

Prof. dr hab. Marek Rogatko
Katedra Fizyki Teoretycznej
Zakład Astrofizyki i Teorii Grawitacji
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
w Lublinie

Lublin, 24.07.20

Recenzja pracy doktorskiej Jarosława Kopińskiego pt.
“Nierówność Penrose’a dla zaburzonych danych początkowych
Schwarzschilda”.

Rozprawa doktorska zawiera 71 stron druku, składa się ze wstępu, trzech rozdziałów, podsumowania, dodatków oraz spisu literatury. We wstępie autor opisuje w kontekście historycznym, prace dotyczące prób udowodnienia nierówności Penrose’a oraz znaczenie tej nierówności dla twierdzeń o dodatniości masy w ogólnej teorii względności. Przedstawione zostały prace dotyczące zwykłej nierówności Penrose’a oraz tzw. wzmocnionej (dla przypadku osiowo-symetrycznego, uwzględniające moment pędu).

W rozdziale drugim przedstawiono teoretyczne zagadnienia związane z problemem danych początkowych oraz konforemnej metody ich generowania. Omówiono skrótowo foliację czasoprzestrzeni, relacje Gaussa, Codaziego, Ricciego oraz rozkład generujący foliację czasoprzestrzeni. Szczególną uwagę zwrócono na przypadek danych obejmujących wewnętrzny brzeg stanowiący powierzchnię złapaną. Zdefiniowano masę, pęd i moment pędu dla asymptotycznie płaskich danych początkowych.

Rozdział trzeci poświęcony jest konforemnej metodzie generowania danych początkowych służącej do wyznaczenia metryki oraz tensora krzywizny hyperpowierzchni początkowej, ze znanych rozwiązań równań więzów. Prowadzi ona do sprzężonego układu równań różniczkowych

typu eliptycznego separowalnych przy założeniu o stałej średniej krzywiznie. Przyjęcie tensora bezdywergencyjnego prowadzi do uzyskania równań typu Poissona. W większości przypadków czynnik konforemny musi być wyznaczony według odpowiednich procedur numerycznych. Okazuje się, że istnieje także alternatywna metoda postępowania prowadząca do przybliżonego równania typu Lichnerowicza, która prowadzi do otrzymania zaburzenia pewnego znanego rozwiązania. Autor weryfikuje nierówność Penrose'a dla stałej średniej krzywizny, $H = 0$, osiowo-symetrycznych zaburzeń początkowych typu Schwarzschilda, używa warunku brzegowego gwarantującego istnienie zewnętrznej powierzchni złapanej.

W paragrafie 3.1, autor zajmuje się konforemnym więzem A_{ij} (skala konforemnej krzywizny zewnętrznej) wyrażając go poprzez pewną funkcję na którą narzuca warunki regularności ograniczające jej zachowanie na osi symetrii. Równanie rozwiązywane jest poprzez użycie odpowiedniego potencjału skalarnego i rozwinięcie, w następnym kroku w bazie wielomianów typu Legendre'a.

Następnym dyskutowanym problemem jest nierówność wiążąca masę i pole powierzchni czarnej dziury. Rozwiązywane są równania typu Lichnerowicza z zagadnieniem brzegowym Robina. Pozwalają one na określenie energii typu ADM. Autor zakłada, że skala konforemnej krzywizny zewnętrznej A_{ij} jest proporcjonalna do pewnego parametru ϵ . Czynnik konforemny jest także rozwijany w szereg względem tego parametru.

W dalszej części pracy omówione zostały wzmocnione nierówności Penrose'a. Autor pokazał, że spełnione są w drugim rzędzie rozwinięcia względem parametru ϵ , dla zaburzeń osiowo-symetrycznych danych początkowych typu Schwarzschilda. Okazuje się, że tzw. uogólnione dane początkowe typu Bowena-Yorka nie wnoszą żadnego wkładu do ϵ^2 członów i należy brać pod uwagę wyższe rozwinięcia potęgowe. Zależą one także od pewnych dodatkowych stałych.

Otrzymane rezultaty analityczne na nierówność Penrose'a dla danych początkowych typu Bowena-Yorka, autor weryfikuje numerycznie (podstawy metody numerycznej przedstawione zostały w zwarty sposób w dodatku do rozprawy doktorskiej). W podsumowaniu rozdziału przedstawione zostało twierdzenie dotyczące czynnika konforemnego i tensora A_{ij} oraz ich rozwinięć potęgowych.

Następnym problemem rozważanym przez autora w rozdziale czwartym jest przypadek wzmocnionej nierówności Penrose'a dla danych początkowych z nieznikającą średnią krzywizną. Układ równań metody konforemnego generowania danych początkowych został rozwiązany w sposób przybliżony, wykorzystując założenie o możliwości rozwinięcia występujących w tym układzie

funkcji w szereg względem parametru ϵ . Przekształcanie danych początkowych, zwanych uogólnionymi, pozwoliło na wyciągnięcie wniosku, iż wzmocniona nierówność Penrose'a jest spełniona dla klasy danych początkowych z nieznikającą średnią krzywizną w drugim rzędzie rozwinięcia w szereg względem ϵ .

Rozdziały trzeci i czwarty oparte zostały na pracach doktoranta i jego promotora, prof. Jacka Tafla, opublikowanych w czasopiśmie *Classical Quantum Gravity*.

W podsumowaniu autor między innymi wskazuje na dalsze ciekawe kierunki uogólnienia przedstawionych rozważań poprzez redukcję przyjętych założeń oraz próbę zmierzenia się z nierównościami typu Penrose'a dla czasoprzestrzeni Kerra.

Podsumowując stwierdzam, że mgr Jarosław Kopiński wykazał się dobrą znajomością matematycznych metod stosowanych w ogólnej teorii względności, uzyskał ciekawe i istotne wyniki dotyczące nierówności Penrose'a dla przypadku danych początkowych typu Schwarzschilda. Ciekawym byłoby nadanie interpretacji fizycznej parametrowi rozwinięcia ϵ , oraz próba zastosowania rozważanego formalizmu dla warunków początkowych typu Reissnera-Nordströma. Czy zaproponowany formalizm zdałby egzamin?

Treści zawarte w rozprawie doktorskiej odnoszą się częściowo do oryginalnych rezultatów badań doktoranta uzyskanych pod kierunkiem i we współpracy z prof. Jackiem Taflm, jak już wspomniano zostały opublikowane w wiodącym czasopiśmie *Classical and Quantum Gravity*. Z tego względu moja pozytywna ocena pracy doktorskiej ma swoje potwierdzenie w opiniach specjalistów redakcyjnych przyjmujących prace do druku.

Mój końcowy wniosek jest oczywiście pozytywny i wnoszę o dopuszczenie mgr. Jarosława Kopińskiego do dalszego postępowania w przewodzie doktorskim.