Nierówność Penrose'a dla zaburzonych danych początkowych Schwarzschilda

Jarosław Kopiński, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

Streszczenie

Nierówność Penrose'a stanowi dolne ograniczenie masy czasoprzestrzeni względem pola powierzchni zawartych w niej horyzontów zdarzeń czarnych dziur. Zgodnie z przekonaniem o asymptotycznym dążeniu każdego rozwiązania równań Einsteina zawierającego te obiekty do metryki Kerra nierówność ta powinna być również spełniona na hiperpowierzchni początkowej. Jest to bezpośrednią konsekwencją praw termodynamiki czarnych dziur oraz faktu, że ze względu na promieniowanie masa nie ulega zwiększeniu podczas ewolucji. W przypadku, gdy dane początkowe posiadają symetrię osiową powyższe argumenty prowadzą również do wzmocnionej nierówności zawierającej człon związany z momentem pędu. Dla obu wersji tej zależności istnieją przypadki graniczne, gdzie jest ona wysycana. Są nimi, odpowiednio, czasoprzestrzeń Schwarzschilda oraz Kerra. Pomimo silnych argumentów przemawiających za tym, że nierówność Penrose'a jest spełniona dla danych początkowych ewoluujących w czasoprzestrzeń zawierające czarne dziury, jej dowód został dotychczas przedstawiony jedynie w szczególnym przypadku, ściśle związanym z hiperpowierzchnią ze znikającą krzywizną zewnętrzną.

Niniejsza dysertacja poświęcona jest weryfikacji nierówności Penrose'a z momentem pędu dla próżniowych osiowosymetrycznych zaburzeń hiperpowierzchni początkowej w czasoprzestrzeni Schwarzschilda z wewnętrznym brzegiem będącym sferą. Są one generowane przy wykorzystaniu metody konforemnej, która w naturalny sposób umożliwia określenie położenia zewnętrznej powierzchni marginalnie złapanej. Założenie o istnieniu osiowego wektora Killinga jest podyktowane faktem, że dla takich danych więz pędowy daje się rozwiązać przy pomocy potencjałów skalarnych, co ułatwia oszacowanie różnicy między wielkościami występującymi w badanej zależności.

Głównym wynikiem pracy jest weryfikacja nierówności Penrose'a z momentem pędu zarówno dla maksymalnych zaburzeń, jak i tych dopuszczających dowolny ślad krzywizny zewnętrznej. W obu przypadkach jest ona spełniona w wiodącym rzędzie rozwinięcia względem parametru określającego odchylenie od danych początkowych Schwarzschilda poza szczególnymi przypadkami, które wymagają przejścia do wyższych rzędów. Ze względu na poziom złożoności zostało to dokonane jedynie dla hiperpowierzchni ze znikającą średnią krzywizną. W tym przypadku nierówność Penrose'a jest spełniona w czwartym rzędzie rozwinięcia dla uogólnionych danych Bowena-Yorka. Wynik ten został również poparty analizą opartą na numerycznym rozwiązaniu równań więzów dla nieznikającego pędu i momentu pędu.