

Streszczenie

Niniejsza praca dotyczy dwóch klas funkcji pojawiających się w dokładnie rozwiązywalnych układach fizycznych. Funkcje specjalne są często traktowane jedynie jako narzędzia rozwiązania, jednak ich głębsze znaczenie tkwi w subtelnych tożsamościach, ukrytych symetriach oraz złożonych relacjach między nimi. Dokładne rozwiązanie problemu oznacza nie tylko otrzymanie odpowiedzi, lecz także lepsze zrozumienie struktury, która się pod nim kryje. Kierując się tą perspektywą, badamy teorię spektralną jednowymiarowych operatorów Schrödingera oraz zerowymiarowe teorie macierzy losowych przez pryzmat funkcji specjalnych.

Pierwsza część poświęcona jest teorii spektralnej jednowymiarowych operatorów Schrödingera z zespolonymi potencjałami, które można sprowadzić do równania hipergeometrycznego. Wykorzystując dokładną rozwiązywalność tych operatorów, konstruujemy ich funkcje Greena oraz analizujemy odpowiadające im dziedziny operatorowe, domknięte realizacje oraz warunki brzegowe. W szczególności klasyfikujemy dziewięć rodzin operatorów Schrödingera powstających poprzez rozdzielenie zmiennych na przestrzeniach symetrycznych. Ta część oparta jest na pracy *Exactly solvable Schrödinger operators related to the hypergeometric equation*, napisanej we współpracy z Janem Derezińskim. Uwzględniamy również nowy, niepublikowany wynik dotyczący dokładnej kwantyzacji WKB tych operatorów, pokazujący, w jaki sposób dokładne rozwinięcia WKB prowadzą do ścisłego warunku kwantyzacji.

Druga część rozprawy dotyczy wielomianów symetrycznych oraz ich roli w β -deformowanym modelu wartości własnych. Pokazujemy, że model ten jest nie tylko dokładnie rozwiązywalny, lecz także że po rozwinięciu wielopunktowych korelatorów w odpowiedniej bazie danej przez wielomiany Jacka uzyskują one zamkniętą i sfaktoryzowaną postać. To wyjątkowe zjawisko znane jest jako supercałkowalność. Przedstawiamy dowód oparty na więzach Virasoro związanych z modelem oraz metodach teorii reprezentacji. Ta część oparta jest na pracy *Proving superintegrability in β -deformed eigenvalue models*, napisanej we współpracy z Adityą Bawane oraz Piotrem Sułkowskim.

Dodatkowo przedstawiamy nowy, niepublikowany wynik ustanawiający bardziej ogólne ramy dla tego zjawiska. Dowód opiera się na związku pomiędzy wielozmiennymi funkcjami hipergeometrycznymi a jądrem reprodukcującym Dunkla. Szersza perspektywa nie tylko obejmuje supercałkowalność β -deformowanych modeli jako szczególny przypadek, lecz także wyjaśnia mechanizm stojący za tym zjawiskiem faktoryzacji w prostszym i bardziej przejrzystym ujęciu.