

Wrocław, 24 sierpnia 2020

Prof. dr hab. Katarzyna Sznajd-Weron  
Katedra Fizyki Teoretycznej  
Wydział Podstawowych Problemów Techniki  
Politechnika Wrocławska

### **Recenzja Rozprawy Doktorskiej mgr. Tomasza Raduchy**

#### **„Statistical physics of coevolving networks”**

Z przyjemnością przeczytałam przedstawioną mi do recenzji rozprawę mgra Tomasza Raduchy dotyczącą koewolucyjnych modeli sieciowych, w których reguły dynamiczne, którym podlegają stany węzłów sieci modyfikują jednocześnie samą strukturę sieci. Praca napisana jest bardzo dobrze i niezwykle starannie zredagowana. Modele ilustrowane są przygotowanymi samodzielnie rysunkami, które nie tylko znacząco podnoszą estetykę pracy, ale przede wszystkim są bardzo pomocne w wyjaśniania reguł działania modelu. Ponieważ dodatkowo autor zawarł w rozprawie krótki przegląd podstawowych pojęć związanych z sieciami, jak również przegląd wyników dotyczących badanych modeli, praca ma duży walor dydaktyczny. To co zasługuje na szczególną uwagę i co powinno być nieodłączną cechą każdej pracy napisanej przez fizyka, to tak zwana analiza heurystyczna i pogłębiona dyskusja otrzymanych wyników. Autor nie podaje suchych wyników obliczeń, ale zawsze stara się wyjaśnić co jest powodem, że wynik jest taki a nie inny. Wydaje się, że w fizyce takie podejście powinno być oczywistością, ale niestety nie zawsze jest. Dlatego pracę oceniam bardzo wysoko, nie tylko z punktu widzenia uzyskanych wyników, ale również ich prezentacji.

#### **Opis i ocena rozprawy**

Praca bazuje na pięciu oryginalnych pracach, z których trzy przygotowane zostały we współpracy międzynarodowej i to w wiodących zespołach w zakresie układów złożonych (współpraca z prof. Eugene Stanleyem i prof. Maxi San Miguelem). Ostatnia z prac nie została jeszcze opublikowana w czasopiśmie (ale nie mam najmniejszych wątpliwości, że wkrótce będzie), a pozostałe cztery opublikowane są w cenionych czasopismach poświęconych interdyscyplinarnym zastosowaniom fizyki statystycznej i układom złożonym.

Głównym celem badawczym rozprawy było sprawdzenie jakie skutki niesie za sobą wprowadzenie koewolucji do różnych modeli sieciowych z dyskretnymi stanami węzłów. Ponieważ w modelach koewolucyjnych prawdopodobieństwa przejść z jednego stanu do kolejnego zależne są zarówno od stanów węzłów jak i struktury połączeń, obserwuje się

w takich modelach sprzężenia zwrotne, którą są nieodłączną cechą większości rzeczywistych układów złożonych.

Rozprawa składa się z sześciu rozdziałów, zawiera ponadto 3 dodatki oraz listy skrótów i symboli, co znacząco ułatwia czytanie pracy. Rozdziały 1-2 to typowe rozdziały wprowadzające. Pierwszy z nich, zgodnie z tytułem, jest ogólnym wstępem do tematyki rozprawy, znajdziemy tu też opis struktury pracy. W rozdziale drugim wprowadzone zostały podstawowe pojęcia dotyczące sieci. Oba te rozdziały napisane są bardzo dobrze i mają duży walor dydaktyczny. Rozdział trzeci poświęcony jest modelowi wyborcy, który odgrywa podobną rolę w rozwijającej się teorii nierównowagowych przemian fazowych, co model Isinga w teorii równowagowej. Pierwsze podrozdziały poświęcone są prezentacji znanych już wcześniej wyników, natomiast wyniki oryginalne prezentowane są w podrozdziale 3.3.2 i dalszych. Na uwagę zasługuje fakt, że nawet te pierwsze przeglądowe podrozdziały ilustrowane są rysunkami przygotowanymi samodzielnie przez autora. Oznacza to, że autor rozpoczął pracę od powtórzenia obliczeń i symulacji przeprowadzonych przez innych badaczy, co jest bardzo dobrą praktyką naukową.

Oryginalnym wkładem autora jest analiza wpływu lokalnego przełączania połączeń (*triadic closure*) na ewolucje i stany stacjonarne w nieliniowym modelu wyborcy. Okazuje się, że takie lokalne przełączanie, które w oczywisty sposób zwiększa znacząco współczynnik gronowania sieci, prowadzi do nowej aktywnej fazy rozbitej (*shattered*), w miejsce aktywnej fazy koegzystencji, obserwowanej w przypadku przełączeń globalnych. Kolejnym oryginalnym wkładem autora jest zaproponowanie koewolucyjnego nieliniowego modelu wyborcy z szumem. Model ten może być z jednej strony traktowany jako uogólnienie modelu wyborcy z szumem, do którego redukuje się dla  $q = 1$ , z drugiej jako uogólnienie koewolucyjnego nieliniowego modelu wyborcy, do którego redukuje się dla parametru szumu  $\epsilon = 0$ . Model analizowany jest w przypadku przełączania globalnego, co pozwala na analityczne podejście w ramach przybliżenia par. Pokazano, że w takim modelu punkt trójkrytyczny, powyżej którego przemiana fazowa jest nieciągła,  $q_c = 2$ , co z mojego punktu widzenia jest bardzo ciekawym wynikiem ze względu na obserwowaną empirycznie histerezę społeczną. Dla oryginalnego nieliniowego modelu wyborcy z szumem, tj. bez koewolucji, wartość ta była znacznie wyższa, a mianowicie  $q_c = 5$ . Dodatkowo, w modelu z koewolucją obserwowana jest bardzo interesująca i realistyczna faza koegzystencji, w której współistnieją dwie połączone społeczności o przeciwnych do siebie opiniach. W modelu bez szumu możliwa była jedynie nieuporządkowana faza koegzystencji lub faza fragmentacji, w której dwie społeczności były zupełnie rozdzielone.

W rozdziale czwartym autor przedstawia swoje oryginalne wyniki dotyczące koewolucyjnego modelu bazującego na oryginalnym modelu Axelroda. Podobnie jak we wcześniejszym rozdziale, zaczyna on od przeglądu znanych już wcześniej wyników dla różnych wersji modelu, w tym koewolucyjnego modelu Axelroda. Autorska modyfikacja modelu z koewolucją wprowadzona jest w podrozdziale 4.2.2. Polega ona na tym, że prawdopodobieństwo wyboru konkretnego węzła do przełączania nie jest stałe i takie

samo dla wszystkich węzłów, co odpowiada rozkładowi jednostajnemu, ale zależy od stopnia tego wierzchołka. Rozważono cztery różne wersje modelu (A-D), różniące się od siebie postacią funkcji zadającej prawdopodobieństwo wyboru danego węzła. Dla wszystkich wersji modelu otrzymano diagramy fazowe składające się z trzech faz, takich samych jak dla podstawowego modelu koewolucyjnego Axelroda. Jednak w zależności od konkretnej postaci funkcji zadającej prawdopodobieństwo wyboru wierzchołka, rozkłady stopni wierzchołków w tych fazach są inne. Najbardziej zaskoczyła mnie różnica pomiędzy modelem A i B, ponieważ w obu zależność prawdopodobieństwa wyboru wierzchołka od jego stopnia jest liniowa i nie spodziewałabym się specjalnych różnic pomiędzy modelami. Faktycznie w fazach 1 i 2 modele dają praktycznie te same wyniki, jednak w fazie trzeciej są inne. Różnice widoczne są zarówno w rozkładzie stopni wierzchołków, jak i w rozmiarze największego komponentu oraz w stopniu gronowania. Przedstawione modyfikacje są interesujące nie tylko z teoretycznego punktu widzenia. Pozwalają również, w szczególności model D oraz kombinacja modeli C i D (model CD), na poprawny opis empirycznie obserwowanego skalowania liczby języków (lub dialektów), wraz z rozmiarem populacji. W oryginalnym modelu Axelroda liczba języków malała wraz z wielkością populacji, a w układach rzeczywistych zależność jest odwrotna. W zaproponowanych modyfikacjach skalowanie jest zbieżne z tym obserwowanym empirycznie.

Ostatni z rozdziałów zawierających oryginalne wyniki, to znaczy rozdział piąty, poświęcony jest modelowi Isinga i zasadzie maksymalnej entropii. Jak zwykle pierwsze podrozdziały poświęcono na wprowadzenie do tematu, a wyniki oryginalne prezentowane są w podrozdziale 5.4. Jak podkreśla autor, to co najważniejsze w koewolucji to sprzężenie zwrotne pomiędzy stanami węzłów a strukturą połączeń. W celu uzyskania tego sprzężenia, autor wprowadza model opisany przy pomocy Hamiltonianu, zawierającego zarówno informację o stanach węzłów, jak i strukturze sieci połączeń. W tym rozdziale stosowane są metody typowe dla równowagowej fizyki statystycznej. Podobnie jak poprzednich modelach, tj. koewolucyjnym modelu wyborcy i Axelroda, pojawia się tu faza rozbita. W ogólności jednak, w zależności od parametrów modelu możemy obserwować różne fazy, często obserwowane w rzeczywistych układach społecznych, jak na przykład fazy z celebrytami (*star configurations*), w których pojawiają się węzły o stopniu zbliżonych do rozmiaru układu.

Rozdział szósty to podsumowanie pracy i otrzymanych wyników oraz konkluzje. Bardzo ułatwia ocenę rozprawy fakt, że autor wypunktowuje szczegółowo wszystkie wyniki, które otrzymał samodzielnie, a jest ich sporo. Zabrakło mi jednak określenia tego co jest głównym, ogólnym wynikiem pracy. W końcu analizowane modele mają pewne cechy wspólne i można by się tu pokusić o wyciągnięcie pewnych wniosków o charakterze uniwersalnym, które były przecież sygnalizowane pod koniec podrozdziału 5.4. Spodziewałabym się, że wybrzmiały jeszcze dosadniej w podsumowaniu rozprawy.

## Uwagi i pytania

Jak już napisałam we wstępie praca zredagowana jest bardzo starannie, dlatego znalazłam jedynie pojedyncze literówki, np. „desecrate” (zbezczęścić) zamiast „discrete” (str. 47), „phase phase” zamiast pojedynczego „phase” (str. 80). Jak również już wspomniałam, prezentacja wyników jest generalnie bardzo dobra. Jedyna moja uwaga dotyczy rysunków, na których przedstawiono wyniki dla kilku zestawów parametrów, takich jak rysunki 3.17 czy 4.3-4.4. Moim zdaniem byłoby lepiej, gdyby ustalić jeden z parametrów i zmieniać drugi, zamiast zmieniać oba jednocześnie. Wprawdzie w tekście napisano jak każdy z nich wpływa na wyniki modelu, ale byłoby dobrze zobaczyć to dokładnie na rysunkach. Na przykład w przypadku rysunków 4.3-4.4 można by przygotować rysunki złożone z dwóch paneli i na pierwszym panelu zmieniany byłby wyłącznie parametr  $q$  przy ustalonym  $F$ , a na drugim odwrotnie. Nie mam innych uwag co do strony technicznej pracy, mam natomiast kilka pytań merytorycznych:

- 1) W kilku miejscach rozprawy, autor pisze o „algorithmic non-equilibrium models”, co rozumiem tak, że jeśli model opisany jest algorytmem a nie Hamiltonianem to jest uznawany przez autora za nierównowagowy. Jednak brak Hamiltonianu nie musi jeszcze oznaczać jeszcze braku równowagi, z drugiej strony można badać zjawiska nierównowagowe w układach opisanych Hamiltonianem. Na przykład w pracy przeglądowej Géza Ódor „Universality classes in nonequilibrium lattice systems” wymienia dwie kategorie układów nierównowagowych, zarówno takie opisane Hamiltonianem, jak i regułami dynamicznymi. Moje pytanie jest w związku z tym następujące: w jakim sensie badane układy są nierównowagowe? Czy na przykład nie jest spełniony warunek równowagi szczegółowej? Jest oczywiste, że taki warunek jest łamany wszędzie tam gdzie istnieją stany absorpcyjne, na przykład w modelu wyborcy bez szumu, ale w innych przypadkach sprawa nie jest już taka oczywista i stąd moje pytanie.
- 2) Zabrakło mi trochę poszerzonej dyskusji o różnicach między różnymi wersjami (A-D) koewolucyjnego modelu Axelroda z przełączaniem preferencyjnym. Taka dyskusja została wprawdzie przeprowadzona na stronach 101-106, ale nie poruszono intrygującego w moim odczuciu wyniku, pokazującym różnice pomiędzy modelami A i B. Co jest przyczyną tych różnic, widocznych wyraźnie w fazie 3 na Rysunkach 4.13 i 4.16? Czy autor sprawdzał ogólną postać liniowej funkcji zadającej prawdopodobieństwo przełączenia,  $\Pi(k_i) = ak_i + b$ ? Jaki wpływ ma każda ze stałych na zachowanie modelu?
- 3) Czy któryś z otrzymanych wyników ma charakter uniwersalny, tzn. otrzymywany jest w ramach wszystkich analizowanych modeli. Czy któryś z otrzymanych wyników autor uważa za szczególnie cenny?

## Podsumowanie

Rozprawa napisana jest bardzo dobrze, zarówno od strony technicznej, jak i merytorycznej. Autor wykazał się znajomością numerycznych i analitycznych metod współczesnej fizyki statystycznej. Większość z uzyskanych wyników jest dogłębnie dyskutowana, co wskazuje na dojrzałość autora jako badacza. Zaproponowane przez niego modyfikacje modeli są interesujące i prowadzą do wielu wyników pokrywających się z obserwacjami w ramach rzeczywistych układów społecznych. W szczególności, zaproponowana modyfikacja modelu Axelroda usuwa jeden z największych problemów oryginalnego modelu, jakim było błędne skalowanie liczby języków z rozmiarem populacji.

Podsumowując, uważam że rozprawa doktorska mgr. Tomasza Raduchy spełnia wszelkie wymogi stawiane przez Ustawę tego typu rozprawom. Wnoszę zatem o dopuszczenie jej do kolejnych etapów przewodu doktorskiego. Jednocześnie, biorąc pod uwagę wkład jaki wnosi rozprawa w rozwój fizyki układów złożonych, wnioskuję o jej wyróżnienie.

Hebryze Wern