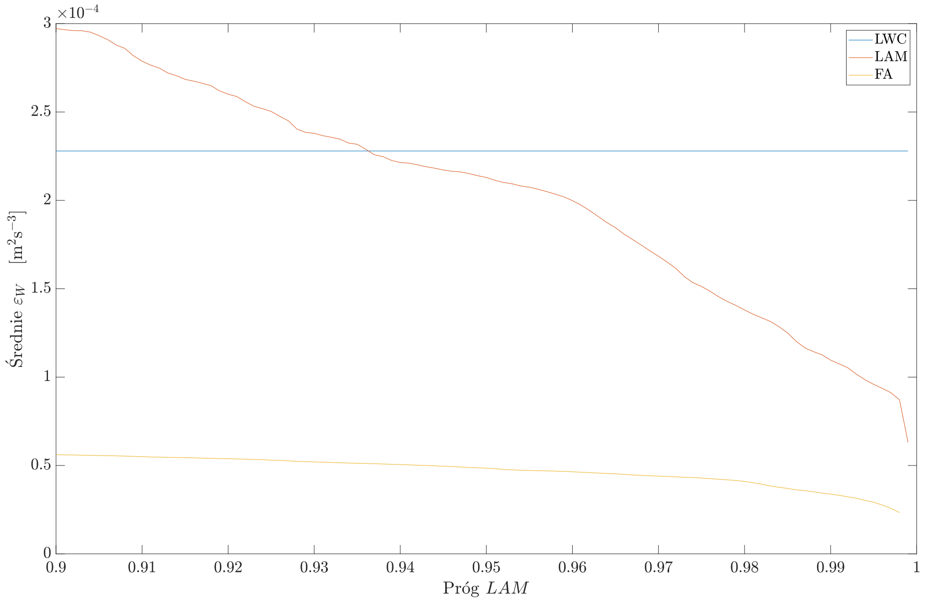
Rysunek 4.3.4 Średnie wartości wybranych parametrów dla określonych masek. Symbolami zaznaczono różne składowe prędkości wiatru, od lewej do prawej: wzdłużna (kropki), poprzeczna (kwadraty), pionowa (romby). Odcienie odpowiadają różnej wysokości, przy czym im ciemniejszy kolor, tym wyżej położony odcinek

W przypadku ε średnie dla obszarów wyznaczonych za pomocą maski LWC oraz LAM są podobne i wyraźnie odróżniające się od pozostałych danych. Podobna sytuacja ma miejsce dla wszystkich pozostałych parametrów z wyjątkiem integralnej skali długości. Zależność kierunkowa jest widoczna dla ε, gdzie można zaobserwować lekką dominację kierunku wzdłużnego, oraz dla L, C_ε oraz Re_λ, gdzie składowa poprzeczna odróżnia się od pozostałych składowych. Zastosowanie maski w oparciu o wartość krytyczną LAM wydziela obszary pozachmurowe posiadające podobne właściwości turbulencji co powietrze wewnątrzchmurowe.

Na rysunku można również zauważyć zachowaną hiperboliczną zależność między C_ε oraz Re_λ. Co więcej, gdy L pozostaje na podobnym poziomie dla trzech obszarów, λ jest większe w obszarze FA, co sugeruje mniejszą strefę inercyjną w tym obszarze. W przypadku anizotropii, nie zauważono istotnej korelacji między obszarami o danej wartości współczynnika A_v czy A_ε a obniżoną wartością LAM.

Związane jest to z niejednorodnym przebiegiem tych współczynników.

Wybór wartości parametru LAM, dla którego dokonywane jest odcięcie jest subiektywny. Aby zbadać prawidłowość wyboru tego parametru, można zbadać zależność zmienności średniej wartości od wartości krytycznej. Taka zależność pokazana jest na rysunku 4.3.5:



Rysunek 4.3.5 Zależność średniej wartości ε dla składowej pionowej, dla odcinka pierwszego

W tym wypadku wartość 0,95 odpowiada sytuacji, gdzie średnia wartość ε jest zbliżona do średniej wartości ε w obszarach chmurowych. Zmiana tego parametru o 0,01 w górę lub w dół nadal będzie dawała wartości do siebie zbliżone.

5. Podsumowanie

W ramach pracy wykonano analizy szeregów czasowych wielkości zebranych za pomocą czujników zainstalowanych na pokładzie samolotu. Zmienne obejmowały temperaturę, trzy składowe prędkości wiatru i zawartość wody chmurowej. Analizy zostały przeprowadzone głównie pod kątem badania właściwości turbulencji w chmurach cumulus i dookoła nich, na różnych wysokościach, a także w atmosferycznej warstwie granicznej.

Badanie turbulencji obejmowało standardowe procedury, takie jak wyznaczenie integralnej skali długości czy też tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji. Zbadano również wpływy parametrów na charakter jakościowy i ilościowy otrzymanych szeregów czasowych.

W przypadku badań chmury cumulus mamy do czynienia z silną niejednorodnością, to jest w trakcie lotu chmury są niejednorodnie rozłożone, mają różne wielkości, są też na różnym etapie rozwoju. W związku z tym należy przywiązywać szczególną wagę do wyboru parametrów wpływających na wyniki, czyli do okna używanego w uśrednianiu Reynoldsa oraz okna do obliczania statystyk. Aby osiągnąć wystarczającą liczbę punktów dającą wiarygodne statystyki, należy wybrać okno większe. Z kolei z drugiej strony dla tak małych obiektów wybranie zbyt dużego okna nie pozwala na uchwycenie szczegółów.

W pracy wielkości okna wybrano na podstawie kryterium maksymalizacji ε, jednak w przyszłych badaniach takich szeregów czasowych można pokusić się o inne opcje, na przykład wybranie okna zależnego od charakterystycznego rozmiaru chmury. Przebieg ε w segmentach zawierających chmury ukazał silniejszą turbulencję w obszarach chmur i dookoła nich, oraz słabszą intensywność turbulencji w obszarach oddalonych od chmur, co jest zgodne z oczekiwaniami i dotychczasowymi wynikami. Nie zaobserwowano wyróżniającej się korelacji między obecnością chmur, a podwyższoną wartością integralnej skali długości.

Poza podstawowymi analizami dokonano również badania turbulencji pod kątem jej anizotropii i nierównowagi. Metody badania anizotropii turbulencji były wykorzystywane w opublikowanych badaniach, więc można ufać, iż dostarczają wiarygodnych informacji. W kontekście danych samolotowych może występować problem z interpretacją wyników. W niniejszej pracy zauważono, że turbulencja osiąga szeroki zakres stanów anizotropii w średnich skalach, nawet przy zmianie wartości wcześniej wspomnianych okien. Motywuje to zachowanie ostrożności przy założeniach o izotropii, potrzebnych do obliczania wielkości na podstawie teorii Kołmogorowa.

Z kolei metody używane w analizie turbulencji nierównowagowej są stosunkowo nowe, oraz nieintuicyjne, głównie przez ich poziom skomplikowania. Niemniej podobne analizy zostały przeprowadzone poprzednio dla chmur stratocumulus, a wyniki tych analiz ukazały się czasopiśmie naukowym [88]. W przypadku analiz w niniejszej pracy można stwierdzić, że dla niższych wartości liczb Reynoldsa w reżimie turbulentnym, obserwowana jest aktywna zmiana stanu turbulencji. Jest ona często nierównowagowa w znaczeniu odchylenia spektrum od skalowania $-5/3$ oraz zmiany wartości C_ε.

Oba odstępstwa – anizotropia i nierównowaga – mogą być ze sobą powiązane. Wyobraźmy sobie sytuację, gdzie mamy do czynienia z izotropową i rozwiniętą turbulencją w równowadze. Wybicie ze stanu równowagi objawia się wtedy pojawieniem się struktur w dużych lub średnich skalach o innych właściwościach, potencjalnie w różnych kierunkach. Strumień energii dostarczanej w większych skalach jest przez pewien czas różny od strumienia energii dyssypowanej w małych skalach.

W dalszej części pracy wykonano analizę ilościową rekurencji dla wspomnianych szeregów czasowych. Wybór tej analizy umotywowany był jej zastosowaniem w literaturze do badań układów dynamicznych o nieliniowej naturze. Oczywiście w dziedzinie teorii chaosu i analizy nieliniowej istnieje szeroki wachlarz metod, które albo zostały już zaimplementowane w tym kontekście , albo stanowią potencjalny przyszły kierunek badań przelotów przez chmury cumulus.

Głównym wynikiem analizy ilościowej rekurencji było skonstruowanie metody statystyki warunkowej, dzielącej otoczenie obszarów chmurowych od pozostałych części przelotu. Podział ten umożliwia zdefiniowane dynamicznego brzegu chmury, będącym rozszerzeniem obszaru chmurowego. Wyniki pokazują, że zmienne takie jak ε czy mikroskala Taylora w wydzielonych obszarach mają podobne średnie wartości co w obszarach chmurowych. Wybór progu, tj. wartości krytycznej parametru LAM, dokonywany był subiektywnie, jednak można się pokusić o wybranie go na podstawie relacji ze średnimi wartościami parametrów w powietrzu wewnątrzchmurowym.

Kilka wątków zawartych w pracy pozostaje pytaniami otwartymi. Po pierwsze, większa ilość danych zwiększa statystykę i prawdopodobnie umożliwiłaby znalezienie relacji między właściwościami przepływu a geometrią chmury. W szczególności możliwe byłoby znalezienie odpowiedzi na pytanie, jaki jest rozkład przestrzenny ε i czy zależy on od stopnia rozwoju chmury i kierunku wiatru. Wstępne analizy zostały przeprowadzone, jednak ze względu na niską statystykę i w rezultacie brak jasnej konkluzji nie zostały zaprezentowane w pracy. Dodatkowo, zwiększenie rozdzielczości przestrzennej danych dałoby większą swobodę w wyborze okien do uśredniania, co pozwoliłoby na lepsze uchwycenie lokalnych efektów. W trakcie doktoratu uczestniczyłem w kampanii pomiarowej, w której przeprowadzono taki eksperyment, jednak mimo zapewnień do dziś nie otrzymałem danych, których analizy chciałem umieścić w pracy doktorskiej. Kolejnym otwartym wątkiem jest inne podejście do kwestii przestrzeni fazowej zdefiniowanej przez wektor w IAR. W ogólności zalecana jest procedura osadzania, która odzyskuje strukturę przestrzeni fazowej, przez co dopiero taki wektor powinno poddawać się analizie. Badania stanów turbulencji (równowagi lub jej braku) w atmosferze to temat stosunkowo nowy. Weryfikacja rozważań teoretycznych może w przyszłości umotywować nowe sposoby zbierania danych pomiarowych.

Zawarte w pracy rozważania i wyniki rzucają nowe światło na to, jak powinniśmy patrzeć na przepływy w atmosferze. Wiele efektów występujących lokalnie lub krótkotrwale wymyka się idealistycznym założeniom parametryzacji w modelach. Chmura nie powinna być rozpatrywana tylko pod kątem ilości wody, ale także zaburzenia w przepływach, jakie ze sobą niesie.

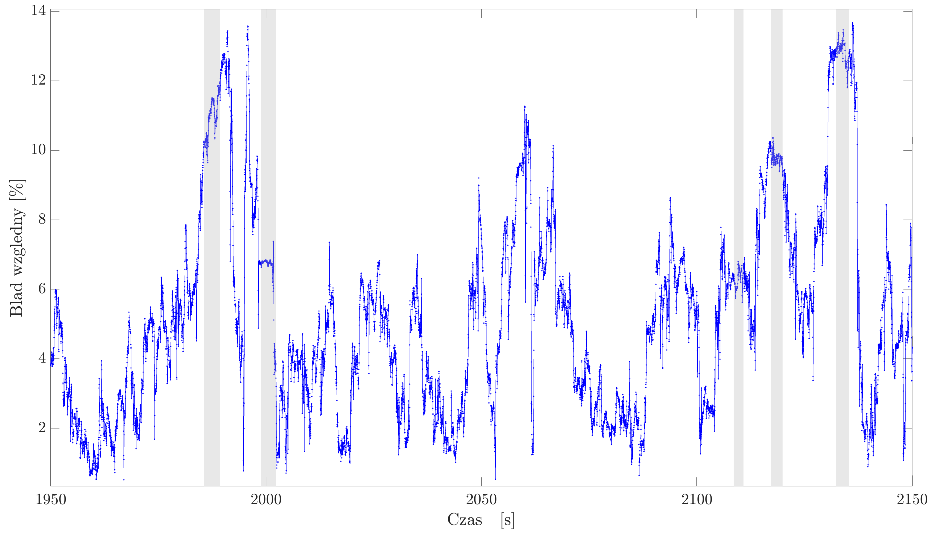
Dodatki

A. Niepewności

Niepewności wielkości można podzielić na te związane z wielkościami mierzonymi bezpośrednio oraz wielkościami pochodnymi, otrzymywanymi w wyniki analizy za pomocą konkretnych relacji. W pracy korzystano z wielkości mierzonych takich jak: trzy składowe prędkości wiatru, kierunek lotu samolotu, temperatura oraz zawartość wody chmurowej. Wpływ niepewności pomiarowych na wyniki jest pomijany. Ma to związek z tym, że wpływ zmienności środowiska i warunków przepływu jest trudny do oszacowania [40], ale także same przyrządy mają dużą dokładność. Niepewności wielkości pochodnych wyznaczane będą w zależności od metody wyznaczenia danej wielkości.

Niepewność ε

Niepewność tempa dyssypacji energii kinetycznej turbulencji wyznaczana jest na podstawie niepewności dopasowania prostej do wykresu funkcji struktury drugiego rzędu w przedziale inercyjnym. Niepewność funkcji struktury drugiego rzędu nie była brana pod uwagę. Dla czytelności, niepewności ε nie były umieszczane na wykresach w pracy. Rysunek A.0.1 przedstawia stosunek niepewności ε do jego wartości, w tym wypadku dla składowej pionowej w odcinku pierwszym.



Rysunek A.0.1 Błąd względny ε_U dla odcinka trzeciego. Szarymi kolorami zaznaczono obecność chmur

W większości przypadków wartość błędu względnego fluktuuje wokół 5%, przy czym dla obszarów pozachmurowych jest mniejsza, a dla obszarów chmurowych jest większa, przekraczająca 10%.

Niepewność L

Obliczanie integralnej skali długości wiąże się z obliczeniem autokorelacji wprost ze wzoru. Niepewność autokorelacji, w tym lokalizacji jej miejsca zerowego wpływa na wartość całki pod wykresem, wpływ ten z kolei może być miarą niepewności L. Zgodnie z wiedzą autora, nie istnieją w literaturze próby jej wyznaczenia nie podejmowano też próby oszacowania niepewności L.

Niepewności wielkości pochodnych

Wielkości wtórne obejmują wielkości otrzymywane za pomocą konkretnie zdefiniowanych zależności, lub też określonych metod. W pierwszym wypadku niepewność Δ danej wielkości y jest obliczana za pomocą prawa przenoszenia niepewności:

$$\Delta_y = \sqrt{\sum_k \left[\frac{\partial y}{\partial x_k} \Delta_{x_k} \right]^2}, \tag{66}$$

gdzie x_k jest zbiorem parametrów, od których zależy wielkość y, a Δ_{x_k} jest niepewnością danego parametru. Zależność ta została zastosowana do wyznaczenia niepewności $\sigma^2_{u'}$, C_ε, Re_λ, λ.

Podczas przeprowadzania dekompozycji Reynoldsa, oblicza się średnią biegnącą z pewnym oknem τ_d i w związku z tym możliwe jest obliczenie odchylenia standardowego tej średniej. Ze względu na pomijanie błędu pomiarowego, jest ono interpretowane jako niepewność fluktuacji w danym punkcie.

Miarą średniej fluktuacji używanej we wzorach na C_ε, Re_λ, λ, jest $\sigma^2_{u'}$, która jest obliczana z oknem τ_a. Można z nią stowarzyszyć niepewność, a na jej wartość ma wpływ niepewność średniej, oraz niepewności fluktuacji różne w każdym punkcie. Przedstawia to następująca zależność:

$$\Delta^{(i)}_{\sigma^2_{u'}} = \frac{1}{\tau_a} \sqrt{\sum_{l=i-\tau_a/2}^{\tau_a/2} \left[\left(2\left(u'^{(l)} - \overline{u'}\right) \Delta^{(l)}_{u'} \right)^2 + \left(-2\left(u'^{(l)} - \overline{u'}\right) \Delta_{\overline{u'}} \right)^2 \right]}, \tag{67}$$

gdzie $u'^{(l)}$ jest fluktuacją w punkcie l, $\overline{u'}$ jest średnią z fluktuacji obliczoną z oknem τ_a. W przypadku odcinka pierwszego, średni błąd względny $\sigma^2_{u'}$ wynosi 18.8%. Dla pozostałych wielkości, średni błąd względny wynosi odpowiednio dla C_ε – 28.8%, dla Re_λ – 19.0% i dla λ – 9.8%. Gdyby jednak pominąć wpływ niepewności związanej ze średnią fluktuacją, błędy względne wynosiłyby poniżej 5%.

Niepewności obecne w badaniach anizotropii

Niepewność współczynnika A_v związana jest z niepewnością wyznaczenia naprężeń Reynoldsa. Są one związane z niepewnością fluktuacji, niepewnością średniej, oraz niepewnością wynikającą z wzoru. Średni błąd względny dla odcinka pierwszego wynosi 4.4%. Niepewność współczynnika A_ε z kolei związana jest z niepewnością ε. Odpowiadający jej średni błąd względny wynosi 6.1%.

W końcu, niepewność lokalizacji punktu na trójkącie turbulencji powiązana jest z niepewnością wartości własnych tensora, a te z kolei wynikają z niepewności składowych tensora, czyli z niepewności naprężeń Reynoldsa i energii kinetycznej turbulencji. Nie podjęto próby oszacowania niepewności lokalizacji punktu ze względu na trudność w jej interpretacji.

Niepewność w IAR

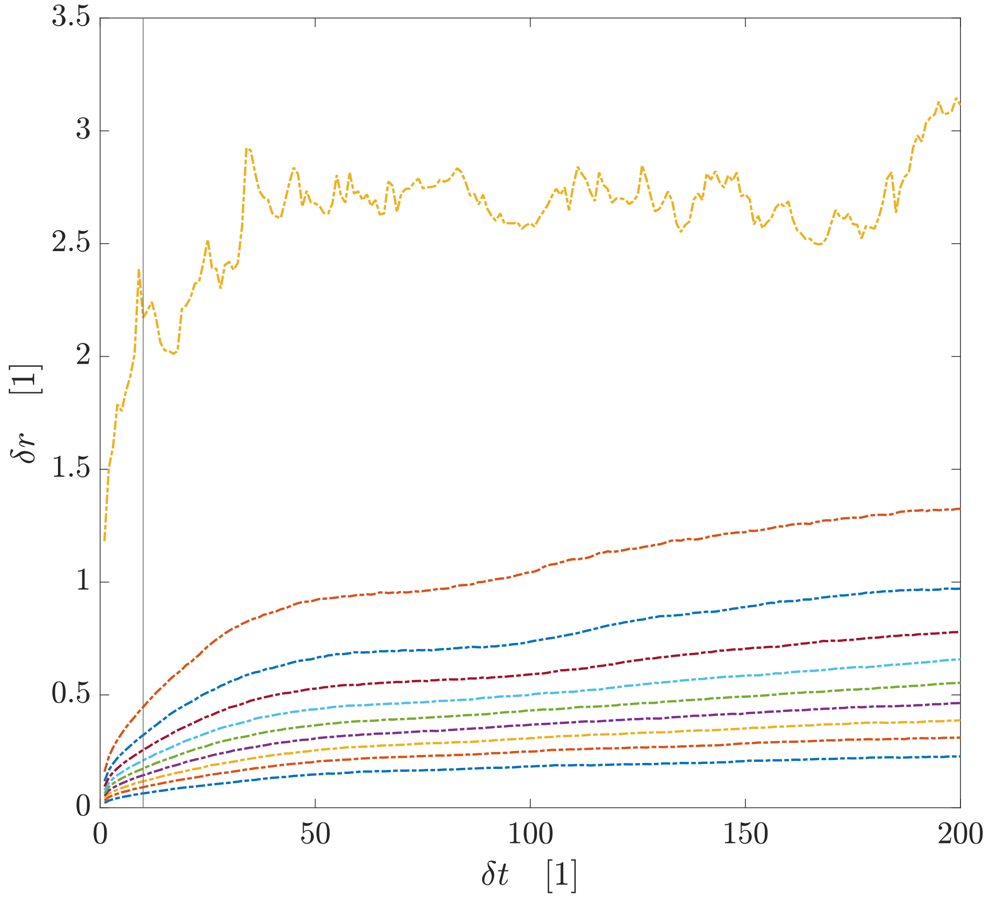
W przypadku metody IAR, niepewność pomiaru wpływa na lokalizację punktu w przestrzeni fazowej, przez co dystans między poszczególnymi punktami może się zmienić, co wpływa na strukturę macierzy rekurencji. Według wiedzy autora problem niepewności nie był jak dotąd rozpatrywany w dostępnej literaturze. Jest to temat potencjalnych przyszłych analiz.

B. Wykres rozdziału czasu i przestrzeni

Wykres rozdziału czasu i przestrzeni (ang. *space-time separation plot*) jest narzędziem pozwalającym na oszacowanie wielkości okna Theilera, która to jest kandydatką na wartość parametru l_{min} lub v_{min} w ilościowej analize rekurencji. Konstrukcja takiego wykresu polega na przedstawieniu statystyk separacji punktów w czasie i przestrzeni (fazowej) na dwuwymiarowym wykresie. Wtedy, na osi X zaznaczony jest dystans między dwoma punktami w czasie, natomiast na osi Y widnieje dystans miedzy dwoma punktami w przestrzeni fazowej. W tym przypadku dystans ten będzie obliczany za pomocą normy euklidesowej. Dla danej wartości odległości w czasie konstruowany jest rozkład wartości dystansu, a następnie wyznaczane są decyle tego rozkładu.

Analiza przebiegu decyli wraz z odległością czasową dostarcza informacji na temat korelacji czasowych w układzie. Aby wyznaczyć wartość okna Theilera, należy znaleźć moment w którym dochodzi do wypłaszczenia przebiegu najwyższego decyla, jeśli do takiego wypłaszczenia dochodzi. Odpowiadająca wartość separacji w czasie jest oknem Theilera, a co za tym idzie, kandydatem na parametr l_{min} czy v_{min}.

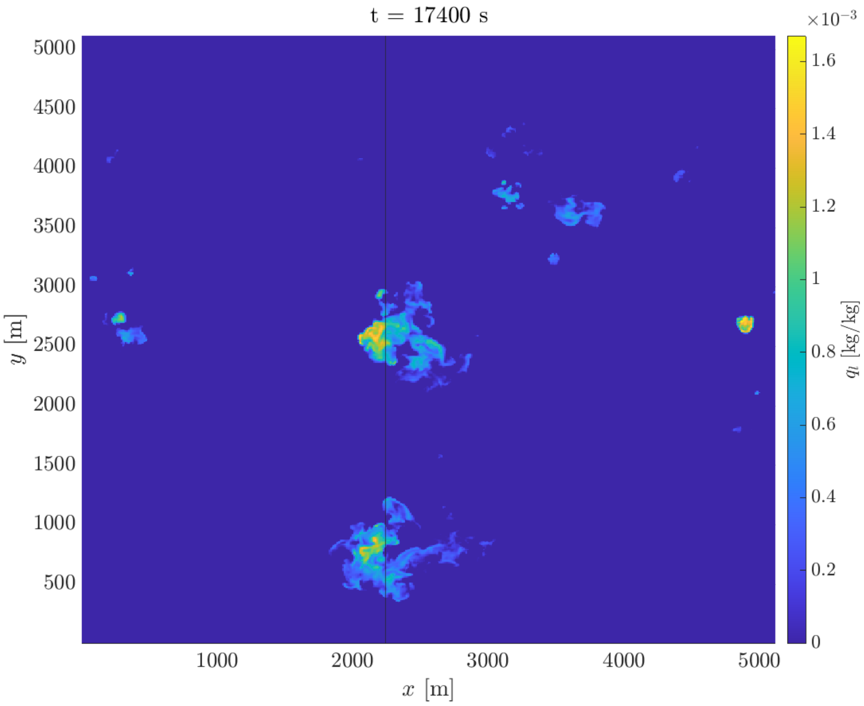
Przykładowy wykres rozdziału czasu i przestrzeni dla fragmentu odcinka trzeciego został przedstawiony na rysunku B.0.1. W tym przypadku tylko częściowe wypłaszczenie krzywych ma miejsce dla wartości δt między 50 a 100. Wybranie tak dużego okna spowodowałoby zaniżenie wartości parametru LAM, dlatego zdecydowano się na wybór $v_{min} = 10$, co ma miejsce dla pierwszego wypłaszczenia decyla 10/10.



Rysunek B.0.1 Wykres rozdziału czasu i przestrzeni dla przykładowego segmentu. Przebiegi od dołu do góry odpowiadają decylom od 1/10 do 10/10. Czarną linią zaznaczono $x = 10$.

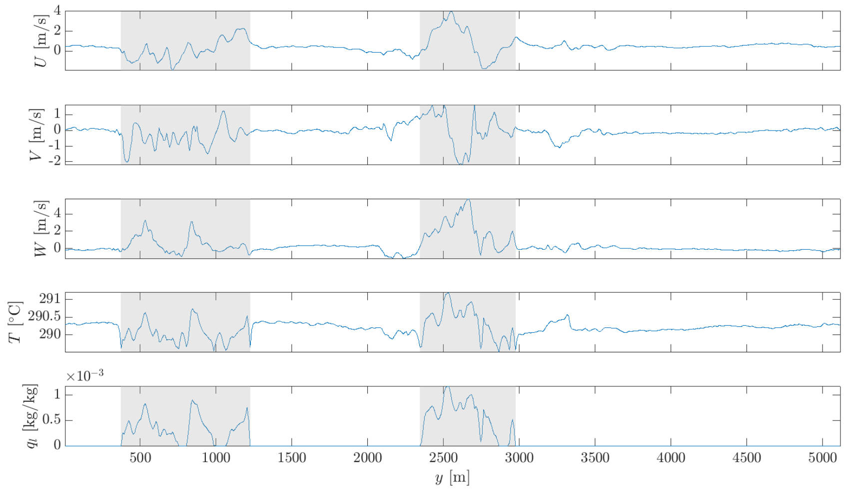
C. Wykorzystanie metody IAR w danych z modelu

Porównanie wyników otrzymanych w pracy z wynikami modelu numerycznego jest możliwe tylko w sposób jakościowy. Modele LES mają niższą rozdzielczość, przez co niemożliwe jest wyznaczenie wielkości charakteryzujących turbulencję oraz przeprowadzenia statystyk warunkowych tych wielkości. Z tego powodu zdecydowano się na przeprowadzenie ilościowej analizy rekurencji na wycinku danych z modelu, odpowiadającemu przelotowi samolotu przez chmurę i porównanie jej w sposób jakościowy z wynikami w pracy. Aby to osiągnąć skorzystano z wyników modelu LES dla konwekcji nad oceanem, reprezentującego analogiczną sytuację do tej, jaka panowała podczas kampanii EUREC^{4}A. Specyfikacja modelu jest szerzej opisana w przytoczonej literaturze [89].



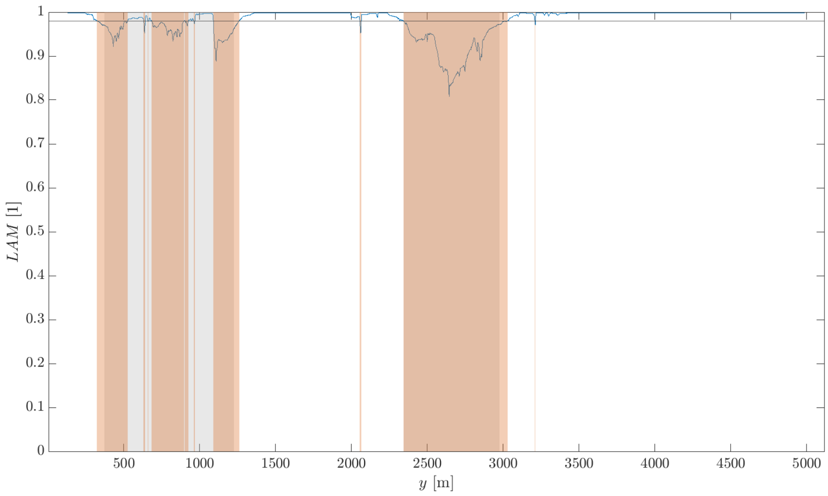
Rysunek C.0.1 Przekrój przez trójwymiarowe pole zawartości wody, na wysokości 1280 m, dla kroku czasowego numer 30, odpowiadającego czasowi 4 h 50 min. Czarną linią zaznaczono jednowymiarową trajektorię używaną w dalszych analizach

W tym wypadku, rozmiar siatki obliczeniowej to 512x512x320 co odpowiada rozmiarom rzeczywistym równym 5200x5200x3200 m. Dostępne dane obejmują 37 kroków czasowych co odpowiada czasowi rzeczywistemu równemu 7 h. Przykładowy przekrój przez trójwymiarowe pole zawartości wody q_l został przedstawiony na rysunku C.0.1.



Rysunek C.0.2 Zmienność przestrzenna: trzech składowych prędkości wiatru (panele 1–3), temperatury (panel 4) i zawartości wody chmurowej (panel 5). Szarymi prostokątami zaznaczono obszar chmur

W przekroju obecne są dwa obszary o podwyższonej zawartości ciekłej wody reprezentujące chmury. Z przedstawionego przekroju wybrano jednowymiarową, prostą trajektorię odpowiadającą torowi samolotu przelatującego przez obie chmury. Szeregi czasowe wybranych wielkości zostały przedstawione na rysunku C.0.2. Analogicznie do sytuacji zawartej w rozdziale opisującym wyniki, zmienne te posłużyły do konstrukcji wektora w przestrzeni fazowej. Wektor ten został poddany procedurze ilościowej analizy rekurencji. Ze względu na rozmiar siatki zdecydowano się na dziesięciokrotne pomnożenie liczby punktów poprzez interpolację liniową. Rysunek C.0.3 przedstawia wykres wielkości LAM otrzymany za pomocą czasowozależnej IAR.



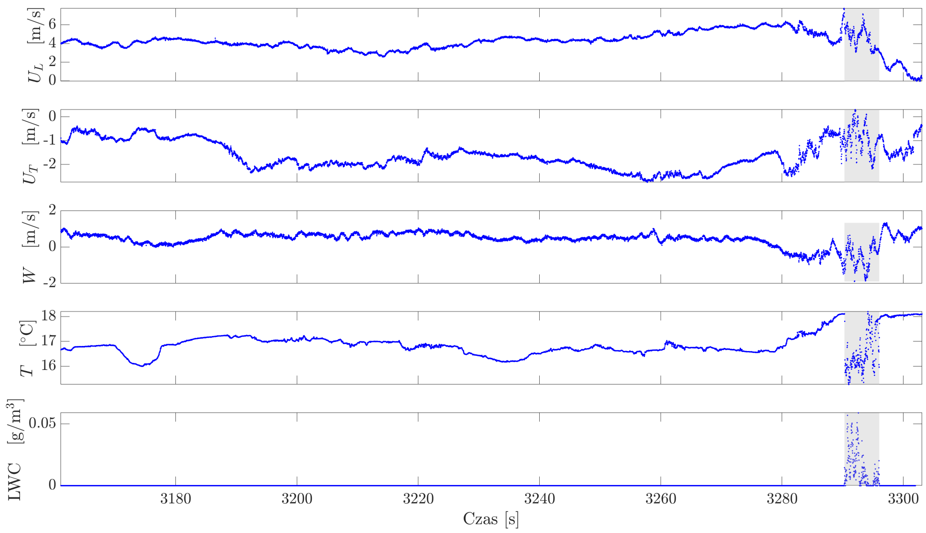
Rysunek C.0.3 Zmienność parametru LAM w przestrzeni. Szarymi prostokątami zaznaczono obecność chmury. Pomarańczowymi prostokątami zaznaczono obszary w których LAM jest mniejsze niż 0,98

Podobnie można wyznaczyć wartość parametru krytycznego LAM, który oddziela od siebie obszary o różnej dynamice. W tym wypadku wartość 0,98 zdaje się obejmować swoimi granicami chmurę i jej brzegi, ale w przypadku pierwszej chmury (od lewej) widać obszary o podwyższonej wartości LAM, reprezentującej przestrzenie międzychmurowe. W pracy niemożliwe było określenie, czy zerowy sygnał zawartości wody chmurowej był błędem pomiarowym, czy reprezentował przestrzenie międzychmurowe. Ten wyidealizowany przykład pokazuje, że metoda IAR może wychwytywać chmurę wraz z jej otoczeniem, jednak należy pamiętać o istotnych różnicach między symulacją a rzeczywistością.

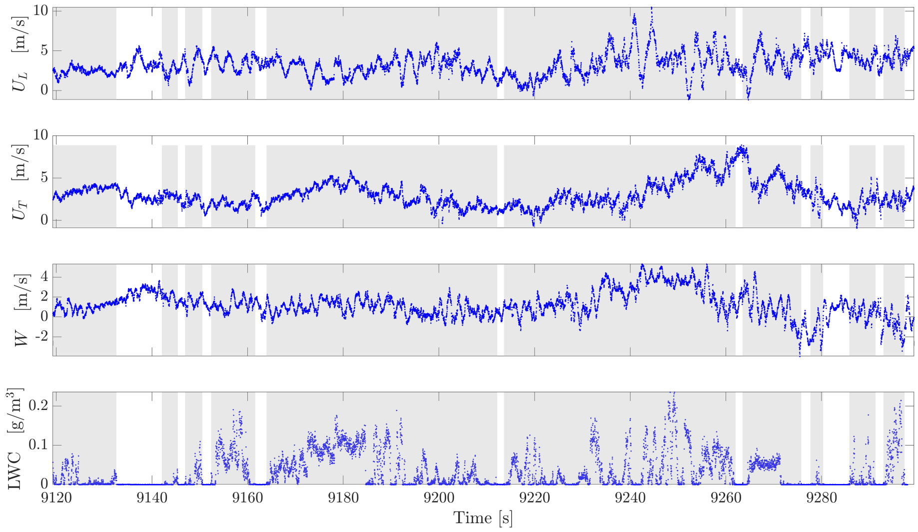
D. Dodatkowe rysunki

W tej sekcji zaprezentowane są dodatkowe rysunki, będące rysunkami analogicznymi do tych przedstawionych w pracy.

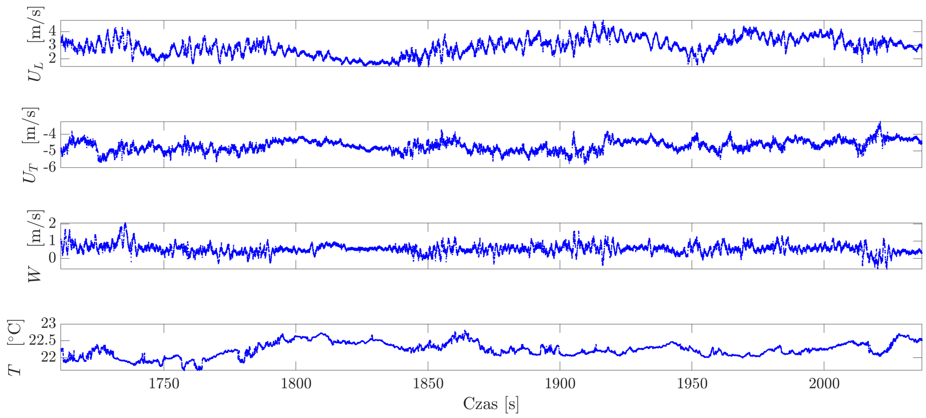
Przebiegi wielkości mierzonych



Rysunek D.0.1 Szeregi czasowe dla odcinka drugiego (od góry do dołu): panele 1–3: trzech składowych prędkości wiatru, panel 4: temperatury, panel 5: zawartości ciekłej wody. Szarymi prostokątami zaznaczono obszary chmurowe

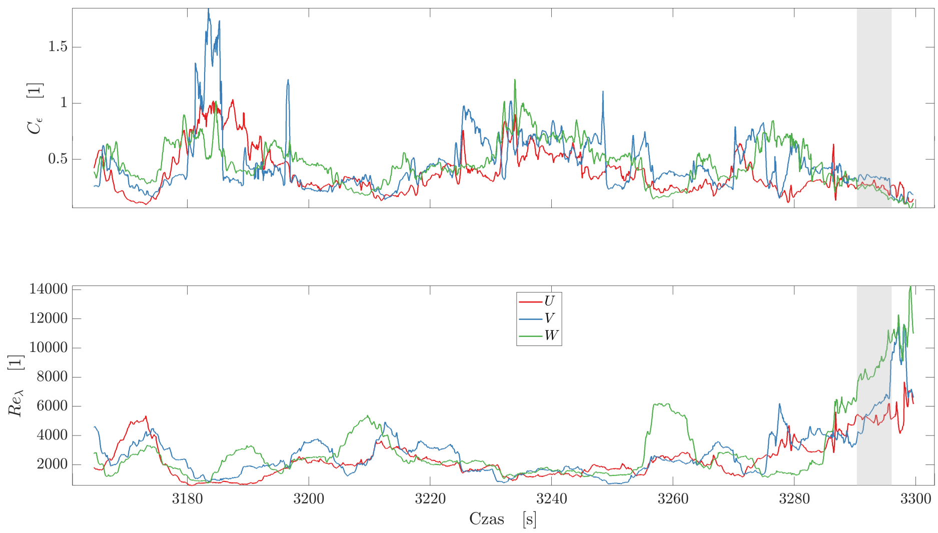


Rysunek D.0.2 Szeregi czasowe dla odcinka trzeciego (od góry do dołu): panele 1–3: trzech składowych prędkości wiatru, panel 4: temperatury, panel 5: zawartości ciekłej wody. Szarymi prostokątami zaznaczono obszary chmurowe



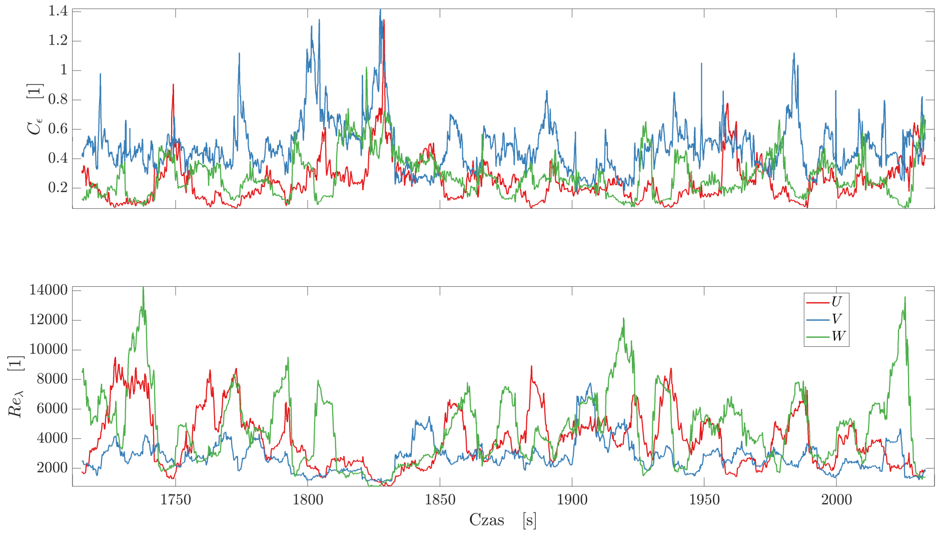
Rysunek D.0.3 Szeregi czasowe dla odcinka czwartego (od góry do dołu): panele 1–3: trzech składowych prędkości wiatru, panel 4: temperatury, panel 5: zawartości ciekłej wody

Przebiegi wielkości związanych z turbulencją nierównowagową



Rysunek D.0.4 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 2. Górny panel – współczynnik C_ϵ, dolny panel – liczba Reynoldsa w oparciu o mikroskalę Taylora. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur

Rysunek D.0.5 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 3. Górny panel – współczynnik C_ϵ, dolny panel – liczba Reynoldsa w oparciu o mikroskalę Taylora. Szarymi prostokątami zaznaczono lokalizację chmur



Rysunek D.0.6 Wykres wielkości dla trzech składowych prędkości wiatru w czasie dla odcinka nr 4. Górny panel – współczynnik C_ϵ, dolny panel – liczba Reynoldsa w oparciu o mikroskalę Taylora

Spis symboli

Łacińskie

A_u	współczynnik anizotropii dla prędkości
A_ε	współczynnik anizotropii dla ε
C	stała uniwersalna w równaniu 12
C_K	stała Kołmogorowa
C_f	stała uniwersalna dla spektrum zależnego od częstotliwości
C_n	stała uniwersalna dla funkcji struktury n-tego rzędu
C_{ai}	współczynnik kolorujący trójkąt turbulencji dla kanału i
C_ε	stała proporcjonalności w prawie Taylora
$D_n(r)$	funkcja struktury n-tego rzędu
D_{ij}	funkcja struktury 2 rzędu dla kierunku i,j
D^r_{ij}	macierz odległości
DET	determinizm
$E(\kappa)$	spektrum energii
$\overline{E}(\kappa,t)$	równowagowa część spektrum energii
$\tilde{E}(\kappa,t)$	nierównowagowa część spektrum energii
I	pierwszy niezmiennik tensora a_{ij}
II	drugi niezmiennik tensora a_{ij}
III	trzeci niezmiennik tensora a_{ij}
$\mathcal{L}$	charakterystyczna długość w przepływie
L	integralna skala długości
L_{11}	L dla pierwszej składowej prędkości wzdłuż pierwszej osi układu współrzędnych
LL	średnia długość linii poprzecznej
LAM	laminarność
M	strumień masy docierający do objętości chmury
N	rozmiar macierzy rekurencji
NN, NN_b	współczynniki normalizacyjne w równaniu (65)
$P(l)$	liczba czarnych linii skośnych o długości l
$P(v)$	liczba czarnych linii pionowych o długości v
R_d	stała gazowa dla powietrza suchego
R_{ij}	macierz rekurencji

$\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{x},t)$	funkcja autokorelacji
RR	stosunek rekurencji
$RATIO$	stosunek DET do RR
Re	liczba Reynoldsa
Re_λ	liczba Reynoldsa dla mikroskali Taylora
$\mathrm{Re}_{\lambda 0}$	równowagowa liczba Reynoldsa dla mikroskali Taylora
T	temperatura
T_v	temperatura wirtualna
TT	czas uwięzienia
$\mathcal{U}$	charakterystyczna prędkość w przepływie
U_L	prędkość wzdłużna
U_T	prędkość poprzeczna pozioma
V	objętość próbki, wzór 5
a_{ij}	anizotropowy tensor Reynoldsa
c_{pd}	ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu dla powietrza suchego
$\mathbf{e}_1$	wektor jednostkowy wzdłuż pierwszej osi układu współrzędnych
f	częstotliwość
$f(\mathbf{r},t)$	wzdłużna funkcja autokorelacji
f_s	częstotliwość próbkowania
$g(\mathbf{r},t)$	poprzeczna funkcja autokorelacji
k	energia kinetyczna turbulencji
l	długość linii l
l_{min}	minimalna długość linii l
m	masa wody w próbce, wzór 5
n_i	liczba kropel o promieniu r_i
p	ciśnienie
p_0	ciśnienie referencyjne
q_l	stosunek zmieszania wody ciekłej
q_v	stosunek zmieszania pary wodnej
$\mathbf{r}$	wektor separacji o długości r
r_i	promień kropli w i-tym binie
s_{ij}	fluktuacyjna część tensora tempa odkształceń
t	czas

$\mathbf{u}$	wektor prędkości (u_1, u_2, u_3)
$\overline{u_i}$	średnia prędkość u_i
u_i'	fluktuacja prędkości u_i
Δ_y	niepewność wielkości y
v	długość linii v
v_{min}	minimalna długość linii v
w	prędkość pionowa
$\mathbf{x}$	wektor w przestrzeni (x, y, z) lub (x_1, x_2, x_3)
$\vec{x}$	wektor w przestrzeni fazowej
(x_L, y_L, z_L)	współrzędne w układzie Lorenza
z	wysokość
z_0	referencyjny poziom wysokości

Greckie

Θ	funkcja Heaviside'a
δ_e	tempo zwracania
δ_{ij}	delta Kroneckera
ε	tempo dyssypacji energii kinetycznej turbulencji
ε_i	ε dla kierunku $i = (u, v, w)$
ε_e	tempo wciągania
ϵ	próg rekurencji
η	druga współrzędna trójkąta turbulencji
η_k	skala Kołmogorowa
θ_v	wirtualna temperatura potencjalna
κ	liczba falowa
κ_a	liczba falowa dla skali a
λ	mikroskala Taylora
λ_i	i-ta wartość własna tensora a_{ij}
μ_{x_i}	średnia $i-$tej składowej wektora x
ν	lepkość kinematyczna
ξ	pierwsza współrzędna trójkąta turbulencji
ρ_w	gęstość wody
$(\sigma_L, \rho_L, \beta_L)$	stałe w układzie Lorenza
$\sigma_{u'}$	odchylenie standardowe fluktuacji składowej prędkości u
σ_{x_i}	odchylenie standardowe dla $i-$tej składowej wektora x
τ_a	długość okna do obliczania statystyk
τ_d	okres uśredniania do dekompozycji Reynoldsa

Literatura

[1] D. Lamb & J. Verlinde, *Physics and Chemistry of Clouds.* Cambridge University Press, 2011.

[2] U. Lohmann, F. Lüönd, & F. Mahrt, *An Introduction to Clouds: From the Microscale to Climate.* Cambridge University Press, 2016.

[3] J. C. Wyngaard, *Turbulence in the Atmosphere.* Cambridge University Press, 2010.

[4] R. Rogers & M. Yau, *Zarys Fizyki Chmur.* Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, 2023.

[5] W. Cotton, G. Bryan, & S. van den Heever, *Storm and Cloud Dynamics.* Elsevier Science, 2010.

[6] L. Łobocki, *Podstawy Dynamiki Atmosfery.* Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2018.

[7] `https://cloudatlas.wmo.int/en/home.html`.

[8] A. McAdie, *A Cloud Atlas.* Rand, McNally, 1923.

[9] K. E. Trenberth, J. T. Fasullo, & J. Kiehl, "Earth's global energy budget," *Bulletin of the American Meteorological Society*, tom 90, num. 3, str. 311–324, 2009.

[10] Z. W. Kundzewicz, "Climate change impacts on the hydrological cycle," *Ecohydrology & Hydrobiology*, tom 8, num. 2, str. 195–203, 2008.

[11] A. K. Betts & J. Bartlo, "The density temperature and the dry and wet virtual adiabats," *Monthly Weather Review*, tom 119, num. 1, str. 169–175, 1991.

[12] A. Villalba-Pradas & F. J. Tapiador, "Empirical values and assumptions in the convection schemes of numerical models," *Geoscientific Model Development*, tom 15, num. 9, str. 3447–3518, 2022.

[13] A. Betts, "Non-precipitating cumulus convection and its parametrization," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, tom 99, str. 178–196, 1973.

[14] C. Lu, Y. Liu, S. S. Yum, S. Niu, & S. Endo, "A new approach for estimating entrainment rate in cumulus clouds," *Geophysical Research Letters*, tom 39, num. 4, 2012.

[15] Y. Cohen, I. Lopez-Gomez, A. Jaruga, J. He, C. M. Kaul, & T. Schneider, "Unified entrainment and detrainment closures for extended eddy-diffusivity mass-flux schemes," *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, tom 12, num. 9, str. e2020MS002162, 2020.

[16] L. Denby, S. J. Böing, D. J. Parker, A. N. Ross, & S. M. Tobias, "Characterising the shape, size, and orientation of cloud-feeding coherent boundary-layer structures," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, tom 148, num. 742, str. 499–519, 2022.

[17] T. Schmeissner, R. A. Shaw, J. Ditas, F. Stratmann, M. Wendisch, & H. Siebert, "Turbulent mixing in shallow trade wind cumuli: Dependence on cloud life cycle," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 72, num. 4, str. 1447–1465, 2015.

[18] M. K. Witte, P. Y. Chuang, & G. Feingold, "On clocks and clouds," *Atmospheric Chemistry and Physics*, tom 14, num. 13, str. 6729–6738, 2014.

[19] Y. Arieli, E. Eytan, O. Altaratz, A. Khain, & I. Koren, "Distinct mixing regimes in shallow cumulus clouds," *Geophysical Research Letters*, tom 51, num. 2, 2024.

[20] C. Meneveau & K. R. Sreenivasan, "The multifractal nature of turbulent energy dissipation," *Journal of Fluid Mechanics*, tom 224, str. 429–484, 1991.

[21] H. Siebert, R. A. Shaw, & Z. Warhaft, "Statistics of small-scale velocity fluctuations and internal intermittency in marine stratocumulus clouds," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 67, num. 1, str. 262–273, 2010.

[22] E. Bodenschatz, S. P. Malinowski, R. A. Shaw, & F. Stratmann, "Can we understand clouds without turbulence?," *Science*, tom 327, num. 5968, str. 970–971, 2010.

[23] M. B. Baker, R. E. Breidenthal, T. W. Choularton, & J. Latham, "The effects of turbulent mixing in clouds," *Journal of Atmospheric Sciences*, tom 41, num. 2, str. 299–304, 1984.

[24] F. Burnet & J.-L. Brenguier, "Observational study of the entrainment-mixing process in warm convective clouds," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 64, num. 6, str. 1995–2011, 2007.

[25] P. M. Korczyk, T. A. Kowalewski, & S. P. Malinowski, "Turbulent mixing of clouds with the environment: Small scale two phase evaporating flow investigated in a laboratory by particle image velocimetry," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, tom 241, num. 3, str. 288–296, 2012.

[26] J. Chen, S. Hagos, H. Xiao, J. Fast, C. Lu, A. Varble, Z. Feng, & J. Sun, "The effects of shallow cumulus cloud shape on interactions among clouds and mixing with near-cloud environments," *Geophysical Research Letters*, tom 50, num. 24, str. e2023GL106334, 2023.

[27] S. P. Malinowski & I. Zawadzki, "On the surface of clouds," *Journal of Atmospheric Sciences*, tom 50, num. 1, str. 5–13, 1993.

[28] S. Lovejoy, "Area-perimeter relation for rain and cloud areas," *Science*, tom 216, num. 4542, str. 185–187, 1982.

[29] Y. Wang, B. Geerts, & J. French, "Dynamics of the cumulus cloud margin: An observational study," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 66, num. 12, str. 3660–3677, 2009.

[30] H. Siebert, K. Lehmann, & M. Wendisch, "Observations of small-scale turbulence and energy dissipation rates in the cloudy boundary layer," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 63, num. 5, str. 1451–1466, 2006.

[31] `https://dfr.stemnetwork.educ.ubc.ca/fractals-what-is-the-shape-of-a-cloud/`.

[32] J. Katzwinkel, H. Siebert, T. Heus, & R. A. Shaw, "Measurements of turbulent mixing and subsiding shells in trade wind cumuli," *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 71, num. 8, str. 2810–2822, 2014.

[33] B. Davidson, "The Barbados Oceanographic and Meteorological Experiment," *Bulletin of the American Meteorological Society*, tom 49, num. 9, str. 928–935, 1968.

[34] R. M. Rauber, B. Stevens, H. T. Ochs, C. Knight, B. A. Albrecht, A. M. Blyth, C. W. Fairall, J. B. Jensen, S. G. Lasher-Trapp, O. L. Mayol-Bracero, G. Vali, J. R. Anderson, B. A. Baker, A. R. Bandy, E. Burnet, J.-L. Brenguier, W. A. Brewer, P. R. A. Brown, R. Chuang, W. R. Cotton, L. D. Girolamo, B. Geerts, H. Gerber, S. Göke, L. Gomes, B. G. Heikes, J. G. Hudson, P. Kollias, R. R. Lawson, S. K. Krueger, D. H. Lenschow, L. Nuijens, D. W. O'Sullivan, R. A. Rilling, D. C. Rogers, A. P. Siebesma, E. Snodgrass, J. L. Stith, D. C. Thornton, S. Tucker, C. H. Twohy, & P. Zuidema, "Rain in shallow cumulus over the ocean: The rico campaign," *Bulletin of the American Meteorological Society*, tom 88, num. 12, str. 1912–1928, 2007.

[35] B. Stevens *et al.*, "EUREC^{4}A," *Earth System Science Data*, tom 13, num. 8, str. 4067–4119, 2021.

[36] J. Dorrestijn, D. T. Crommelin, A. P. Siebesma, & H. J. J. Jonker, "Stochastic parameterization of shallow cumulus convection estimated from high-resolution model data," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, tom 27, num. 1, str. 133–148, 2013.

[37] O. Métais, *Large-Eddy Simulations of Turbulence*, str. 113–186. Springer Berlin, 2001.

[38] I. Jen-La Plante, Y. Ma, K. Nurowska, H. Gerber, D. Khelif, K. Karpinska, M. K. Kopec, W. Kumala, & S. P. Malinowski, "Physics of stratocumulus top (post): turbulence characteristics," *Atmospheric Chemistry and Physics*, tom 16, num. 15, str. 9711–9725, 2016.

[39] J. P. Mellado, "Cloud-top entrainment in stratocumulus clouds," *Annual Review of Fluid Mechanics*, tom 49, num. 1, str. 145–169, 2017.

[40] M. Wendisch & J.-L. Brenguier, *Airborne Measurements for Environmental Research: Methods and Instruments*. Wiley, 03 2013.

[41] S. B. Pope, *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.

[42] H. Schuster, P. Pepłowski, & K. Stefański, *Chaos deterministyczny: wprowadzenie*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1993.

[43] N. Marwan, M. Carmen Romano, M. Thiel, & J. Kurths, "Recurrence plots for the analysis of complex systems," *Physics Reports*, tom 438, num. 5, str. 237–329, 2007.

[44] H. Siebert *et al.*, "Observations of aerosol, cloud, turbulence, and radiation properties at the top of the marine boundary layer over the eastern north atlantic ocean: The acores campaign," *Bulletin of the American Meteorological Society*, tom 102, num. 1, str. E123–E147, 2021.

[45] G. George *et al.*, "Joanne: Joint dropsonde observations of the atmosphere in tropical north atlantic meso-scale environments," *Earth System Science Data*, tom 13, num. 11, str. 5253–5272, 2021.

[46] U. Wandinger, *Introduction to Lidar*, str. 1–18. Springer New York, 2005.

[47] A. Kolmogorov, "The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers," *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, tom 30, str. 301–305, 1941.

[48] M. Chamecki & N. L. Dias, "The local isotropy hypothesis and the turbulent kinetic energy dissipation rate in the atmospheric surface layer," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, tom 130, num. 603, str. 2733–2752, 2004.

[49] S. I. Vainshtein & K. R. Sreenivasan, "Kolmogorov's 4/5th law and intermittency in turbulence," *prl*, tom 73, num. 23, str. 3085–3088, 1994.

[50] I. Stiperski, G. Katul, & M. Calaf, "Universal return to isotropy of inhomogeneous atmospheric boundary layer turbulence," *Physical Review Letters*, tom 126, 05 2021.

[51] J. L. Lumley & G. R. Newman, "The return to isotropy of homogeneous turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, tom 82, num. 1, str. 161–178, 1977.

[52] L. Biferale & I. Procaccia, "Anisotropy in turbulent flows and in turbulent transport," *Physics Reports*, tom 414, num. 2, str. 43–164, 2005.

[53] G. K. Batchelor & G. I. Taylor, "The theory of axisymmetric turbulence," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, tom 186, num. 1007, str. 480–502, 1946.

[54] S. Chandrasekhar, "The theory of axisymmetric turbulence," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, tom 242, num. 855, str. 557–577, 1950.

[55] V. Lvov & I. Procaccia, "The universal scaling exponents of anisotropy in turbulence and their measurement," *Physics of Fluids*, tom 8, num. 10, str. 2565–2567, 1996.

[56] K.-S. CHOI & J. L. LUMLEY, "The return to isotropy of homogeneous turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, tom 436, str. 59–84, 2001.

[57] W. K. George & H. J. Hussein, "Locally axisymmetric turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, tom 233, str. 1–23, 1991.

[58] F. D. S. Banerjee, R. Krahl & C. Zenger, "Presentation of anisotropy properties of turbulence, invariants versus eigenvalue approaches," *Journal of Turbulence*, tom 8, str. N32, 2007.

[59] M. Emory & G. Iaccarino, "Visualizing turbulence anisotropy in the spatial domain with componentality contours by.," in *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs 2014*, 2014.

[60] G. I. Taylor, "Statistical theory of turbulence," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, tom 151, num. 873, str. 421–444, 1935.

[61] R. E. Seoud & J. C. Vassilicos, "Dissipation and decay of fractal-generated turbulence," *Physics of Fluids*, tom 19, num. 10, str. 105108, 2007.

[62] W. J. T. Bos & R. Rubinstein, “Dissipation in unsteady turbulence,” *Phys. Rev. Fluids*, tom 2, str. 022601, 2017.

[63] P. C. Valente & J. C. Vassilicos, “The decay of turbulence generated by a class of multiscale grids,” *Journal of Fluid Mechanics*, tom 687, str. 300–340, 2011.

[64] J. Pozorski, *Zagadnienia turbulencji w mechanice płynów.* Zeszyty Naukowe Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku, 2020.

[65] D. Ruelle & F. Takens, “On the Nature of Turbulence,” *Communications in Mathematical Physics*, tom 20, str. 167–192, 1971.

[66] H. Poincaré, *Sur le probleme des trois corps et les equations de la dynamique.* Acta Mathematica, Institut Mittag-Leffler, 1890.

[67] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow,” *Journal of Atmospheric Sciences*, tom 20, num. 2, str. 130–141, 1963.

[68] J.-P. Eckmann, S. O. Kamphorst, & D. Ruelle, “Recurrence plots of dynamical systems,” *Europhysics Letters*, tom 4, num. 9, str. 973, 1987.

[69] N. Marwan, N. Wessel, U. Meyerfeldt, A. Schirdewan, & J. Kurths, “Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data,” *Physical Review E*, tom 66, str. 026702, 08 2002.

[70] N. Marwan & K. H. Kraemer, “Trends in recurrence analysis of dynamical systems,” *The European Physical Journal Special Topics*, tom 232, 01 2023.

[71] `http://www.recurrence-plot.tk/`.

[72] B. Stevens, D. Farrell, L. Hirsch, F. Jansen, L. Nuijens, I. Serikov, B. Brügmann, M. Forde, H. Linne, K. Lonitz, & J. M. Prospero, “The barbados cloud observatory: Anchoring investigations of clouds and circulation on the edge of the itcz,” *Bulletin of the American Meteorological Society*, tom 97, num. 5, str. 787–801, 2016.

[73] S. Bony *et al.*, “Eurec^{4}a observations from the safire atr42 aircraft,” *Earth System Science Data*, tom 14, num. 4, str. 2021–2064, 2022.

[74] https://modis.gsfc.nasa.gov/about/.

[75] https://terra.nasa.gov/.

[76] https://worldview.earthdata.nasa.gov/.

[77] W. Kumala, K. E. Haman, M. K. Kopec, D. Khelif, & S. P. Malinowski, "Modified ultrafast thermometer UFT-M and temperature measurements during physics of stratocumulus top (POST)," *Atmospheric Measurement Techniques*, tom 6, num. 8, str. 2043–2054, 2013.

[78] https://www.bas.ac.uk/wp-content/uploads/2015/05/masin_capabilities_brochure.pdf.

[79] K. E. Garman, K. A. Hill, P. Wyss, M. Carlsen, J. R. Zimmerman, B. H. Stirm, T. Q. Carney, R. Santini, & P. B. Shepson, "An airborne and wind tunnel evaluation of a wind turbulence measurement system for aircraft-based flux measurements," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, tom 23, num. 12, str. 1696–1708, 2006.

[80] J.-L. Brenguier, T. Bourrianne, A. A. De Coelho, J. Isbert, R. Peytavi, D. Trevarin, & P. Weschler, "Improvements of droplet size distribution measurements with the fast-FSSP (forward scattering spectrometer probe)," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, tom 15, num. 5, str. 1077 – 1090, 1998.

[81] S. Lance, C. Brock, D. Rogers, & J. Gordon, "Water droplet calibration of the cloud droplet probe (CDP) and in-flight performance in liquid, ice and mixed-phase clouds during ARCPAC," *Atmospheric Measurement Techniques*, tom 3, num. 6, str. 1683 – 1706, 2010.

[82] https://catalogue.ceda.ac.uk/uuid/49c23c6c2e5b4ff8a89db99adca034a7.

[83] https://airbornescience.nasa.gov/aircraft/Twin_Otter_-_CIRPAS_-_NPS.

[84] G. I. Taylor, "The spectrum of turbulence," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, tom 164, num. 919, str. 476–490, 1938.

[85] S. Król, A. Blyth, S. Böing, L. Denby, T. Lachlan-Cope, & S. P. Malinowski, “Can recurrence quantification analysis be useful in the interpretation of airborne turbulence measurements?,” *Geophysical Research Letters*, tom 51, num. 6, 2024.

[86] J. Theiler, “Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data,” *Phys. Rev. A*, tom 34, str. 2427–2432, 1986.

[87] A. Provenzale, L. Smith, R. Vio, & G. Murante, “Distinguishing between low-dimensional dynamics and randomness in measured time series,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, tom 58, num. 1, str. 31–49, 1992.

[88] M. Wacławczyk, J. L. Nowak, H. Siebert, & S. P. Malinowski, “Detecting nonequilibrium states in atmospheric turbulence,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, tom 79, num. 10, str. 2757–2772, 2022.

[89] C. C. van Heerwaarden, B. J. H. van Stratum, T. Heus, J. A. Gibbs, E. Fedorovich, & J. P. Mellado, “Microhh 1.0: a computational fluid dynamics code for direct numerical simulation and large-eddy simulation of atmospheric boundary layer flows,” *Geoscientific Model Development*, tom 10, num. 8, str. 3145–3165, 2017.