

---

# Morphodynamic systems: from initial instability to network formation

## Abstract:

Natural shapes are often viewed as the result of an optimization process, or as being predetermined, for instance by a genetic program. This overlooks the problem of *how* shapes appear in the first place. To understand this, we must examine the underlying growth dynamics. We study the relationship between final shapes and growth processes to address the inverse problem: Given a shape, how can we determine the details of its growth process or, more broadly, identify the fundamental mechanism behind its emergence? Answering such a question could help us reconstruct environmental information from geological forms or understand how to arrest pathological processes in biological systems.

In this thesis, we focus on forms that initiate as an instability at a moving front. The small protrusions later develop into finger-like shapes that interact with each other and can form a network structure. The analyzed systems range from solution pipes in limestone to river networks to the canal network of *Aurelia* jellyfish. In the first two cases, growth models can be established and solved, for instance, by assuming that the studied shape is invariant. We demonstrate how to use these growth models to extract details of the governing growth laws or conditions during the emergence of a structure just by examining its final geometry. This is particularly important for geological forms that evolve over timescales beyond human measurement capabilities. We show that a single snapshot of geometry is sufficient to reconstruct historical flow rates in an emerging solution pipe or to identify the growth laws of a river network.

Next, we investigate loops in physical networks. Looping networks have been shown to be more resilient to damage and to be selected in biological evolution. However, their dynamic formation remains elusive. How do branches in a growing network attract each other and reconnect to form a loop? Classical models of networks growing in response to the gradient of an external field explain the competition, screening, and repulsion between branches. Yet, in remarkably diverse processes, ranging from unstable fluid flows to the canal system of jellyfish, loops suddenly form near breakthrough, when the longest branch reaches the boundary of the system. We study this process and demonstrate that when growth is governed by diffusive fluxes, screening and repulsion shift to attraction near the breakthrough event. Finally, we investigate the morphogenesis of a specific looping network: the gastrovascular canal network of *Aurelia* jellyfish. Our experimental observations suggest that canals emerge in a self-organized manner. We relate this process to the mechanics of jellyfish and hypothesize that canals are guided by a stress or diffusive field in the tissue. We build a numerical model of canal network development and show

---

that both processes can reproduce the patterns observed in the experiments equally well.

**Keywords:** morphodynamics, pattern formation, moving-boundary problem, unstable growth processes, Laplacian growth, physical networks

---

## Układy morfodynamiczne: od początkowej niestabilności po wzrost sieci

### Streszczenie:

Naturalne kształty są często postrzegane jako wynik procesu optymalizacji lub jako struktury z góry określone, na przykład przez program genetyczny. Pomija to jednak problem, *w jaki sposób* takie kształty powstają. Aby to zrozumieć, musimy zbadać dynamikę ich wzrostu. W tej pracy badamy związek między kształtami a procesami wzrostu, aby zmierzyć się z problemem odwrotnym: znając dany kształt, w jaki sposób możemy określić szczegóły procesu jego wzrostu lub, bardziej ogólnie, zidentyfikować podstawowe mechanizmy leżące u podstaw jego powstania? Odpowiedź na to pytanie mogłaby pomóc nam w odtworzeniu informacji środowiskowych na podstawie form geologicznych lub zrozumieniu, w jaki sposób zatrzymać procesy patologiczne w układach biologicznych.

W niniejszej pracy skupiamy się na formach, które początkowo powstają wskutek niestabilności na ruchomym froncie. Małe wypukłości przekształcają się później w wyciągnięte kształty przypominające palce, które oddziałują ze sobą i mogą tworzyć strukturę sieci. Analizowane układy obejmują świece krasowe, sieci rzeczne oraz sieć kanałów meduzy *Aurelia*. W pierwszych dwóch przypadkach można określić model wzrostu i rozwiązać go, na przykład zakładając, że badany kształt jest niezmienniczy. W pracy pokazujemy, jak wykorzystać znajomość takiego modelu wzrostu do wydobycia szczegółów dotyczących praw wzrostu lub warunków podczas powstawania struktury, badając wyłącznie jej ostateczną geometrię. Jest to szczególnie ważne w przypadku form geologicznych, które ewoluują w skali czasowej przekraczającej możliwości pomiarowe człowieka. Pokazujemy, że pojedyncza migawka geometrii wystarcza do odtworzenia historycznych napięć przepływu w powstającej świecy krasowej lub do zidentyfikowania praw wzrostu sieci rzecznej.

Następnie skupiamy się na pętlach w sieciach fizycznych. Sieci z pętlami zostały zidentyfikowane jako bardziej odporne na uszkodzenia i są preferowane w ewolucji biologicznej. Jednak dynamika ich wzrostu pozostaje niejasna. W jaki sposób gałęzie w rosnącej sieci przyciągają się nawzajem i ponownie łączą, tworząc pętlę? Klasyczne modele sieci rosnących w odpowiedzi na gradient pola zewnętrznego wyjaśniają konkurencję, ekranowanie i odpychanie między gałęziami. Jednak w różnych procesach, od niestabilnych przepływów płynów po system kanałów meduz, pętle powstają nagle, gdy najdłuższa gałąź sięga do granicy układu i następuje przebicie. Badamy ten proces i wykazujemy, że gdy wzrost jest regulowany przez strumienie dyfuzyjne, ekranowanie i odpychanie zmieniają się w przyciąganie w momencie przebicia. Na koniec badamy morfogenezę konkretnej sieci z pętlami: sieci kanałów w układzie gastrowaskularnym meduzy *Aurelia*. Nasze obserwacje eksperymentalne sugerują, że kanały wyłaniają się w procesie samoorganizacji. Łączymy

---

ten proces z mechaniką meduz i stawiamy hipotezę, że kanały są kierowane przez pole naprężeń lub strumienie dyfuzyjne w tkance. Tworzymy model numeryczny rozwoju sieci kanałów i pokazujemy, że oba procesy mogą równie dobrze odtworzyć wzorce zaobserwowane w eksperymentach.

**Słowa kluczowe:** morfodynamika, formowanie wzorów, zagadnienie z ruchomą granicą, niestabilne procesy wzrostu, wzrost Laplace'a, sieci fizyczne