

Streszczenie

Kwantowa Metrologia z Atomami i Światłem

Głównym celem tej dysertacji jest zaproponowanie metod tworzenia kwantowych stanów materii oraz światła i sprawdzenie możliwości wykorzystania tych stanów do precyzyjnych pomiarów wielkości fizycznych. Pierwsza część tego celu realizowana jest przy pomocy formalizmu kwantowo-mechanicznego w kontekście teorii ultra-zimnych gazów atomowych oraz kwantowej elektrodynamiki we wnęce, natomiast druga część realizowana jest za pomocą metod teorii estymacji z informacją Fishera w roli głównej. Połączenie powyższych metod jest znane ogólnie pod pojęciem kwantowej metrologii. W ostatnich latach wiele teoretycznego i eksperymentalnego wysiłku zostało włożonego w dziedzinę kwantowej metrologii, ponieważ dzięki niej możliwy będzie nie tylko rozwój technik pomiarowych dających lepszą precyzję niż te same pomiary wykonane w ramach klasycznej teorii, ale także może być użyta do badania fundamentalnych aspektów mechaniki kwantowej takich jak splątanie.

Pierwszą metodą, którą rozważamy to mechanizm tworzenia stanów spinowo-ściśniętych znany jako *one-axis twisting*, który może być zastosowany na przykład w kondensacie Bosego-Einsteina uwięzionego w podwójnej studni potencjału tworząc efektywnie kondensat dwu składnikowy. Pokazujemy, że stany spinowo-ściśnięte stanowią tylko małą rodzinę stanów splątanych, które mogą być wytworzone przez Hamiltonian *one-axis twisting*. Ta duża rodzina stanów typu *twisted* zawiera nawet najbardziej splątany stan znany jako kot Schroödingera. Pokazujemy również jak wykorzystać te kwantowe zasoby w pomiarze nieznanego parametru, wykorzystując nieidealne detektory atomowe oraz w przypadku kiedy oddziaływanie pomiędzy atomami nie jest dokładnie znane.

Drugi schemat tworzenia kwantowo-skorelowanych stanów jest oparty na *quantum non-demolition measurement*. W metodzie tej atom przelatujący przez wnękę optyczną zostaje splątany z obecnymi w niej fotonami, a w wyniku pomiaru wykonanego na atomie następuje kolaps funkcji falowej łącznego stanu materii i światła do nieklasycznego stanu światła. W celu uwzględnienia strat fotonów we wnęce używamy równania *master* w formie Lindblada. Pokazujemy jak takie nieklasyczne stany mogą zostać wydobyte z wnęki oraz użyte później w interferometrze Macha-Zehndera. Bazując na funkcji Wignera wyjaśniamy również jakie cechy tego rodzaju stanów przyczyniają się do niezwykle wysokiej czułości interferometru.

Na koniec pokazujemy, jak układ wykazujący właściwości chaotyczne może zostać badany z perspektywy metrologicznej za pomocą kwantowej informacji Fishera. Klasyczne układy chaotyczne to układy, które są bardzo czułe na warunki początkowe. Jednakże, kwantowe układy nie mogą wykazywać takiego rodzaju dynamiki, ponieważ równanie Schrödingera jest liniowe w funkcji falowej. Można jednak mówić o tak zwanych kwantowych sygnaturach chaosu. Na początku pokazujemy podręcznikowy przykład klasycznego chaosu, jakim jest podwójne wahadło, a następnie pokazujemy jak kwantowa informacja Fishera może posłużyć do badania charakterystycznych skal czasowych układów chaotycznych i przejścia pomiędzy porządkiem a chaosem. Takie podejście otwiera nowe możliwości badania związku pomiędzy kwantowym chaosem a porządkiem.

Abstract

Quantum Metrology with Atoms and Light

The primary objective of this dissertation is to propose methods of generating non-classical states of matter or light and examine the possibility of using such states in precise measurements of physical quantities. The first part of this objective is realised by using quantum-mechanical formalism with an emphasis on the theory of ultra-cold atomic gases and cavity quantum electrodynamics, and the second part is realised with methods of the theory of estimation with the Fisher information playing the pivotal role. The fusion of these methods is generally known as quantum metrology. In recent years, a lot of theoretical and experimental effort was put in the field of quantum metrology since it not only promises to develop measurement techniques that give better precision than the same measurements performed in a classical framework but also can be used to study the most fundamental aspects of quantum theory, like quantum entanglement.

The first method which we consider is based on the mechanism of creating spin-squeezed states known as the one-axis twisting, which can be realised, for instance, in a Bose-Einstein condensate trapped in a double-well potential forming effectively a two-mode system. We show that the spin-squeezed states are just a small family of entangled states that can be generated by one-axis twisting Hamiltonian. This vast family of twisted states includes even the highest entangled state known as the Schrödinger's cat. We also show how to exploit this quantum resource in a measurement of an unknown parameter with imperfect atomic detectors and when the strength of the interaction between the atoms is not precisely known.

The second scheme for creating non-classical states is based on the quantum non-demolition measurement. This method involves an atom passing through an optical cavity which entangles with the photons inside the cavity and a subsequent measurement on the atom that collapses the combined matter-light state to a non-classical state of light. To take into account photon losses in the cavity, we harness the master equation in Lindblad form. We show how such non-classical states can be extracted from the cavity and used later in a Mach-Zehnder interferometer. Based on the Wigner function, we also explain what features of this kind of states give rise to a high sensitivity of an interferometer.

Finally, we show how a system that exhibits chaotic properties can be studied from the metrological perspective with the help of quantum Fisher information. Classical chaotic systems are systems that are highly sensitive to initial conditions. However, quantum systems can never exhibit this type of dynamics since the Schrödinger's equation is linear. Therefore, one often says about quantum signatures of chaos. First, we show a textbook example of classical chaos, which is a double-rod pendulum, and, subsequently, we show how quantum Fisher information can serve to investigate characteristic time-scales of chaotic systems and the transition from integrable to chaotic dynamics. This could open a new possibility to study the relationship between the classical and quantum chaos.