

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Ilkki Mäkinena  
pt. „Dynamics in canonical models of loop quantum gravity”**

Celem rozprawy doktorskiej mgr. Ilkki Mäkinena, wykonanej w Instytucie Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Warszawskiego pod kierunkiem prof. dr. hab. Jerzego Lewandowskiego jest zbadanie dynamiki zdeparametryzowanych modeli w kanonicznym sformułowaniu pętlowej kwantowej grawitacji.

Recenzowana rozprawa doktorska liczy 215 stron i składa się z 18 rozdziałów oraz podsumowania, 3 dodatków prezentujących pewne szczegóły techniczne pominięte w tekście zasadniczym i liczącej 133 pozycji bibliografii.

Rozprawa doktorska mgr. Ilkki Mäkinena składa się z dwóch części, z których pierwsza dotyczy kinematyki pętlowej kwantowej grawitacji, a druga – próbom znalezienia dynamiki tej teorii.

Część pierwsza rozprawy, składająca się z 10 rozdziałów jest w przeważającej mierze poświęcona pedagogicznemu wprowadzeniu do formalizmu teorii kwantowej grawitacji. Rozdział 1 stanowi wstęp do kanonicznego sformułowania kanonicznego Ogólnej Teorii Względności i zmiennych Ashtekara. Rozdział 2 opisuje podstawowe zmienne klasyczne służące do opisu pola grawitacyjnego w sformułowaniu pętlowym, holonomie i strumienie oraz ich najważniejsze właściwości. Kolejny rozdział poświęcony jest zaprezentowaniu właściwości kinematycznej przestrzeni Hilberta a następny – operatorom odpowiadającym zmiennym klasycznym i ich działaniu na kinematycznej przestrzeni Hilberta. W następnych dwóch rozdziałach mgr Ilkka Mäkinen zajmuje się analizą niezmienniczości cechowania oraz sposobami jej narzucenia na stany kinematycznej przestrzeni Hilberta. Rozdział 7 poświęcony jest niezmienniczości ze względu na dyfeomorfizmy i sposobom jej narzucenia na stany teorii. W końcu rozdział 8 prezentuje najważniejsze operatory geometryczne: powierzchni, objętości, kąta i długości, które są dobrze określone na poziomie kinematycznym. Te osiem pierwszych rozdziałów pracy nie



zawiera oryginalnych wyników, ale stanowi kompetentne wprowadzenie do kinematycznych aspektów pętlowej kwantowej grawitacji. Przejrzystość zaprezentowanego w nich wywodu świadczy o tym, że mgr Ilkka Mäkinen dobrze rozumie zawiłości i subtelności tej teorii.

Rozdziały 9 i 10 poświęcone są bardziej zaawansowanym aspektom pętlowej kwantowej grawitacji, zastosowaniu w jej kontekście teorii stanów koherentnych. Pierwszy z nich zawiera krótkie wprowadzenie do tej teorii, zaś drugi stanowi opis wyników uzyskanych w pracy *Coherent state operators in loop quantum gravity*, napisanej przez mgr. Ilkki Mäkinena wspólnie z E. Alescim, A. Daporem, J. Lewandowskim i J. Sikorskim. Metoda operatorów powiązanych ze stanami koherentnymi pozwala na konstrukcję operatorów odpowiadających funkcjom na klasycznej przestrzeni fazowej, określonych przez stany koherentne. Ważną właściwością takich operatorów jest to, że posiadają one naturalne przybliżenie semiklasyczne.

W rozdziale 10, po skrótowym, bardzo klarownym zaprezentowaniu ogólnej konstrukcji operatorów powiązanych ze stanami koherentnymi, w której punktem wyjścia jest rozkład jedności, mgr Ilkka Mäkinen przedstawia przykłady uzyskanych w ten sposób konkretnych operatorów oraz przeprowadza dyskusję ich właściwości. Niestety, okazuje się, że konstrukcja ta jest technicznie bardzo skomplikowana, co mgr Ilkka Mäkinena przypisuje temu, że formalizm operatorów powiązanych ze stanami koherentnymi nie jest jeszcze zbyt dobrze rozwinięty. Można mieć nadzieję, że to odczucie Autora okaże się prawdziwe i że przyszłe badania pozwolą na znalezienie bardziej efektywnych metod posługiwania się tymi operatorami, szczególnie biorąc pod uwagę fakt, iż piętą Achillesową pętlowej kwantowej grawitacji jest problem jej przybliżenia semiklasycznego, do którego badania operatory te doskonale się nadają.

Część 2 rozprawy doktorskiej mgr. Ilkki Mäkinena poświęcona jest dynamicznym aspektom pętlowej kwantowej grawitacji. Punktem wyjścia do przeprowadzonej w tej części analizy, opartej w dużym stopniu na oryginalnych wynikach uzyskanych przez Autora jest konstatacja, że aspekty dynamiczne, czyli zaimplementowanie działania więzu hamiltonowskiego jest znacznie gorzej zrozumiane niż aspekty kinematyczne tej teorii. Pierwsze trzy rozdziały tej części mają znowu charakter przeglądowy i prezentują ogólny wstęp do dynamiki Ogólnej Teorii Względności (rozdział 11) i klasyczną teorię deparametryzacji (rozdział 12). Rozdział 13



poświęcony jest zwięzłemu wprowadzeniu do konstrukcji hamiltonianu Thiemanna. W rozdziale tym mgr Ilkka Mäkinen przeprowadza krótką, ale interesującą dyskusję algebry kwantowych więzów. W konkluzji Autor stwierdza, że choć algebra więzów ulega modyfikacji, nie ma to zbyt wielkiego znaczenia, ponieważ modyfikacja ta znika na stanach dyfeomorficznie niezmienniczych. Wydaje mi się, że problem, jaką formę ma algebra kwantowych więzów wydaje się fundamentalnym, nierozwiązanym problemem pętlowej kwantowej grawitacji. Jest on istotny chociażby dlatego, że – jak słusznie wskazuje autor w dalszej części pracy – w niektórych przypadkach nie tylko jądro, ale również pełne widmo operatorów więzów może być istotne i nieść interesującą informację fizyczną. Co więcej, ścisłe wykazanie deformacji algebry więzów może dostarczyć informacji, które można by próbować testować doświadczalnie.

Rozdział 14 rozpoczyna serię czterech długich rozdziałów poświęconych opisaniu oryginalnych rezultatów uzyskanych przez Autora. Jest on oparty o wyniki pracy *Hamiltonian operator for loop quantum gravity coupled to a scalar field*, napisanej wspólnie z E. Alescim, M. Assanioussim i J. Lewandowskim i zawiera opis konstrukcji nowego operatora Hamiltona pętlowej kwantowej grawitacji, który w przeciwieństwie do hamiltonianu Thiemanna posiada dobrze określony operator sprzężony i w związku z tym może być wykorzystany w przypadku modelu zdeparametryzowanego. Konstrukcja zaprezentowana w tym rozdziale jest bardzo ciekawa i nowatorska. Jest ona też bardzo zaawansowana technicznie, wskazując, po raz kolejny na głęboką znajomość przez Autora wyrafinowanych metod analizy funkcjonalnej w zastosowaniu do modeli kwantowej grawitacji.

Kolejny rozdział zawiera rozszerzenie wyników opisanych w rozdziale 14 i powstał w oparciu o pracę *New scalar constraint operator for loop quantum gravity*, napisanej wspólnie z M. Assanioussim i J. Lewandowskim. Konstrukcja operatora Hamiltona zaprezentowana w tym rozdziale oparta jest o wykorzystanie zregulowanego operatora odwrotności objętości, co pozwala na uniknięcie żmudnej konstrukcji hamiltonianu Thiemanna. Pod koniec tego rozdziału Autor przedstawia krótką dyskusję algebry więzów, która nie jest dla mnie zupełnie jasna. Mianowicie mgr Ilkka Mäkinen dyskutując wzór (15.27) twierdzi, że operatory więzu Hamiltonowskiego „w oczywisty sposób” komutują, gdy są określone w tym samym punkcie, co

wyduje się być w sprzeczności z faktem, że komutator ten powinien być proporcjonalny do pochodnej funkcji delta.

Rozdział 16 prezentuje nieopublikowane uprzednio wyniki obliczeń elementów macierzowych operatora Hamiltona wprowadzonego w poprzednich rozdziałach. Jest to bardzo techniczna część rozprawy doktorskiej, świadcząca o biegłości mgr. Ilkki Mäkinena w zawiłych obliczeniach pętlowej kwantowej grawitacji.

Rozdział 17 opisuje wyniki pracy *Time evolution in deparametrized models of loop quantum gravity*, również napisanej wspólnie z M. Assanioussim i J. Lewandowskim. Poświęcony jest on wprowadzeniu metod przybliżonych w zastosowaniu do obliczeń wykonywanych w ramach modelu zdeparametryzowanego. Metody te mogą być wykorzystane w przypadku, gdy widmo operatora Hamiltona nie jest znane.

Rozdział 18 powstały w oparciu o wyniki pracy *Coherent 3j symbol representation for the loop quantum gravity intertwiner space*, napisanej wspólnie z E. Alescim i J. Lewandowskim poświęcony jest nowatorskiemu opisowi operatora splecenia (*intertwiner operator*).

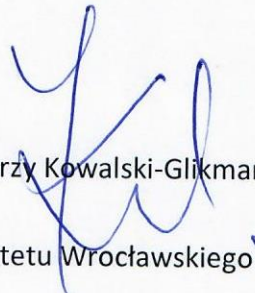
Rozprawa doktorska mgr. Ilkki Mäkinena jest napisana jasno i klarownie. Zawiera ona dobre, pedagogiczne wprowadzenie do pętlowej kwantowej grawitacji oraz przejrzysty opis wyników uzyskanych w trakcie badań własnych Autora. Rozprawa przygotowana została niezwykle starannie zarówno pod względem redakcyjnym, jak i merytorycznym. Do rzadkości należą drobne pomyłki i błędy, a układ pracy jest bardzo przejrzysty.

Wyniki zaprezentowane w rozprawie doktorskiej mgr. Ilkki Mäkinena są, w moim przekonaniu, interesujące, a ich uzyskanie wymagało od doktoranta wielkiego nakładu pracy. Stanowią one oryginalny wkład doktoranta do rozwoju pętlowej kwantowej grawitacji. Wyniki zaprezentowane w rozprawie świadczą też o znakomitym opanowaniu przez mgr. Ilkki Mäkinena zaawansowanych metod i zagadnień pojęciowych kwantowej grawitacji i analizy funkcjonalnej, oraz praktycznej znajomości metod numerycznych.



Mgr Ilkka Mäkinen jest współautorem 8 prac naukowych, z których 5 opublikowanych zostało w Physical Review D a 3 w materiałach pokonferencyjnych. Jest to liczba publikacji znacząco wyższa od tej, której oczekuje się doktorantów w dziedzinie fizyki teoretycznej. Prace mgr. Ilkki Mäkinena były cytowane łącznie około 60 razy, co też, w przypadku młodego doktoranta, jest bardzo dobrym wynikiem.

Stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr. Ilkki Mäkinena spełnia ustawowe, formalne i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim z dziedziny fizyki teoretycznej. Wnoszę o dopuszczenie mgr. Ilkki Mäkinena do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Prof. dr hab. Jerzy Kowalski-Glikman

Instytut Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Wrocławskiego i

Narodowe Centrum Badań Jądrowych

Warszawa, 27 sierpnia 2019