

Warszawa, 20 kwietnia 2026 r.

dr hab. Emilia Witkowska  
Oddział Fizyki Teoretycznej  
Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk

**Recenzja rozprawy doktorskiej pt. „Joint precision limits and measurement compatibility in realistic quantum photonics sensing” autorstwa Jayantha Jayakumara**

Rozprawa doktorska zatytułowana „Joint precision limits and measurement compatibility in realistic quantum photonics sensing” została przedłożona przez Jayantha Jayakumara Wydziałowi Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Praca została przygotowana pod kierunkiem dr hab. Magdaleny Stobińskiej-Moretto i dotyczy istotnego zagadnienia z zakresu optycznej metrologii kwantowej, jakim jest wieloparametrowa estymacja w realistycznych układach optycznych, uwzględniających niedoskonałości pomiarowe.

W rozprawie Autor koncentruje się na analizie fundamentalnych granic precyzji oraz zagadnienia kompatybilności pomiarowej w interferometrze Macha-Zehndera poddanym działaniu szumu fazowego oraz strat. W szczególności bada właściwości uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta oraz analizuje skuteczność wybranych strategii pomiarowych, takich jak detekcja homodynowa i pomiar liczby fotonów. Na tej podstawie Kandydat dokonuje systematycznej analizy różnic pomiędzy granicami teoretycznymi a możliwościami ich realizacji w warunkach eksperymentalnych.

Autor w sposób jednoznaczny formułuje dwa główne cele badawcze rozprawy: po pierwsze, wyznaczenie granic łącznej precyzji estymacji dla par parametrów faza - dyfuzja fazy oraz faza - straty, po drugie zaś analizę kompatybilności praktycznych strategii pomiarowych w obecności szumu i strat. Cele te zostały sformułowane jasno i precyzyjnie, a ich realizacja wpisuje się w istotne z punktu widzenia zastosowań przejście od idealnej estymacji jednoparametrowej do bardziej realistycznych, wieloparametrowych scenariuszy eksperymentalnych.

Autor przekonująco wykazuje, że uogólnione stany Hollanda-Burnetta cechują się względną odpornością na szum fazowy i straty fotonów. Ponadto Kandydat realizuje istotne cele techniczne poprzez opracowanie i implementację zoptymalizowanych narzędzi numerycznych, umożliwiających wyznaczanie zaawansowanych granic precyzji w analizowanych układach.

Tematyka rozprawy należy uznać za bardzo aktualną i istotną dla rozwoju teorii metrologii kwantowej, w szczególności w kontekście rozszerzania modeli idealnych o realistyczne scenariusze wieloparametrowe, uwzględniające obecność szumu i strat. Praca ma charakter oryginalny i wpisuje się w aktualne kierunki badań, koncentrując się na praktycznej osiągalności granic teoretycznych przy wykorzystaniu standardowych technik detekcji. Uzyskane wyniki mogą stanowić cenne wsparcie przy projektowaniu współczesnych eksperymentów oraz wykazują potencjał aplikacyjny.

Rozprawa składa się z sześciu głównych rozdziałów, uzupełnionych o dziewięć aneksów o charakterze technicznym oraz obszerną bibliografię, i liczy łącznie 127 stron. Struktura pracy jest przejrzysta i logicznie uporządkowana.

Dwa pierwsze rozdziały mają charakter wprowadzający i stanowią szeroki przegląd aktualnego stanu wiedzy w dziedzinie czujników kwantowych. Zawierają one również wprowadzenie do niezbędnego formalizmu matematycznego wieloparametrowej teorii estymacji kwantowej, w tym omówienie zaawansowanych ograniczeń wykorzystywanych w dalszej części rozprawy.

Kolejne dwa rozdziały prezentują oryginalne wyniki uzyskane przez Autora i stanowią zasadniczy wkład rozprawy. Rozdział piąty poświęcony jest szczegółowemu opisowi zastosowanych metod numerycznych, natomiast rozdział szósty zawiera podsumowanie oraz wnioski końcowe.

Autor rozpoczyna prezentację swoich oryginalnych wyników dotyczących łącznej estymacji fazy oraz dyfuzji fazy z wykorzystaniem uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta oraz podwójnej detekcji homodynowej. Do najważniejszych osiągnięć należy zaliczyć wprowadzenie nowatorskiej, dwutorowej metodologii estymacji dwóch parametrów, umożliwiającej jednoczesną kwantyfikację efektywności ekstrakcji informacji przez pomiar oraz dostępności informacji odpowiednio poprzez analizę niekompatybilności pomiarowej i statystycznej.

Przeprowadzona analiza prowadzi do wniosku, że niektóre z uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta wykazują zaskakującą odporność zarówno na straty fotonów, jak i na dyfuzję fazy, przewyższając pod tym względem stany  $N00N$  oraz standardowe stany Hollanda-Burnetta w reżimach zaszumionych. Na szczególne podkreślenie zasługuje wynik wskazujący, że stany te mogą przekraczać granicę pojedynczego kubitu. Ponadto Autor identyfikuje dotychczas nieopisywany tzw. „region nasycenia”, w którym podwójna detekcja homodynowa osiąga plateau wydajności w warunkach silnej dyfuzji fazy.

W dalszej części pracy przedstawiono analizę kompatybilności pomiarowej rozważając podwójną detekcję homodynową i pomiar liczby fotonów w zadaniu łącznej estymacji fazy w obecności strat fotonów oraz dyfuzji fazy. Uzyskane wyniki wskazują, że pomiar liczby fotonów charakteryzuje się wyższą kompatybilnością niż detekcja homodynowa, co, jak uzasadnia Autor, wynika z lepszego dopasowania tego typu pomiaru do właściwości uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta. Autor wykazuje również, że w analizowanym problemie pomiary separowalne są wystarczające do osiągnięcia wartości bliskich granicy Holevo. Jednocześnie, w przypadku łącznej estymacji fazy i dyfuzji fazy, Kandydat wskazuje na konieczność stosowania pomiarów kolektywnych w celu osiągnięcia poszczególnych granic precyzji.

W końcowej, merytorycznej części rozprawy Autor przedstawia opracowanie zoptymalizowanego programu numerycznego, w którym obliczenie granic Craméra-Rao zostało przeformułowane jako tzw. semidefinite programming problem, co umożliwia ich efektywne wyznaczenie numeryczne. Zaproponowane podejście prowadzi do istotnego usprawnienia obliczeń dzięki zastosowaniu szybszego algorytmu generowania bazy oraz metod opartych na iloczynach macierzy, co w konsekwencji redukuje złożoność obliczeniową. Autor wykazuje, że opracowana implementacja stanowi stabilne i wydajne narzędzie obliczeniowe, zachowujące

wysoką jakość numeryczną również w przypadku skalowania do uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta z dużą liczbą fotonów.

Metodologia badań zastosowana przez Autora związana jest z aparatem teoretycznym wieloparametrowej kwantowej teorii estymacji, kładąc szczególny nacisk na przejście od idealnych modeli jednoparametrowej estymacji do realistycznych scenariuszy wieloparametrowej estymacji uwzględniających obecność szumu fazowego i strat. Zastosowane metody analityczne i numeryczne są jasno i precyzyjnie sformułowane. W części analitycznej Autor oblicza macierz kwantowej informacji Fishera, stanowiącą fundamentalny punkt odniesienia dla problemu jednoczesnej estymacji parametrów w analizowanych scenariuszach. W celu oceny praktycznej osiągalności tych granic Kandydat opracowuje i implementuje zoptymalizowane narzędzia numeryczne do wyznaczania poszczególnych granic Craméra-Rao. Podsumowując, Autor demonstruje w rozprawie solidne i pogłębione zrozumienie stosowanych metod analitycznych i numerycznych, a także dużą biegłość w ich praktycznym wykorzystaniu.

Pomimo wysokiego poziomu rozprawy doktorskiej Jayantha Jayakumara, jej lektura pozwala na sformułowanie kilku uwag i pytań, które mogą stanowić punkt wyjścia do dalszej dyskusji:

Zaskakujące wyniki przedstawione w Rozdziale 3 dotyczą stanu  $|\Psi_{\text{gHB}}(0, N)\rangle$ , który jest splątany modowo, ale separowalny cząsteczkowo. Autor wykazuje, że dla tego stanu informacja Fishera jest stosunkowo odporna zarówno na straty fotonów, jak i na dyfuzję fazy, przewyższając granicę pojedynczego kubitu i zbliżając się do kwantowej granicy Craméra-Rao wraz ze wzrostem liczby fotonów  $N$ . Jaka jest interpretacja tego wyniku, czy raczej intuicja fizyczną lub matematyczna wyjaśniająca, dlaczego separowalność stanu w fotonach (a nie modach) zapewnia efekt chroniący przed dekoherencją w tej konkretnej partycji? Czy w oparciu o te wyniki możliwe byłoby uogólnienie tego stwierdzenia i zasugerowanie, że „prostsze” stany splątane modowo są w praktyce korzystniejsze dla czujników wieloparametrowych w środowiskach o wysokim poziomie szumu?

Innym ciekawym wynikiem Rozdziału 3 jest identyfikacja wcześniej nieopisywanego „regionu nasycenia” w dyfuzji fazy, w którym pomiar homodynowy osiąga granicę wydajności. Czy Autor mógłby rozwinąć wątek fizycznego lub matematycznego pochodzenia tej wartości odcięcia? W szczególności, czy nasycenie to odzwierciedla fundamentalne ograniczenie stosowania projektorów homodynowych do wydobywania informacji z uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta w miarę jak szum fazowy zaciera cechy stanu wrażliwe na fazę? Dlaczego zjawisko to nie zostało uchwycone we wcześniejszych przełomowych badaniach, takich jak prace Vidrighina i współpracowników cytowane w rozprawie?

Kluczowym wnioskiem przedstawionym w Rozdziale 4 jest pokazanie, że zliczanie liczby fotonów oferuje znacznie wyższą kompatybilność pomiarową niż detekcja homodynowa w łącznej estymacji fazy i strat. Jakie są specyficzne fizyczne lub matematyczne cechy pomiaru zliczania liczby fotonów, które czynią je skuteczniejszym w wydobywaniu informacji z uogólnionych stanów Hollanda-Burnetta? Czy wynik ten sugeruje ogólną zasadę, według której schematy pomiarowe powinny odpowiadać gaussowskiemu lub niegaussowskiemu charakterowi stanów, aby otrzymać skuteczność estymacyjną bliską granicy Holevo Cramér-Rao?

Wreszcie, opracowane przez Autora metody numeryczne wydają się być wysoce efektywne. Pozostaje jednak niejasne, czy ta numeryczna implementacja wprowadza jakikolwiek systematyczny błąd, który mógłby potencjalnie przesłaniać subtelne cechy fundamentalnej niekompatybilności pomiarowej na wielowymiarowych uogólnionych stanach Hollanda-Burnetta.

Podsumowując, wyniki przedstawione w pracy stanowią znaczący oryginalny wkład w metrologię kwantową. Wyniki zaprezentowane w rozprawie zostały opublikowane w czasopismach *New Journal of Physics* (2024) oraz *Physical Review A* (2025). Do głównych osiągnięć rozprawy należy zaliczyć systematyczne i spójne ujęcie problemu wieloparametrowej estymacji kwantowej w realistycznych warunkach eksperymentalnych, uwzględniających obecność szumu fazowego i strat. Autor przedstawia oryginalne i wartościowe wyniki dotyczące zarówno fundamentalnych granic precyzji, jak i ich praktycznej osiągalności przy użyciu standardowych technik detekcji. Na szczególne podkreślenie zasługuje zaproponowana metodologia oceny schematów metrologicznych oraz rozwój efektywnych narzędzi numerycznych do wyznaczania poszczególnych granic Craméra-Rao.

Rozprawa jest napisana w sposób przejrzysty i logicznie uporządkowany, a wywód cechuje się wysokim poziomem rygoru matematycznego. Przedstawione wyniki są dobrze osadzone w aktualnym stanie wiedzy i właściwie umotywowane. Autor wykazuje się bardzo dobrą znajomością literatury przedmiotu oraz umiejętnością prowadzenia badań naukowych.

Pewne elementy pracy mogłyby jednak zostać rozwinięte lub doprecyzowane. W szczególności wskazane byłoby szersze omówienie potencjalnych ograniczeń eksperymentalnych analizowanych schematów pomiarowych oraz bardziej szczegółowa dyskusja możliwości ich implementacji w konkretnych układach fizycznych. Ponadto miejscami można by rozważyć bardziej rozbudowane komentarze interpretacyjne, ułatwiające powiązanie uzyskanych wyników formalnych z ich fizycznym znaczeniem. Uwagi te mają jednak charakter uzupełniający i nie wpływają na ogólną, bardzo wysoką ocenę rozprawy.

Podsumowując, przedłożona rozprawa doktorska stanowi oryginalne rozwiązanie istotnego problemu naukowego i spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim określone w obowiązujących przepisach. W związku z powyższym wnoszę o dopuszczenie Jayantha Jayakumara do dalszych etapów przewodu doktorskiego, w tym do publicznej obrony rozprawy.

Emilie S. S. S.